

# 生物系统的动力分析——发展趋势及研究课题

R. L. 休斯顿<sup>1)</sup> 刘成群<sup>2)</sup>

(辛辛那提大学机械工业及核工程系,美国)

**摘要** 本文提出一种生物系统动力分析的计算机方法。虽然生物系统包括所有活的生物体,然而具有兴趣的生物系统是人体,因此本文集中在人体模型及其动力分析上。分析的范围包括碰撞(如车祸)及一般运动(如推-拉或坐-站等)。这些分析可应用于工作场所设计(人体工程分析),安全分析(受伤机理及预防),效能的增强(运动与训练)以及复原(假肢设计)。本文提出可供这些分析的方法。这种方法以建立控制方程的 Kane 方程为基础。(对生物动力学模型的分析, Kane 方程被认为是最理想的。它兼有拉格朗日及牛顿-欧拉方程二者的优点,而无相应的缺点。)所讨论的方法包括使用物体连接数组,欧拉参数及正交余补数组。最后讨论了尚待解决的问题及研究课题。

**关键词** 生物系统,人体动力学,多体系统,多体动力学

## 1. 引言

近年来,人们对生物系统动力学,特别是人体动力学发生了兴趣。这受到诸多因素的促进:首先,对人体的运动有广泛兴趣。可以确信,对人体运动的全面了解,将改善完成各种任务的措施。这种改善包括运动的舒适性,容易性,精确性及安全性。其次,人们希望用人体运动作为一种机器设计的模型。机器人和操作手的成功设计是基于机器运动的仿真,并考虑精度与效率来完成的。最后,建模、分析及计算方法方面的最新进展为人体动力学研究提供了过去无与伦比的手段。

在过去五年里,多体系统动力学分析已有显著发展。一个多体系统是指许多物体在给定连接位形下的结合,因此,一个人体模型在这个意义下是一个多体系统。多体动力学分析之所以发展,是因为控制方程的系数及方程本身的解都由计算机来计算。这种新型的控制方程是根据系统的有限节模型、物体连接数组以及 Kane 方程来建立的。

可以确信,当这些方程应用于生物系统——特别是人体模型——对于了解生物系统的动力行为将有显著促进。

本文讨论了多体系统动力学方法在研究生物系统动力学方面的应用。文章分为四个部分。第一部分提供了后面要用到的基本知识。其次部分提供了动力分析的核心材料。求解方法放在第三部分讨论。结论,应用以及研究课题在最后部分讨论。

## 2. 基本考虑

### 2.1 模型

图 1 表示一个典型的人体模型。这是一个有限节模型,其中每个节代表人体的一个肢体。这

本文于 1990 年 1 月 13 日收到

1) 力学教授。

2) 副研究员。

个模型有 17 个物体。它可以用来模拟人体的“整体运动”。

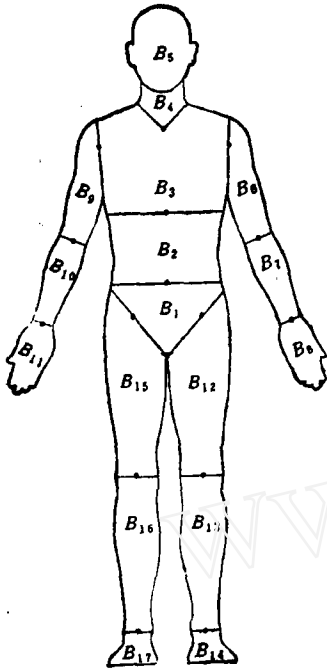


图 1

当模型的所有节的几何尺寸和惯性性质给定后，它代表了人体的物理肢体。这些节彼此以球铰和平面铰连接。弹簧和阻尼器放在连接点处，用来模拟软组织(肌肉、韧带等)的作用以及相邻节的相对运动的某些限制。弹簧和阻尼器产生力和力矩，其大小是相邻肢体相对运动的非线性函数。

为了研究这一模型的实际应用，将它置于惯性参考系  $R$  内。模型可以受到其他物体(如汽车)的制约，也可以受到力和运动约束。

文献 [1—11] 介绍了在不同场合下那种模型的应用，也表明了如何将这种建模过程推广到人体的特定区域(如头、颈系统)。

## 2.2 多体系统

图 1 的模型包括多个物体，因而是一个多体系统。过去十年里对于多体系统的研究已有很快的发展。文献 [12—16] 综述了某些发展。

因为一个多体系统的物体可以很多，必须依靠推导计算机算法来产生并求解控制方程。下一节综述形成这些算法基础的主要过程。

## 2.3 物体连接数组

系统的位形可用物体连接数组来确定。物体连接数组是一个  $1 \times m$  的行数组，定义如下<sup>[11]</sup>：任意选一个物体，如下躯干，作为基体对物体进行编号。让基体编号为  $B_1$ 。其次对相邻物体直至整个系统进行编号，如图 1 所示。让数组  $L^0(K)$  代表物体的顺序号码：

$$L^0(K) = (1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17) \quad (1)$$

让数组  $L^1(K)$ ，下方体数组，代表物体  $B_k$  的相邻下方体数组编号。这种编号的结果，系统的每个物体都有一个唯一的相邻下方编号体 ( $B_1$  的下方编号体为  $B_0$  或  $R$ ，即惯性系)，这些下方编号体的指示数组就是下方体数组  $L^1(K)$ 。将  $L^0(K)$  和  $L^1(K)$  列在一起便是：

$$\begin{aligned} L^0(K) &= (1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17) \\ L^1(K) &= (0, 1, 2, 3, 4, 3, 6, 7, 3, 9, 10, 1, 12, 13, 1, 15, 16) \end{aligned} \quad (2)$$

注意到  $L^1(K)$  定义了系统的连接位形。即，图 1 的模型和数组  $L^1(K)$  是等价的，因此， $L^1(K)$  可用来发展系统的计算机模型。为了说明这一点，把  $L$  看成一个“下方体”算子。然后，让  $L(K)$  代表  $L^1(K)$ ， $L^2(K)$  代表  $L(L(K))$ 。最后，让  $L^*(K)$  代表  $L(L^{* - 1}(K))$ 。于是数组  $L^0(K), L^1(K), \dots, L^*(K)$  可用迭代法推出。对于图 1 所示的系统，数组  $L^0(K), \dots, L^6(K)$  列于表 1。在构成这些数组时， $L(0)$  定义为 0。

表 1 对于研究系统的运动学是有用的。例如，考虑计算一个典型体  $B_k$  的角速度。由角速度的加法公式， $B_k$  在  $R$  中的角速度可以表示为

$${}^R\omega^{B_k} = {}^{B_1}\omega^{B_k} + {}^{B_2}\omega^{B_1} + \dots + {}^{B_1}\omega^{B_2} + {}^R\omega^{B_1} \quad (3)$$

其中  ${}^{B_1}\omega^{B_k}$  是  $B_k$  对其下方编号体  $B_j$  的相对角速度，求和是从  $B_k$  向下通过基体  $B_1$  到  $R$ 。为了简化记号，把  ${}^R\omega^{B_k}$  写成  $\omega_k$ ，而把  ${}^{B_1}\omega^{B_k}$  写成  $\hat{\omega}_k$  于是方程 (3) 取如下形式：

$$\omega_k = \hat{\omega}_k + \omega_j + \dots + \omega_2 + \omega_1 \quad (4)$$

表 1

$B_k$	$B_1$	$B_2$	$B_3$	$B_4$	$B_5$	$B_6$	$B_7$	$B_8$	$B_9$	$B_{10}$	$B_{11}$	$B_{12}$	$B_{13}$	$B_{14}$	$B_{15}$	$B_{16}$	$B_{17}$
$L^0(k)$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17
$L^1(k)$	0	1	2	3	4	3	6	7	3	9	10	1	12	13	1	15	16
$L^2(k)$	0	0	1	2	3	2	3	6	2	3	9	0	1	12	0	1	15
$L^3(k)$	0	0	0	1	2	1	2	3	1	2	3	0	0	1	0	0	1
$L^4(k)$	0	0	0	0	1	0	1	2	0	1	2	0	0	0	0	0	0
$L^5(k)$	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0
$L^6(k)$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

考虑右手  $B_i$  的角速度。根据图 1,  $\omega_i$  是

$$\omega_i = \hat{\omega}_0 + \hat{\omega}_8 + \hat{\omega}_7 + \hat{\omega}_3 + \hat{\omega}_2 + \hat{\omega}_1 \quad (5)$$

注意: 指标 9, 8, 7, 3, 2, 1 正好就是表 1 中  $B_i$  所在列的元素。这意味着, 一旦物体连接数组已知, 则方程 (4) 中的求和算法便可写出。的确, 每个物体的角速度都可用表 1 中的连接数组来确定。此外, 物体的角速度构成了研究其他运动学量(如角加速度, 质心速度及加速度)的基础。因此, 一旦数组  $L(K)$  以及几何参数(节的长度)已知, 则一个自动计算系统运动学的数值程序便可发展出来。

#### 2.4 变换矩阵

考虑一对典型的相邻体  $B_j$  和  $B_k$ , 如图 2 所示。令  $n_{jm}$  和  $n_{km}$  是固定于  $B_j$  和  $B_k$  上的相互垂直的单位矢量。让  $SJK$  是一个变换矩阵, 其元素是一组单位矢量在另一组单位矢量上的投影(方向余弦)。即

$$SJK_{mn} = n_{jm} \cdot n_{kn} \quad (6)$$

单位矢量之间的关系可用表达式

$$n_{jm} = SJK_{mn} n_{kn} \quad (7)$$

来表示。(关于记号,  $SJK$  中的  $J$  和  $K$  以及单位矢量的第一脚标代表  $B_j$  和  $B_k$ ; 重复指标, 如方程 (7) 中的  $n$ , 表示在指标范围内求和。)

变换矩阵是正交的, 并且遵循传递关系

$$SJL = SJK SKL \quad (8)$$

重复使用方程 (8), 可以得到任一物体和惯性参考系  $R$  的单位矢量之间的变换矩阵。例如, 对图 1 的  $B_{11}$  (头), 我们有

$$S_{0, 11} = S_{01} \cdot S_{12} \cdot S_{23} \cdot S_3, 10 \cdot S_{10}, 11 \quad (9)$$

注意, 方程 (9) 中的指标相应于表 1 中  $B_{11}$  的列元素。

变换矩阵可用来获得固定于物体上的单位矢量的惯性标架分量。即, 如果  $V$  是一个表示成如下形式的矢量

$$V = V_{km} n_{km} = V_{0n} n_{0n} \quad (\text{对 } k, 0 \text{ 不求和}) \quad (10)$$

其中  $n_{0i}$  是固定于  $R$  中的单位矢量, 则分量  $V_{ki}$  和  $V_{0i}$  之间的关系是

$$V_{0n} = SOK_{nm} V_{km} \quad (11)$$

#### 2.5 欧拉参数

近年来许多研究者普遍使用欧拉参数来描述刚体的方位。欧拉参数是四个参数的集合

$$\varepsilon_{ki} \quad (i = 1, 2, 3, 4),$$

定义如下: 让  $B_k$  相对于相邻下方体  $B_j$  绕一个固定于  $B_j$  和  $B_k$  之间的轴转动角度  $\theta_k$  而进入一般方位。如果  $\lambda_k$  是一个平行于转轴的单位矢量, 则欧拉参数是<sup>[12,27,28,29]</sup>:

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon_{ki} &= \lambda_{ki} \sin(\theta_k/2) \quad (i=1, 2, 3) \text{ (对 } k \text{ 不求和)} \\ \varepsilon_{k4} &= \cos(\theta_k/2) \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

其中  $\lambda_{ki}$  是  $\lambda_k$  的  $n_{ki}$  分量。

欧拉参数是方位角的另一种表现形式。但是, 定义一个刚体的方位只需要三个角。因此, 欧拉参数彼此并不独立。事实上, 从方程 (12) 可以看出欧拉参数是彼此相关的, 即

$$\varepsilon_{k1}^2 + \varepsilon_{k2}^2 + \varepsilon_{k3}^2 + \varepsilon_{k4}^2 = 1 \quad (13)$$

用欧拉参数可使运动方程成为线性形式。而使用方位角, 这些方程是非线性的。因此, 欧拉参数的使用避免了引起数值困难的奇异性。具体讲, 欧拉参数和角速度分量之间的关系可用下面的方程<sup>[12]</sup>来表示:

$$\left. \begin{aligned} \dot{\varepsilon}_{k1} &= (1/2)(\varepsilon_{k4}\dot{\omega}_{k1} + \varepsilon_{k3}\dot{\omega}_{k2} - \varepsilon_{k2}\dot{\omega}_{k3}) \\ \dot{\varepsilon}_{k2} &= (1/2)(-\varepsilon_{k4}\dot{\omega}_{k1} + \varepsilon_{k1}\dot{\omega}_{k2} + \varepsilon_{k1}\dot{\omega}_{k3}) \\ \dot{\varepsilon}_{k3} &= (1/2)(\varepsilon_{k2}\dot{\omega}_{k1} - \varepsilon_{k1}\dot{\omega}_{k2} + \varepsilon_{k4}\dot{\omega}_{k3}) \\ \dot{\varepsilon}_{k4} &= (1/2)(-\varepsilon_{k1}\dot{\omega}_{k1} - \varepsilon_{k2}\dot{\omega}_{k2} - \varepsilon_{k3}\dot{\omega}_{k3}) \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

而且, 变换矩阵  $SJK$  可用欧拉参数表示如下:

$$SJK = \begin{bmatrix} \varepsilon_{k1}^2 - \varepsilon_{k2}^2 - \varepsilon_{k3}^2 + \varepsilon_{k4}^2 & 2(\varepsilon_{k1}\varepsilon_{k2} - \varepsilon_{k3}\varepsilon_{k4}) & 2(\varepsilon_{k1}\varepsilon_{k3} + \varepsilon_{k2}\varepsilon_{k4}) \\ 2(\varepsilon_{k1}\varepsilon_{k2} + \varepsilon_{k3}\varepsilon_{k4}) & (-\varepsilon_{k1}^2 + \varepsilon_{k2}^2 - \varepsilon_{k3}^2 + \varepsilon_{k4}^2) & 2(\varepsilon_{k2}\varepsilon_{k3} - \varepsilon_{k1}\varepsilon_{k4}) \\ 2(\varepsilon_{k1}\varepsilon_{k3} - \varepsilon_{k2}\varepsilon_{k4}) & 2(\varepsilon_{k2}\varepsilon_{k3} + \varepsilon_{k1}\varepsilon_{k4}) & (-\varepsilon_{k1}^2 - \varepsilon_{k2}^2 + \varepsilon_{k3}^2 + \varepsilon_{k4}^2) \end{bmatrix} \quad (15)$$

最后, 在形成控制方程时, 用广义坐标导数的线性组合作为基本变量是方便的。这些变量称为“广义速度”, 一般不能表示成某个坐标变量的导数, 因此, 这种采用广义速度的方法称为“拟坐标”方法。具体讲, 就是用相对角速度分量作为广义速度, 而用欧拉参数作为方位参数。方程 (14) 和后面将要推导的动力学方程构成一阶常微分方程组。

## 2.6 微分算法

Kane 方程要用到矢量及矢量的导数。因此, 当用 Kane 方程进行自动的数值分析时, 有一套计算矢量的导数的算法是有用的。为此, 再一次考虑多体系统的典型体  $B_k$ 。令  $r$  代表一个固定于  $B_k$  上的矢量。则  $r$  在惯性系  $R$  中的导数可以表示成<sup>[30]</sup>:

$$dr/dt = \omega_k \times r \quad (16)$$

这个表达式是一个微分算法, 即导数可用乘法来计算, 这是一个很有用的计算程序。

方程 (16) 形成了许多微分算法的基础。例如, 对于变换矩阵的元素, 我们有

$$\begin{aligned} d(SOK_{mn})/dt &= d(n_{0m} \cdot n_{kn})/dt = n_{0m} \cdot dn_{kn}/dt = n_{0m} \cdot \omega_k \times n_{kn} \\ &= n_{0m} \cdot (\omega_{kr} n_{0r}) \times (SOK_{pn} n_{0p}) = e_{mrp} \omega_{kr} SOK_{pn} \end{aligned} \quad (17)$$

其中  $\omega_{kr}$  ( $r=1, 2, 3$ ) 是  $\omega_k$  的  $n_{0r}$  分量,  $e_{mrp}$  是标准的轮换记号的元素<sup>[31]</sup>。

用矩阵形式, 方程 (17) 可以写成

$$d(SOK)/dt = WOK \cdot SOK \quad (18)$$

其中  $WOK$  是一个  $3 \times 3$  的矩阵, 其元素是

$$WOK_{mp} = e_{mrp} \omega_{kr} \quad (19)$$

## 3. 动力分析

### 3.1 自由度与坐标

如图 1, 包括 17 个物体的模型其自由度可以多达 102(17 × 6) 个。如果每个连接点都有平动和转动自由度便是这种情形。但是, 实际上, 人体只在颈部有充分的平动和转动。的确, 对许多应用来说, 某些连接点如肘和膝都可以用简单铰来模拟。其他连接点如髋部和肩可以用球铰来模拟。经过这些简化, 系统只有 52 个自由度。

描述这些自由度的变量(坐标)可以这样引进<sup>[11]</sup>: 让每个物体带一个直角坐标系, 其原点在体和相邻下方体的连接点处。让坐标系的轴平行于该物体的惯性主轴。当所有坐标轴彼此平行时, 系统的位形称为“参考位形”。最后, 在参考位形中, 让 X 或“1”轴向前, Y 或“2”轴向左, 而 Z 或“3”轴向上。

让骨盆的坐标原点  $O_1$  相对于 R 的位移由平动变量  $x_{1i}$  ( $i = 1, 2, 3$ ) 确定。类似地, 让肘和膝的转动由角  $\beta_5, \beta_8, \beta_{13}$  及  $\beta_{16}$  确定。其他连接点处的转动由相对角速度  $\dot{\omega}_{ki}$  ( $i = 1, 2, 3$ ) 确定, 其中  $k$  是连接点处上方编号体的指标。

让自由度由广义速度  $y_l$  ( $l = 1, \dots, 52$ ) 描述, 其定义如下

$$\begin{aligned}
 x_{1i} & \quad i = 1, 2, 3 \\
 x_{10i} & \quad i = 4, 5, 6 \\
 x_{11i} & \quad i = 7, 8, 9 \\
 \beta_5 (= \dot{\omega}_{5,2}) & \quad l = 10 \\
 \beta_8 (= \dot{\omega}_{8,2}) & \quad l = 11 \\
 \beta_{13} (= \dot{\omega}_{13,2}) & \quad l = 12 \\
 \beta_{16} (= \dot{\omega}_{16,2}) & \quad l = 13 \\
 \dot{\omega}_{ki} & \quad l = 14, \dots, 52
 \end{aligned} \tag{20}$$

这些广义速度具有坐标导数的量纲(位移导数或角度导数)。但是在方程 (20) 中, 后面的 39 个  $y_l$  是由相对角速分量  $\dot{\omega}_{ki}$  定义的。这样, 它们并不是一个简单方位角或坐标的导数。事实上, 在一般情况下, 那种坐标并不存在。因此它们常常称为“拟坐标”。但是, 必须有一种变量来定义相对方位。而且必须能够用这些变量来定义相对角速度。前面定义的欧拉参数充当这种角色是很理想的——即用方程 (14) 的那种关系取代方程 (20) 的前七个简单关系。

### 3.2 运动学

用前面的概念和定义, 可以发现<sup>[12]</sup>模型中的典型体  $B_k$  的角速度可以表示成

$$\omega_k = \omega_{kim} y_l n_{0m} \tag{21}$$

其中, 如前所述, 重复指标表示在指标范围内求和;  $n_{0m}$  ( $m = 1, 2, 3$ ) 是固定于 R 中的相互垂直的右手系单位矢量;  $y_l$  ( $l = 1, \dots, 52$ ) 是广义速度;  $\omega_{kim}$  ( $k = 1, \dots, 17; i = 1, \dots, 52; m = 1, 2, 3$ ) 是“偏角速度矢量”的分量。  $\omega_{kim}$  的具体表达式及算法可在文献 [12] 中找到。

方程 (21) 表明,  $\omega_k$  是广义速度的线性函数。  $\omega_{kim}$  不是广义速度的函数, 而只是起广义坐标作用的欧拉参数的函数。

对方程 (21) 进行微分,  $B_k$  的角加速度变成

$$a_k = (\omega_{kim} \dot{y}_l + \dot{\omega}_{kim} y_l) n_{0m} \tag{22}$$

文献 [12] 也包括了  $\dot{\omega}_{kim}$  的表达式。

用类似的方法, 物体质心的速度和加速度可表示成

$$v_k = V_{kim} y_l n_{0m} \quad \text{及} \quad a_k = (V_{kim} \dot{y}_l + \dot{V}_{kim} y_l) n_{0m} \tag{23}$$

其中  $V_{kim}$  是 Kane<sup>[20]</sup> 所定义的偏速度分量, 文献 [12] 提供了  $V_{kim}$  和  $\dot{V}_{kim}$  的算法。

方程 (21), (22) 及 (23) 表明, 系统的运动学可以由基本数组  $\omega_{klm}$ ,  $\dot{\omega}_{klm}$ ,  $V_{klm}$  和  $\dot{V}_{klm}$  来表示。因此, 一旦这些数组已知, 整个系统的运动学就被确定。

### 3.3 力

为了讨论作用在系统上的力, 令模型受到任意外加力场的作用。让作用在  $B_k$  上的力场由一个通过质心  $G_k$  的力  $F_k$  和一个力偶  $M_k$  组成的等效力系来代替。于是由 Kane 方法, 对每个广义速度的广义主动力可以定义如下

$$\begin{aligned} \hat{F}_l &= (\partial V_k / \partial y_l) \cdot F_k + (\partial \omega_k / \partial y_l) \cdot M_k \\ &= V_{klm} F_{km} + \omega_{klm} M_{km} \quad (l = 1, \dots, 52) \end{aligned} \quad (24)$$

其中  $F_{km}$  和  $M_{km}$  分别是  $F_k$  和  $M_k$  的  $n_{0m}$  分量。

此外, 设在相邻物体之间存在内力和内力矩, 用以模拟肌肉力。肌肉力和力矩也对广义力有贡献。采用如上所述的广义速度, 则肌肉力和力矩对广义力的贡献可以解耦。即每个广义力至多只包含一个肌肉力和力矩分量(关于细节, 参看文 [11] 和 [32])。把这些分量记为  $r_l$ 。则最后的广义主动力变成

$$\bar{F}_l = \hat{F}_l + r_l \quad (l = 1, \dots, 52) \quad (25)$$

类似地, 让作用在物体  $B_k$  上的惯性力用一个通过质心的力  $F_k^*$  及一个力偶  $M_k^*$  来代替。则  $F_k^*$  和  $M_k^*$  可以表示成

$$F_k^* = -m_k a_k \quad \text{及} \quad M_k^* = -I_k \cdot a_k - \omega_k \times (I_k \cdot \omega_k) \quad (\text{对 } k \text{ 不求和}) \quad (26)$$

其中,  $m_k$  是  $B_k$  的质量,  $I_k$  是  $B_k$  的中心惯性并矢。对每个  $y_l$  的广义惯性(被动)力  $F_l^*$  ( $l = 1, \dots, 52$ ) 定义如下

$$\begin{aligned} F_l^* &= (\partial V_k / \partial y_l) \cdot F_k^* + (\partial \omega_k / \partial y_l) \cdot M_k^* \\ &= V_{klm} F_{km}^* + \omega_{klm} M_{km}^* \end{aligned} \quad (27)$$

其中,  $F_{km}^*$  和  $M_{km}^*$  分别是  $F_k^*$  和  $M_k^*$  的  $n_{0m}$  分量。

将方程 (21), (22), (23) 和 (26) 代入 (27),  $F_l^*$  变成

$$F_l^* = -a_{lp} y_p + f_l^* \quad (28)$$

其中  $a_{lp}$  和  $f_l^*$  是

$$a_{lp} = m_k V_{klm} V_{kpm} + I_{kmn} \omega_{klm} \omega_{kpn} \quad (29)$$

$$f_l^* = -(m_k V_{klm} V_{kpm} y_p + I_{kmn} \omega_{klm} \dot{\omega}_{kpn} y_p + e_{rsm} I_{kin} \omega_{klm} \omega_{kqr} \omega_{kpn} y_p y_q) \quad (30)$$

其中  $I_{kmn}$  是  $I_k$  的  $n_{0m}$ ,  $n_{0n}$  分量;  $e_{rsm}$  是标准的轮换记号<sup>[31]</sup>。

最后, 设系统受到下列形式的约束

$$b_{ul} y_l = G_u \quad (u = 1, \dots, m; m < 52) \quad (31)$$

其中  $b_{ul}$  ( $u = 1, \dots, m; l = 1, \dots, 52$ ) 和  $G_u$  ( $u = 1, \dots, m$ ) 是广义坐标和时间的函数。于是会产生约束力和力矩。如果将作用在每个物体上的这些力和力矩用一个通过  $G_k$  的力  $F_k'$  和一个力偶  $M_k'$  来代替, 则广义约束力  $F_l'$  ( $l = 1, \dots, 52$ ) 可以表示成

$$F_l' = (\partial V_k / \partial y_l) \cdot F_k' + (\partial \omega_k / \partial y_l) \cdot M_k' = V_{klm} F_{km}' + \omega_{klm} M_{km}' \quad (32)$$

其中  $F_{km}'$  和  $M_{km}'$  分别是  $F_k'$  和  $M_k'$  的  $n_{0m}$  分量。

在文献 [20] 中已证明  $F_l'$  可用方程 (31) 中的约束系数  $b_{ul}$  表示成

$$F_l' = b_{ul} \lambda_u \quad (33)$$

其中  $\lambda_u$  是约束力和约束力矩的分量。

### 3.4 动力学方程

由 Kane 的动力学方程, 广义力的和等于零。即

$$F_i + F_i^* + F_i' = 0 \text{ 或 } F_i + F_i^* + b_{ni}\lambda_n = 0 \quad (34)$$

用矩阵形式, 这些方程可以写成

$$F + F^* + F' = 0 \text{ 或 } F + F^* + B^T\lambda = 0 \quad (35)$$

其中  $B$  是一个  $m \times 52$  的数组, 其元素是  $b_{ni}$ 。

利用方程 (25) 和 (28), 这些方程取如下形式

$$a_{ip}y_p = f_i^* + \hat{F}_i + \tau_i + b_{ni}\lambda_n$$

或

$$Ay = f^* + \hat{F} + \tau + B^T\lambda \quad (36)$$

其中  $A$  是由  $a_{ip}$  构成的  $52 \times 52$  数组。  $A$  有时称为“广义质量”数组。

## 4. 求解方法

方程 (31) 和 (36) 构成  $52 + m$  个方程, 而未知数是  $104 + m$  个。这些未知数是 52 个  $y_i$ , 52 个  $\tau_i$  和  $m$  个  $\lambda_n$ 。因此需要补充方程才能求解。通常这些补充方程是根据  $\tau_i$  (肌肉力和力矩) 的信息和假定来获得。例如,  $\tau_i$  可以是零。另一种方法是,  $\tau_i$  可从优化判据, 如能量最小或功最小来确定。

当  $\tau_i$  等于零时, 控制方程 [式 (31) 和 (36)] 可以用来研究模型对冲击力、重力、接触力的响应。如撞车、摔倒时所发生的情形那样。当  $\tau_i$  不等于零时, 控制方程可以用来模拟常规运动, 如举重, 站立, 行走以及跳高, 跑步及投掷等体育运动。

为了说明某些求解方法, 考虑  $\tau_i$  等于零的情况。式 (31) 和 (36) 构成求解  $52 + m$  个未知数的  $52 + m$  个方程。这些方程是对  $y_i$  和  $\lambda_n$  相互耦合的微分代数方程。绝大多数数值求解方法 (标准的微分方程求解程序) 并不适合于微分/代数方程。为了克服这一困难, 把  $\lambda_n$  从方程中消去是方便的。为此, 设  $C$  是  $B$  的正交余补数组。即, 让  $C$  是一个  $(52 - m) \times m$  的数组, 使

$$BC = 0 \text{ 或 } C^T B^T = 0 \quad (37)$$

于是用  $C^T$  前乘方程 (36), 我们有

$$C^T Ay = C^T f^* + C^T \hat{F} \quad (38)$$

(注意  $\tau$  已取为零。) 式 (31) 和 (38) 就构成求解 52 个  $y_i$  的  $m + 52 - m (= 52)$  个一阶常微分方程。

很容易写出计算机程序来数值推导这些方程。具体讲, 方程的系数可以这样计算: 首先, 记录下方位数组  $L(K)$ , 物理参数 (质量和转动惯量) 以及几何参数 (节的尺寸), 主动力和力矩。其次, 从物体方位的初值确定欧拉参数  $e_{ki}$ 。方程 (8) 和 (15) 便可用来确定变换矩阵  $SOK$ 。知道了  $L(K)$  和  $SOK$  后, 就可写出程序来确定数组  $\omega_{kjm}$ ,  $\dot{\omega}_{kjm}$ ,  $V_{kjm}$  及  $\dot{V}_{kjm}$ 。从而由方程 (29) 和 (30) 就可确定微分方程的系数矩阵  $A_{ip}$  和  $f_i^*$ 。在一个时间步长上积分这些方程并更新方程的系数, 变量的整个历程都可得到。

## 5. 应用

式 (31) 和 (38) 提供了生物系统动力分析的基础。根据这些方程已写出了许多研究特殊生物系统的计算机程序。文献 [1-12, 33, 34, 35] 综述了这些程序的某些方面。

这些程序的主要应用领域是撞车-伤员动力学的研究。这包括整体运动以及只集中于头、颈

部位运动的研究。也写出了计算机程序来研究体育运动如投掷及游泳。这些程序已被目前所能得到的实验数据所证实。

虽然这些努力已取得了明显的成功,但还有许多工作需要做。有许多领域其新的知识都可用前面的分析来获得。基本的人体运动如行走,静坐,举重还远未被很好了解。此外,前面的分析对于在给定运动条件下能量消耗的研究提供了一种工具。这种信息对于改善训练以及整修技术可能是有用的。事实上;那种分析可用来确定最佳运动。这些领域中的工作几乎还没有。

前面的分析也可用于矫形器(拐杖,支架,假肢)以及工作站的设计方面。

最后,对生物体运动的全面了解,可用来改善机器人和操作手的设计。前面的分析也适合这一目的。

按照作者的观点,发展那种分析将是 1990 年代研究的主要领域。

致谢 本研究受到(美国)国家科学基金的部分资助,合同号为 MSM-8612970。特此致谢。

### 参 考 文 献

- [1] Huston, R. L., Hessel, R. E. and Winget, J. M., Dynamics of a crash victim —A finite segment model, *AIJA Journal*, 14, 12(1976), 173—178.
- [2] Huston, R. L., Passerello, C. E., Hessel, R.E. and Harlow, M.W., On human body mechanics, *Annals of Biomedical Engineering*, 4, (1976), 25—43.
- [3] Huston, R. L., A summary of three-dimensional, grass-motion, crash-victim simulators, *Structural Mechanics Software Series, I*, University Press of Virginia (1977), 611—622.
- [4] Winget, J. M., Harlow, M. W. and Huston, R. L., A biodynamic model of a parachutist, *Aviation, Space and Environmental Medicine*, Vol. 49, (1978), 178—182.
- [5] Huston, J. C., Harlow, M. W. and Huston, R. L., A comprehensive, three-dimensional head-neck model for Impact and High acceleration Studies, *Aviation, Space and Environmental Medicine*, 49, (1978), 205—210.
- [6] Kamman J. W. and Huston, R.L., On parachutist dynamics, *Journal of Biomechanics*, 14, 9(1981), 645—752.
- [7] Tien, C. S. and Huston, R. L., Numerical advances in grass-motion simulations of head/neck dynamics, *Journal of Biomechanical Engineering*, 109, (1987), 163—168.
- [8] Huston, R. L., Crash victim simulation: use of computer models, *International Journal of Industrial Ergonomics*, 1, (1987), 285—291.
- [9] Khader, G. and Huston, R.L., Analysis of opening shock of a chest mounted reserve parachute, *Journal of Biomechanical Engineering*, 109, (1987), 121—125.
- [10] Liu, Y. S., Bhattacharya, A. and Huston, R. L., Modeling of a carpet installer kneekicker, *International Journal of Industrial Ergonomics*, 2, (1988), 179—182.
- [11] Huston, R. L., Human modeling for rehabilitation, *Ergonomics in Rehabilitation* (A. Mital and W. Karwowski, Eds.), Taylor and Francis, Ltd., London (1988), 147—160.
- [12] Huston, R. L., Passerello, C. E. and Harlow, M. W., Dynamics of multi-rigid-body systems, *Journal of Applied Mechanics*, 45, (1978), 889—894.
- [13] Huston R. L. and Passerello, C. E., On multi-rigid body-system dynamics, *Computers and Structures*, 10, (1979), 439—446.
- [14] Huston, R. L. and Passerello, C. E., Multibody structural dynamics including translation between bodies' *Computers and Structures*, 11, (1980), 713—720.
- [15] Huston, R. L., Flexibility effects in multibody system dynamics, *Mechanics Research Communication*, 7, 4(1980), 261—268.
- [16] Huston, R. L., Multi-body dynamics including the effects of flexibility and compliance, *Computers and Structures*, 14, 5—6 (1981), 443—451.
- [17] Huston, R. L. and Kamman, J. W., A discussion of constraint equations in multibody dynamics, *Mechanics Research Communication*, 9, (1982), 251—256.
- [18] Kamman J. W., and Huston, R. L., Constrained multibody system dynamics—An automated approach, *Computers and Structures*, 18, 6(1984), 999—1003.
- [19] Huston, R. L., Computing angular velocity in multibody systems, *Engineering Computations*, 3, 3(1986), 223—230.

(下转封四)



(上接第 28 页)

- [20] Wang, J. T. and Huston, R. L. Kane's equation with undetermined multipliers—Applications with constrained multibody systems, *Journal of Applied Mechanics*, 54, 2(1987), 424—429.
- [21] Huston, R. L., On the equivalence of Kane's equations and Gibbs' equation in multibody dynamics, *Mechanics Research Communications*, 14, 2(1987), 123—131.
- [22] Huston, R. L., Comment on relationship between Kane's equation and the Gibbs-Appel equations, *Journal of Guidance Control and Dynamics*, March-April, (1988), 191.
- [23] Amirouche, F. M. L. and Huston, R. L., Dynamics of large constrained flexible structures, *Journal of Dynamic System Measurement and Control*, 110, 1(1988), 78—83.
- [24] Wang, J. T. and Huston, R. L., Computational methods in constrained multibody dynamics: matrix formalism, *Computers and Structures*, 29, 2(1988), 331—338.
- [25] Huston, R. L., Methods of analysis of constrained multibody systems, *Mechanics of Structures and Machines*, 17, 12(1988).
- [26] Huston, R. L. and Wang, J. T. A comparison of analysis methods of redundant multibody systems, *Mechanics Research Communications*, 16, 3(1989), 175—182.
- [27] Whittaker, E. T., *Analytical Dynamics*, Cambridge, London (1937), 8, 16.
- [28] Kane, T. R., Likins, P. W. and Levinson, D. A., *Spacecraft Dynamics*, McGraw Hill, New York(1983).
- [29] Nikravesh, P. E. and Chung, I. S., Application of Euler parameters to the dynamic analysis of three dimensional constrained systems, *Journal of Mechanical Design*, 104, (1982), 785—791.
- [30] Kane, T. R. and Levinson, D. A., *Dynamics, Theory and Applications*, McGraw Hill, New York(1985).
- [31] Brand, L., *Vector and Tensor Analysis*, Wiley (1947).
- [32] Huston, R. L. and Kelly, N.A., The development of equations of motion of single arm robots, *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics*, SMC-12 (1982), 259—265.
- [33] Huston, R. L., Passerello, C. E. and Harlow, M. W., User's manual for UCIN CRASH, vehicle occupant crash study model—Version II, University of Cincinnati Report ONR-UC-EA-120174 (1974).
- [34] Huston, R. L., Passerello, C. E., Harlow, M. W. and Winget, J. M., User's manual for UCIN-SUPER: chain systems, National technical Information Service (NTIS), USA, Report No. PB2459 (1975).
- [35] Kamrau, J. W. and Huston, R. L., User's manual for UCIN DYNOCOMBS II, National Technical Information Service (NTIS) USA, Report No. PB87-216594/A05 (1987).

## 力学与实践

(双月刊)

1990年12月 第12卷 第6期

编辑 《力学与实践》编辑委员会  
(北京中关村中国科学院力学研究所, 邮政编码 100080)

主编 武际可

出版 科学出版社  
北京东黄城根北街16号 邮政编码 100707

印刷 中国科学院印刷厂

总发行处 北京市邮政局

订购处 全国各邮电局

国外总发行 中国国际图书贸易总公司  
(中国国际书店)

北京399信箱

国内统一刊号: CN 11-2064

国内邮发代号: 2-178 国外刊号: BM419 定价: 1.70元

公开发刊