

斑法记录了整个面的位移信息，比常规引伸计和电阻应变片等点测量手段更易于进行裂缝扩展的跟踪分析。

白光散斑法测量的误差表现在两方面，一是测量系统的误差，绝对误差范围为 $-3.99\mu\text{m} \sim 3.6\mu\text{m}$ ；另一是混凝土试件表面不平整，常会使杨氏条纹模糊，并且当表面凹凸不平时，还会使测点位移方向错乱。因此，在试件成型时应抹平表面以减小读数误差。

#### 4. 结论

1. 大骨料，大尺寸，全级配素混凝土的

CTODc 白光散斑测定值为 $44\mu\text{m}$ 。

2. 在裂缝扩展过程中，缝端张开位移基本上是恒定值。

3. 白光散斑法测定大尺寸混凝土的 CTODc 是一种有效的值得推广的方法。

#### 参 考 文 献

[1] Carpinteri, A. et al., 混凝土断裂力学,湖南大学出版社出版(1988).

[2] 谭江级,涂传林,牛彦洲等,用白光散斑法测量混凝土的旋转因子初探,水电部中南勘测设计院(1988.8).

(本文于1990年2月14日收到)

## 结构混凝土的时效分析

李 建 中

(石家庄铁道学院)

**摘要** 本文利用 Torsl-Bažant 方法采用形式为

$$\phi(t_0, t - t_0, T) = \sum_{j=1}^m \alpha_j(t_0) [1 - e^{-\lambda_j J(T)(t-t_0)}]$$

的徐变函数，推导出任意一时段(时间间隔)内混凝土由于收缩、徐变而产生的应变增量的计算公式，应用所推导的公式进行有限元步进分析(Step-by-Step)时，即可把混凝土结构的收缩、徐变问题转化为具有初应变的弹性问题，又能最大限度的节省应力历史的贮存。

**关键词** 混凝土，时效

式为

$$\chi(t, t_0) = \frac{E(t_0)}{E(t_0) - R(t, t_0)} - \frac{1}{\phi(t, t_0)}$$

$R(t, t_0)$  为混凝土的松弛系数。

从以上可以看出解方程(1)的关键就是选取徐变系数 $\phi(t, t_0)$ ，本文采用的徐变函数为：

$$\Phi(t_0, t - t_0, T) = \sum_{j=1}^m \alpha_j(t_0) [1 - e^{-\lambda_j J(T)(t-t_0)}] \quad (2)$$

式中 $J(T)$  为温度转换函数， $T$  为温度。

采用以上徐变函数的优点是它考虑了影响徐变的三个主要因素：加载龄期，荷载作用的持续时间以及温度的影响。另外公式(2)中的参数亦可以由试验确定，也可由 ACI1978, CEB-FIP1978 和 BP-2 等徐变模式来确定。

#### 2. 步进分析

当考虑结构经历的应力历史对其变形，内力的影响时，就需要加设时间坐标，划分时段，在每一时段都对当时已形成的结构进行一次全面分析，求出该时段内产生的全部节点位移和

#### 1. 徐变模式

根据 Torsl-Bažant 理论<sup>[1]</sup>，当混凝土上作用随时间变化的应力时，从开始加载( $t = t_0$ )到任意时刻( $t = t$ )时混凝土的应变为：

$$\begin{aligned} \epsilon(t) &= \frac{\sigma(t_0)}{E(t_0)} [1 + \phi(t, t_0)] \\ &\quad + \frac{\sigma(t) - \sigma(t_0)}{E(t_0)} \\ &\quad \cdot [1 + \chi(t, t_0) \phi(t, t_0)] \end{aligned} \quad (1)$$

式中 $E(t_0)$  为加载时的弹性模量， $\phi(t, t_0)$  为混凝土的徐变系数， $\chi(t, t_0)$  为时间函数，其计算

节点力增量,上述增量与时段开始的位移,节点力相加即可得出本时段结束时(亦即下一时段开始)的节点位移和节点力状态。

如将所考虑的整个时域( $t_1 \sim t_{n+1}$ )划分为 $n$ 个时段,由初瞬时 $t = t_1$ 起,以后各计算时刻依次为 $t_2, t_3, \dots, t_i, \dots, t_{n+1}$ ,相应时段则为

$$\begin{aligned}\Delta t_1 &= t_2 - t_1, \\ \Delta t_2 &= t_3 - t_2 \dots \Delta t_i = t_{i+1} - t_i \dots \Delta t_n \\ &= t_{n+1} - t_n,\end{aligned}$$

则在第*i*时段末混凝土的应变可以由式(1)和叠加原理得出即:

$$\begin{aligned}\varepsilon(i+1) &= \sum_{j=1}^{i-1} \Delta\sigma(t_j) \phi(t_j, t_{i+1} - t_j, T_j) \\ &\quad + \frac{\Delta\sigma(t_i)}{E(t_i)} [1 + \chi(t_{i+1}, t_i) \\ &\quad \cdot \phi(t_i, t_{i+1} - t_i, T_i)] \\ &\quad + \varepsilon_s(i+1)\end{aligned}\quad (3)$$

式中,  $\varepsilon_s(i+1)$ : 在时刻 $t_{i+1}$ 时由于混凝土收缩产生的应变。

而在第*i*时段初混凝土的应变为:

$$\varepsilon(i) = \sum_{j=1}^{i-1} \Delta\sigma(t_j) \phi(t_j, t_i - t_j, T_j) + \varepsilon_s(i) \quad (4)$$

如把式(2)代入式(3)则有:

$$\begin{aligned}\varepsilon(i+1) &= \Delta\sigma(t_i) \sum_{j=1}^m \alpha_j(t_i) [1 - \\ &\quad \exp[-\lambda_j J(T_1)(t_{i+1} - t_1)]] \\ &\quad + \Delta\sigma(t_2) \sum_{j=1}^m \alpha_j(t_2) [1 - \\ &\quad \exp[-\lambda_j J(T_2)(t_{i+1} - t_2)]] \\ &\quad + \dots + \Delta\sigma(t_{i-1}) \sum_{j=1}^m \alpha_j(t_{i-1}) \\ &\quad \cdot [1 - \exp[-\lambda_j J(T_{i-1})(t_{i+1} \\ &\quad - t_{i-1})]] + \frac{\Delta\sigma(t_i)}{E(t_i)} \\ &\quad \cdot [1 + \chi(t_{i+1}, t_i) \phi(t_i, t_{i+1} \\ &\quad - t_i, T_i)] + \varepsilon_s(i+1)\end{aligned}\quad (5)$$

方程(5)经整理可写为:

$$\varepsilon(i+1) = \Delta\sigma(t_i) \sum_{j=1}^m \alpha_j(t_i) [1 -$$

$$\begin{aligned}&\exp[-\lambda_j J(T_1)\Delta t_1 - \lambda_j J(T_2)\Delta t_2 \\ &\quad - \dots - \lambda_j J(T_i)\Delta t_i]] \\ &\quad + \Delta\sigma(t_i) \sum_{j=1}^m \alpha_j(t_i) [1 - \\ &\quad \exp[-\lambda_j J(T_2)\Delta t_2 - \lambda_j J(T_3)\Delta t_3 \\ &\quad - \dots - \lambda_j J(T_i)\Delta t_i]] \\ &\quad + \dots + \Delta\sigma(t_{i-1}) \sum_{j=1}^m \alpha_j(t_{i-1}) \\ &\quad \cdot [1 - \exp[-\lambda_j J(T_{i-1})\Delta t_{i-1} \\ &\quad - \lambda_j J(T_i)\Delta t_i]] \\ &\quad + \frac{\Delta\sigma(t_i)}{E''(t_{i+1}, t_i)} + \varepsilon_s(i+1)\end{aligned}\quad (6)$$

式中,

$$E''(t_{i+1}, t_i) = \frac{E(t_i)}{1 + \chi(t_{i+1}, t_i) \phi(t_i, t_{i+1} - t_i, T_i)}$$

称之为随时间调整的有效模量。同理方程(4)可写为:

$$\begin{aligned}\varepsilon(i) &= \Delta\sigma(t_i) \sum_{j=1}^m \alpha_j(t_i) [1 - \\ &\quad \exp[-\lambda_j J(T_1)\Delta t_1 - \lambda_j J(T_2)\Delta t_2 \\ &\quad - \dots - \lambda_j J(T_{i-1})\Delta t_{i-1}]] \\ &\quad + \Delta\sigma(t_2) \sum_{j=1}^m \alpha_j(t_2) [1 - \\ &\quad \exp[-\lambda_j J(T_2)\Delta t_2 - \lambda_j J(T_3)\Delta t_3 \\ &\quad - \dots - \lambda_j J(T_{i-1})\Delta t_{i-1}]] \\ &\quad + \dots + \Delta\sigma(t_{i-1}) \sum_{j=1}^m \alpha_j(t_{i-1}) \\ &\quad \cdot [1 - \exp[-\lambda_j J(T_{i-1})\Delta t_{i-1}]] \\ &\quad + \varepsilon_s(i)\end{aligned}\quad (7)$$

在第*i*时段内混凝土的应变增量为:

$$\Delta\varepsilon(i) = \varepsilon(i+1) - \varepsilon(i)$$

把公式(6)、(7)代入上式经整理有:

$$\Delta\varepsilon(i) = \frac{\Delta\sigma(t_i)}{E''(t_{i+1}, t_i)} + \varepsilon'' \quad (8)$$

式中,

$$\begin{aligned}\varepsilon'' &= \sum_{j=1}^m A_{ji-1} \exp[-\lambda_j J(T_{i-1})\Delta t_{i-1}] \\ &\quad \cdot (1 - \exp[-\lambda_j J(T_i)\Delta t_i]) + \Delta\varepsilon_s(i)\end{aligned}$$

称之为初应变,其中

$$\left. \begin{aligned} A_{ii-1} &= A_{ii-2} \exp[-\lambda_i J(T_{i-2}) \Delta t_{i-2}] \\ &+ \Delta \sigma(t_{i-1}) \alpha_i(t_{i-1}) \\ &\dots \\ A_{i1} &= \Delta \sigma(t_1) \alpha_i(t_1) \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

$\Delta \epsilon_i(i)$  为混凝土在第  $i$  时段产生的收缩应变增量。

利用公式(8)进行有限元分析时,只需做有初应变的弹性分析,应力历史只需储存在数组  $A_{ii}$  中,利用公式(9)累计得到,这样可以最大限度节省储存单元和计算时间,使得大型混凝土结构的时效分析在实际工程中的应用成为现实。

### 3. 算例

为了证明所推导的计算公式,说明公式的应用,笔者编制了有限元步进分析程序。现以一典型的箱梁桥为例<sup>[2]</sup>,在计算中为了和原始资料作比较,徐变函数的参数是由  $P-B2$  模式来确定的。该桥由预制梁块悬臂拼装而成,计算在其自重作用下的长期变形和内力重分布,施工顺序为先左半跨,后右半跨。

虽然程序可以根据施工过程来考虑混凝土龄期不同以及自重的逐渐作用,但为了计算方便,假设每半跨具有相同的龄期,当跨中合拢时,左右半跨的龄期分别为  $t_a = 270$  天,  $t_b = 90$  天,自重在 60 天时一次作用,且沿跨均匀分布荷载  $q = 140 \text{ kN/m}$ 。

左半跨在总体结构内编号为 1~5# 的截面惯性矩分别为  $64.2, 28.3, 10.9, 4.27, 2.52 \text{ m}^4$ , 右半跨与之对称。此处所用混凝土的基本特性为:

$f_c' = 41.37 \text{ MPa}$ , 水:细集料:粗集料:水泥 =  $0.42:2.1:2.7:1$  环境相对湿度  $H = 65\%$ 。

混凝土桥的结构形式及单元划分可见图 1。

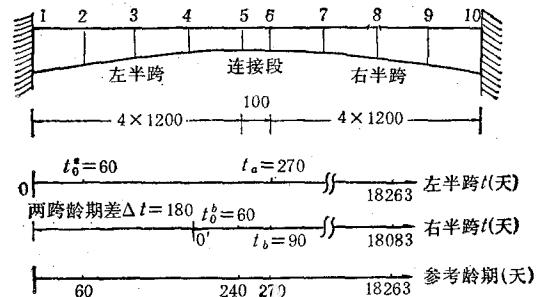


图 1 混凝土桥分段施工示例及单元划分

选取 6 个时段,各计算时刻依次为 60、60、240、240、270、18263 天,时段长度为零表示弹性分析。

下面给出部分计算结果,并与文献[2]中所求得的结果进行比较。

#### 1. 支反力

在 5 时段结束以前,两半跨均是静定结构,支反力由平衡条件确定。结构体系转换后徐变引起附加支反力,计算结果列于表 1。

表 1 50 年后混凝土徐变引起的反力变化 (kN·m)

节点 项目 方向	1		10	
	Y	Z	Y	Z
本文结果	107.8	$-0.1301 \times 10^5$	-107.8	0.2346
文献[2]结果	103.6	$-0.1424 \times 10^5$	-103.6	$0.2418 \times 10^5$
本文与文献[2]的相对误差	-3.9%	8.6%	-3.9%	3%
附加支反力/弹性反力	1.6%	-7.2%	-1.6%	-14%

从表中可以看出两种方法计算出的结果相差很小,徐变引起的垂直反力很小,仅占弹性反力的 2% 以下。

#### 2. 弯矩重分布

弯矩变化情况可见图 2,在支座截面即 10# 截面弯矩重分布为 15%,在跨中截面由于徐变的影响使原弯矩图下移。由此可见,在体系转换后由徐变引起的弯矩重分布相当明显。

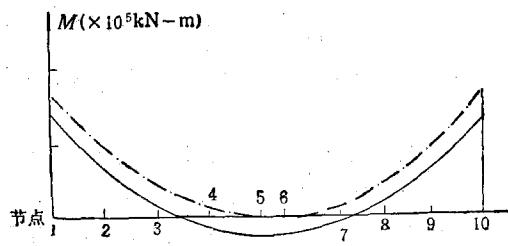


图 2 体系转换后混凝土时效引起的弯矩重分布  
— 50 年后弯矩曲线 —·— 弹性弯矩曲线

## 参考文献

- [1] Z. P. Bažant, Prediction of concrete creep effects using age-adjusted effective modulus Method, *ACI Journal*, 69, 4 (April 1972), 212—217.
- [2] Bažant, Z. P., Creep and shrinkage characterization for Analyzing, Prestressed concrete structures *PCI Journal*, (May—June 1980).

(本文于 1990 年 2 月 19 日收到)

## 带裂纹板的应力强度因子测试系统<sup>1)</sup>

贾有权 曹洪

(天津大学) (广东省水电研究所)

**摘要** 本文提出一种焦散测试系统, 可以快速测取实际工程带裂纹板壳构件工作时的应力强度因子 ( $K_I$ ,  $K_{II}$ ,  $K_{III}$ )。也可用于检测内部裂纹。

**关键词** 应力强度因子, 焦散线

### 1. 前言

实际工程构件的 SIF 对安全度可靠性的判断至关重要。而实际板壳构件(如机翼)边界复杂, 载荷复杂, 区域有限, 计算困难; 而诸多实验方法如光弹、全息、散斑、云纹等又只限在实验室内进行, 因此作者选用能测金属裂纹尖端奇异性焦散线法, 导出板在复杂受力状态下的焦散方程, 设计一套反射式焦散仪和软件与微机组成一套测试系统。可在很短时间内测出板的应力强度因子。

### 2. 焦散线基本方程

当光照射在带裂纹板裂纹尖端  $P(x, y)$  点时其反射到映射面上相关点  $P'(u, v)$  如图 1 所示。根据几何光学,  $P$  与  $P'$  间存在以下关系:

$$\left. \begin{aligned} u &= x - 2Z_0 \frac{\partial w}{\partial x} \\ v &= y - 2Z_0 \frac{\partial w}{\partial y} \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

$w$  为  $P$  点的离面位移。形成焦散线的必要条件

是上式的 Jacobian 为零即

$$J = \frac{\partial(u, v)}{\partial(x, y)} = 0 \quad (2)$$

现以板受纯弯为例说明焦散线方程。复杂受力可参阅文献[1]。关于焦散线的发展参阅[2]。根据[3]可导出尖端附近离面位移  $w$ :

$$w = -2Ar^{\frac{3}{2}}[(1 + cr^{-2})\cos \frac{\theta}{2} - \frac{B}{3}\cos \frac{3\theta}{2} + r^2(c_6 + c_7 \cos 2\theta)] + O(r^{\frac{1}{2}}) \quad (3)$$

式中

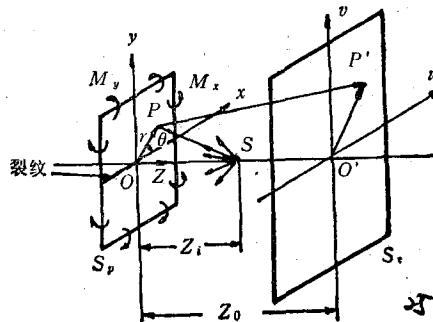


图 1

1) 本文为教委基金 8805606 中一部分。