

薄壁绕丝筒体应力与变形的近似计算

袁 彪

(江苏省锅炉压力容器安全检测中心所)

提要 将等张力缠绕筒体钢丝层中沿厚度方向近似呈阶梯状分布的预应力简化为均匀分布,其大小由钢丝层预应力降低系数 η 确定(η 随钢丝层厚度的增大而减小),由此可获得薄壁绕丝筒体应力与变形的近似计算式。

关键词 绕丝筒体,应力与变形,预应力降低系数

等张力缠绕筒体的应力与变形计算比较繁琐,有时甚至需要采用逐层计算的方法^[1]。当某些薄壁筒体或管道基于止裂或提高环向强度的目的作预应力缠绕增强处理时,由于筒体和钢丝层往往较薄,可将钢丝层假设为一个不受轴向力且周向应力呈阶梯状分布的薄壁圆筒,并且对筒壁和钢丝层所组成的整体也可按薄壁筒体考虑。在这样的假设下获得的等张力缠绕筒体应力与变形(指远离边缘处的,下同)简捷且具有一定精度的近似计算方法,对工程应用是很有意义的。本文给出的计算式在大庆石化总厂的一台绕丝增强容器(因壁厚不足,采用预应力绕丝增强)和我们进行的八台绕丝止裂试验圆筒的缠绕参数设计中已获得应用。使用该式时,我们将其计算结果与文献[2]的计算式计算结果比较非常接近(后面给出了一个计算实例),且与我们获得的绕丝圆筒绕丝后($r_1 = 102.9\text{mm}$, $r_2 = 109.5\text{mm}$, $d = 1.25\text{mm}$, $\sigma_{w_0} = 250\text{MPa}$, n 分别为1、2、3、4)的筒壁预应力实测值进行了比较,其最大误差不超过5%。

1. 预紧状态下筒体应力与变形的近似计算

对薄壁筒而言,筒体挠度 w 与筒壁应力的关系为:

$$w = -R_1 \varepsilon_t = -\frac{R_1}{E}(\sigma_t - \mu \sigma_z) \quad (1)$$

若求出了筒壁应力,则筒体挠度即可由上式求得。

在预应力缠绕过程中,钢丝的预紧使钢丝层及筒体产生径向收缩,钢丝的预应力将随之下降,其下降程度决定于它的径向位移。因此,可以认为在预紧状态下钢丝层中的应力沿壁厚呈阶梯状分布。在缠绕每一层钢丝(如第 k 层)时,相当于在其外作用了一外压力 p_{ck} 。假设钢丝为圆形截面(矩形截面可直接推广),钢丝层的厚度按 $\delta = n\pi d/4$ 计算^[2],则

$$p_{ck} = \frac{\pi d \sigma_{w_0}}{4r_k} \quad (k = 1, 2, \dots, n) \quad (2)$$

由 p_{ck} 所引起的任意半径 r 处的径向位移为:

$$w_{0k} = \frac{p_{ck} r_k r}{E(r_k - r_i)} = \frac{p_{ck} r_k r}{E t_k}$$

在全部缠绕过程中,第一层钢丝的预应力减小 n 次,每次对应的 t_k 分别为 $t + \pi d/4$, $t + 2\pi d/4$, \dots , $t + n\pi d/4$; 第二层钢丝的预应力减小 $n-1$ 次,每次对应的 t_k 分别为 $t + 2\pi d/4$, $t + 3\pi d/4$, \dots , $t + n\pi d/4$, 如此类推,直至第 n 层钢丝的预应力减小一次,对应的 t_k 为 $t + n\pi d/4$ 。故可近似以 t_{km} 作为整个缠绕过程中 t_k 的平均值代替上式中的 t_k :

$$t_{km} = t + \frac{(2n+1)\pi d}{12} \quad (3)$$

这样,每缠绕一层钢丝所产生的任意半径 r 处的平均径向位移为:

$$\bar{w}_{0k} = \frac{\pi d r \sigma_{w_0}}{4E t_{km}} \quad (4)$$

第 j 层钢丝在全部缠绕过程结束时的预应力为:

$$\sigma_{w_0}^j = \sigma_{w_0} \left[1 - \frac{(n+1-j)\pi d}{4t_{km}} \right]$$

再以各层钢丝中预应力的平均值作为钢丝

层的预应力 σ_{T_0} :

$$\begin{aligned} \sigma_{T_0} &= \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n \sigma_{w_0}^j \\ &= \sigma_{w_0} \left[1 - \frac{(n+1)\pi d}{8t_{km}} \right] = \eta \sigma_{w_0} \quad (5) \end{aligned}$$

式中, η 为钢丝层预应力降低系数, 其表达式为

$$\eta = 1 - \frac{(n+1)\pi d}{8 \left(t + \frac{2n+1}{12} \pi d \right)} \quad (6)$$

η 随着钢丝层厚度 δ 的增大而减小, 其极限值为 0.25, 见图 1.

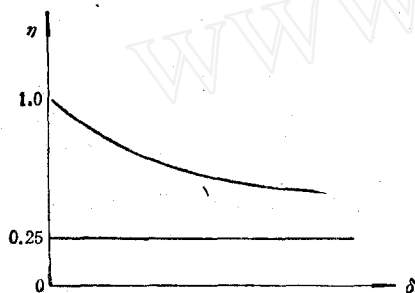


图 1 η 与 δ 的关系曲线

由 (6) 式还可看出, 当绕丝层厚度一定时, η 将随着绕丝层数的增加 (或钢丝直径的减小)

而增大, 故采用小直径、多层数的缠绕, 从提高钢丝的利用率考虑是有利的.

由 (5) 式和 (6) 式可求得筒壁预应力和筒体挠度分别为:

$$\sigma_{t_0} = - \frac{\eta \delta \sigma_{w_0}}{t} \quad (7)$$

$$w_0 = \frac{\eta \delta R_1 \sigma_{w_0}}{E t} \quad (8)$$

借助于弹性力学方法所导出的筒壁预应力近似计算式为^[2]:

$$\sigma_{t_0} = - \frac{E \sigma_{w_0} (r_2^2 - r_1^2)}{8 \beta^4 r_2^2 R_1 D} \ln \frac{(r_2 + \delta)^2 - r_1^2}{r_2^2 - r_1^2} \quad (9)$$

以 $r_1 = 153.5 \text{ mm}$, $r_2 = 162.5 \text{ mm}$, $\sigma_{w_0} = 100 \text{ MPa}$, $d = 2 \text{ mm}$ 为例, 分别采用 (7) 式和 (9) 式计算的筒壁预应力值 (以绝对值表示) 及其两者的比较见表 1.

由表 1 可知, 本文所给出的计算式与 (9) 式的计算结果很接近, 当 K 为 1.243 时 (此时绕丝筒体计算壁厚已为原壁厚的 4.5 倍), 两者之间的相对误差不到 5%. 而前者的计算较为简捷, 且结果直观 (体现在 η 上), 使其在缠绕参数的设计中应用非常方便.

表 1

缠绕层数 n	2	4	6	8	10	12	14	16	18
总径比 K	1.079	1.100	1.120	1.141	1.161	1.181	1.202	1.222	1.243
η	0.797	0.714	0.652	0.605	0.568	0.538	0.513	0.492	0.474
由(7)式计算 $ \sigma_{t_0} (\text{MPa})$	27.827	49.820	68.297	84.493	99.124	112.635	125.318	137.369	148.931
由(9)式计算 $ \sigma_{t_0} (\text{MPa})$	29.241	51.922	70.513	86.305	100.061	112.267	123.255	133.258	142.448
相对误差 (%)	-4.83	-4.05	-3.14	-2.10	-0.94	+0.33	+1.67	+3.09	+4.55

2. 工作状态下缠绕筒体应力与变形的近似

解

仅由内压引起的筒壁周向应力可由筒壁与钢丝层在半径 r_2 处的径向位移连续性条件解得 (假设筒体承受内压引起的轴向应力)^[3]:

$$\sigma_{t_p} = \frac{p r_1 (2t + \mu \delta)}{2t(t + \delta)} \quad (10)$$

由叠加原理可得工作状态下绕丝筒筒壁周向应力为:

$$\sigma_t = \frac{p r_1 (2t + \mu \delta)}{2t(t + \delta)} - \frac{\eta \delta \sigma_{w_0}}{t} \quad (11)$$

由(1)式可进一步求得筒体挠度的近似表达式为:

$$w = -\frac{R_1}{Et} \left[\frac{pr_1(2t + \mu\delta)}{2(t + \delta)} - \frac{\mu pr_1}{4} - \eta\delta\sigma_{w_0} \right] \quad (12)$$

同理,若筒体不承受轴向应力,则绕丝后的筒壁周向应力和筒体挠度分别为:

$$\sigma_t = \frac{pr_1}{t + \delta} - \frac{\eta\delta\sigma_{w_0}}{t} \quad (13)$$

$$w = \frac{R_1}{Et} \left(\frac{pr_1 t}{t + \delta} - \eta\delta\sigma_{w_0} \right) \quad (14)$$

前述两种情形下的筒壁应力之比为:

$$R_\sigma = \frac{2pr_1 t - 2\eta\delta(t + \delta)\sigma_{w_0}}{pr_1(2t + \mu\delta) - 2\eta\delta(t + \delta)\sigma_{w_0}} \quad (15)$$

若 $p = 20\text{MPa}$, $n = 6$, 取 $\mu = 0.3$, 其余参数同前, 则可算出 R_σ 约为 0.79, 即两种情形下的筒壁应力相差约 21%。可见对不承受轴向应力的筒体采用绕丝增强, 其效果更佳。

主要符号

d 钢丝直径, mm
 n 钢丝层数
 K 总径比, $K = (r_2 + \delta)/r_1$
 p 筒体工作内压, MPa

r_1 筒体内半径, mm
 r_2 筒体外半径, mm
 $R_1, R_2 = (r_1 + r_2)/2$
 $r_k, r_k = r_2 + k\pi d/4$
 t 筒体壁厚, $t = r_2 - r_1$
 w_0 预紧状态下的筒体挠度, mm
 w 工作状态下的筒体挠度, mm
 δ 钢丝层计算厚度, $\delta = n\pi d/4$
 σ_{w_0} 缠绕时的钢丝预拉应力, MPa
 σ_{t_0} 预紧状态下的筒壁周向应力, MPa
 σ_{T_0} 预紧状态下的钢丝层平均拉应力, MPa
 σ_{t_1} 仅由内压 p 引起的筒壁周向应力, MPa
 σ_t 工作状态下的筒壁周向应力, MPa
 σ_z 筒壁轴向应力, MPa
 η 钢丝层预应力降低系数
 $\beta, \beta = \sqrt{3(1 - \mu^2)} / \sqrt{R_1 t}$
 $D, D = Et^3/12(1 - \mu^2)$
 E 材料的弹性模量, MPa
 μ 材料的泊桑比

参考文献

- [1] 石军, 预张力钢丝缠绕圆筒的切向应力计算, 华中工学院学报, 14, 5(1986).
- [2] 杨芳毓等, 绕丝式高压容器的研究, 大连工学院学报, 1(1959).
- [3] 余国琮主编, 化工容器及设备, 化学工业出版社(1980).

(本文于 1989 年 6 月 15 日收到)

单环空间连杆机构摆动力完全平衡的单位向量法

高峰

(燕山大学)

提要 本文提出了空间连杆机构摆动力完全平衡的单位向量法。该方法是建立在向量代数基础之上的, 具有一般性, 其特点是既能避免复杂的坐标变换矩阵的运算, 又可明显地简化平衡方程的推导过程, 并能导出空间连杆机构摆动力完全平衡的最少的平衡条件。文中给出了若干实例。

关键词 摆动力, 平衡, 单位向量

1. 引言

由于空间连杆机构的运动副形式多, 机构

的类型复杂, 所以空间连杆机构摆动力的完全平衡是一个比较困难的课题。目前, 国内外的学者已发表了一些空间连杆机构摆动力的平衡方法。文献[1]用质量静替代法平衡 RSSR 机构的摆动力。文献[2]用张量算子平衡了 RSSR 和 RSSP 机构的摆动力。文献[3]用静替代质量矩阵研究了某些运动杆的质量替代, 并导出了 RRSRR、RSCR 和 RSCR-SSR 等机构的摆动力完全平衡条件。文献[4]应用坐标变换矩