

图 4

$$M^*(x) = \begin{cases} Px & (0 \leq x \leq \frac{L}{4}) \\ \frac{P}{2}x & (\frac{L}{4} < x \leq \frac{L}{2}) \\ \frac{P}{2}(L-x) & (\frac{L}{2} \leq x < \frac{3L}{4}) \\ P(L-x) & (\frac{3L}{4} < x \leq L) \end{cases}$$

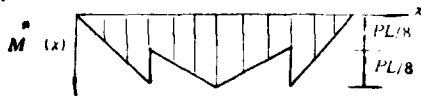


图 5

$$Q^*(x) = \begin{cases} P & (0 \leq x < \frac{L}{4}) \\ \frac{P}{2} & (\frac{L}{4} < x < \frac{L}{2}) \\ -\frac{P}{2} & (\frac{L}{2} < x < \frac{3L}{4}) \\ -P & (\frac{3L}{4} < x \leq L) \end{cases}$$

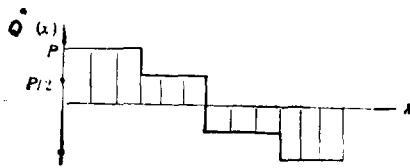


图 6

显然,由等效荷载图7算得挠度是精确解,比较现有的近似方法,可以看到,对于惯性矩连续变化的梁的变形计算,用本文给出的方法具有简便,精度高的特点,适用于工程计算。

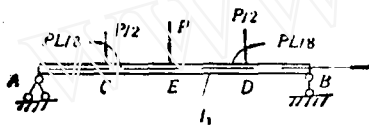


图 7

参 考 文 献

- [1] 孙训方等编. 材料力学(上册). 高等教育出版社, 1987
- [2] 李银山等. 变惯性矩梁变形的函数解. 力学与实践 1992(2)

夹层梁弯曲正应力实验

徐育澄

(华中理工大学力学系, 武汉 430074)

矩形截面梁弯曲正应力测定, 是材料力学实验课的基本实验之一。但由于弯曲正应力公式的推导是从实验现象的叙述开始的, 学生通过理论学习, 对实验现象和实验结果早已熟悉, 再作这简单的验证性实验就

缺乏兴趣和积极性。文献[1]早已对此作了改革, 改用叠梁或楔块梁三点弯曲试验。本文提出的夹层梁四点弯曲试验有着与叠梁或楔块梁同样的意义。夹层梁弯曲正应力的计算不是简单地套用公式的最后结果, 而

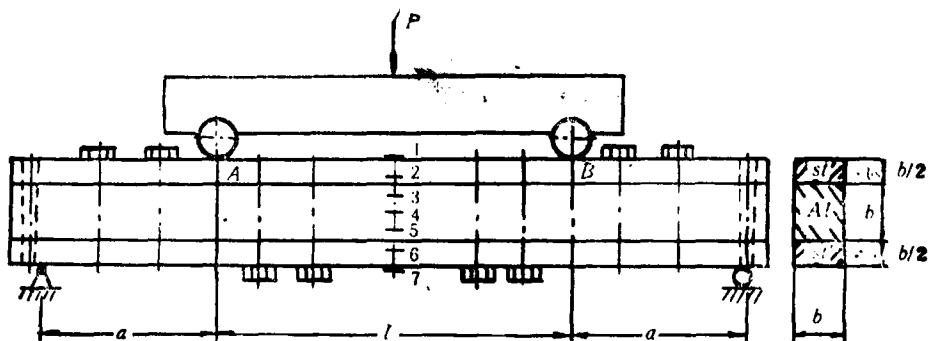


图 1 夹层梁的结构和加载方式
 $a = 100\text{mm}$, $l = 200\text{mm}$, $b = 30\text{mm}$

是首先要建立力学模型,再以弯曲正应力公式推导过程中的中间结论为依据进行推导,这样就不仅使学生对弯曲正应力公式的来源有深刻的理解,而且培养了学生的思维能力。工程上有许多结构是夹层梁,掌握夹层梁弯曲正应力的计算方法有着实用意义。

夹层梁弯曲正应力的理论计算,比叠梁难度稍大,较模块梁简单得多,可纳入组合梁试验系列。

1. 实验装置

梁的结构和加载方式如图1所示。梁的上、下层是45号钢条,它们的厚度是一次装卡磨削而成,以保证厚度相同。中层是铝合金。三层用螺栓(也可三层均开光孔,用螺栓和螺母)把合,并用锥销定位。层与层的接触面在装配前用粗砂布打毛,以增加相互间摩擦力,避免在弯曲变形过程中层与层间相互滑动。在梁的顶面、底面和一侧面等距离地粘贴七枚应变片。另外,取45号钢和铝合金各一块,在上面各粘贴一枚应变片,作为多点测量时的公共补偿片。

2. 理论分析

假定夹层梁纯弯曲时平截面假设仍然成立,把夹层梁看作两部分:上、下钢条组成的钢梁和中间的铝梁。由于上、下钢条厚度相同,故钢梁和铝梁各自的中性层与整个夹层梁的中性层是合一的。因此钢梁和铝梁中性层曲率相同

$$\frac{1}{P_{11}} = \frac{1}{P_{A1}} \quad (1)$$

总弯矩分配在钢梁和铝梁上

$$M = M_{11} + M_{A1} \quad (2)$$

由于

$$\frac{1}{P_{11}} = \frac{M_{11}}{E_{11}I_{11}} \quad (3a)$$

$$\frac{1}{P_{A1}} = \frac{M_{A1}}{E_{A1}I_{A1}} \quad (3b)$$

由(1)式、(3a)式和(3b)式得

$$\frac{M_{11}}{M_{A1}} = \frac{E_{11}I_{11}}{E_{A1}I_{A1}} \quad (4)$$

据计算

$$I_{11} = \frac{7}{12} b^3 = 47.25 \times 10^{-8} \text{ m}^4$$

$$I_{A1} = \frac{1}{12} b^3 = 6.75 \times 10^{-8} \text{ m}^4$$

取 $E_{11} = 220 \text{ GPa}$, $E_{A1} = 70 \text{ GPa}$

将上述数据代入(4)式得

$$\frac{M_{11}}{M_{A1}} = 22 \quad (5)$$

但

$$M = \frac{P_0}{2} \quad (6)$$

由(2)式、(5)式和(6)式得

$$M_{11} = \frac{11}{23} P_0, \quad M_{A1} = \frac{1}{23} P_0$$

于是

$$\sigma_{11} = \frac{M_{11}y}{I_{11}} = \frac{66P_0y}{23I_{11}}$$

$$\sigma_{A1} = \frac{M_{A1}y}{I_{A1}} = \frac{P_0y}{46I_{A1}}$$

3. 试验结果

使用 WE-30 型液压式万能材料试验机,最大载荷 300KN,使用载荷度盘 0—60KN。

初载荷 $P_0 = 12 \text{ KN}$ (应变仪调零)

最终载荷 $P = 22 \text{ KN}$

载荷增量 $\Delta P = 10 \text{ KN}$

试验结果见表1。从测得的应变看,1、7两点应变绝对值相等、符号相反,位于中性层的4点应变接近零,2、3、5和6点应变基本上随着距中性层的距离而线性变化。因此,对夹层梁平截面假设仍然成立。

3、5和6点测试结果与理论值的相对误差较大。这一方面是由于应变片位置粘贴不准,带来绝对误差,另一方面是由于这几处(特别是3、5两点)的应变是很小的,应变测试时的微小绝对误差,就导致较大的相对

表1 测试结果及误差

应变片号		1	2	3	4	5	6	7	
实验值	应变增量 $\Delta \epsilon$ ($\mu \epsilon$)	第一次	-132.5	-93.0	-41.0	-3.5	39.5	82.0	131.0
		第二次	-131.0	-94.0	-35.0	-2.1	40.5	83.0	132.5
		平均	-131.8	-93.5	-38.0	-2.8	40.0	82.5	131.8
应力增量 $\Delta \sigma = E_{11} \Delta \epsilon$ 或 $\Delta \sigma = E_{A1} \Delta \epsilon$ (MPa)		-29	-20.6	-2.7	-0.2	2.8	18.2	29	
应力增量理论值 $\Delta \sigma$ (MPa)		-30.3	-20.2	-3.2	0	3.2	20.2	30.3	
误差 $= \frac{\Delta \sigma_{测} - \Delta \sigma_{理}}{\Delta \sigma_{理}}$ (%)		4.3	-2	(15.6)		(12.5)	9.9	4.3	

误差。

要说明: 钢的弹性模量是 200—220GPa, 这里取了上限。若取较小值, 误差将大些。以后要从作梁的同一块材料上取材作拉伸试样测定 E_{σ} 值。

4. 关于试验装置的几点说明

4.1 由于梁的三层用螺栓把合, 无法从理论上计算梁的变形。若能找到高强度粘结剂将三层粘合, 就能计算梁变形的理论值。此梁就能作测定变形的教学实验。

4.2 若使用小吨位试验机或弯曲试验台, 梁的尺寸须重新设计。这时应注意下列问题:

(1) 两加载点 A 和 B 间距离 l 要有足够长度

要 AB 段全部处于纯弯曲状态, 此段的边界 (A 截面和 B 截面) 上只能有正应力, 且这正应力必须线性分布。但在目前这种加载方式下, 这两截面上应力情况十分复杂。据圣维南原理, 在这两截面附近区域内应力分布亦是复杂的。这区域的大小由梁的高度决定。应变片粘贴处应在这区域之外。故 A、B 间距离不能太短。

(2) 梁上正中间两个螺栓间距离要有足够长度
因为螺栓附近区域内应力分布复杂, 应变片粘贴处应在这区域之外。

5. 对实验课的一点建议

在上实验课之前几天, 教师把实验内容向学生介绍, 让学生尝试从理论上求解。对获得理论解的学生, 实验能验证其理论解的正确性; 对未作出理论解的学生, 可从实验结果得到启示, 建立力学模型, 从而获得理论解。

夹层梁的研制得到华中理工大学力学系领导的大力支持。赵廷任同志对夹层梁的设计提出过宝贵意见。徐文芝、刘教康和滕家秀等同志对夹层梁的制作给予了大力帮助。方巧媛同志对本文进行过仔细审阅并提出过宝贵意见。

参考文献

- [1] 谢大吉, 谢志液. 组合梁的理论计算与实验. 力学与实践, 1991, 13(5): 59

流态实验装置的改进

唐永洁 李 香

(西南石油学院, 四川南充 637001)

在流体力学或水力学的教学中, 雷诺实验和阻力实验占有重要的地位。在雷诺实验中未揭示出层流向紊流过渡的流动图象, 用着色法的流动显示技术很难测到下临界雷诺数为 2000。阻力实验也难于测出阻力的五个流动区域。为了解决雷诺实验与阻力实验教学中所存在的上述问题, 我们制成了一套流态综合实

验装置(图 1)。

流态综合实验装置包含两个基础实验: (1) 用着色法显示流动图象和测量下临界雷诺数的流态实验; (2) 用阻力曲线法测量下临界雷诺数和五个流动区域的沿程阻力实验。

流态实验是在实验液箱的侧壁上接上一锐缘进口的有机玻璃管, 在有机玻璃管上离进口不同距离处垂直于轴向上安放了两个色液针, 两针间的距离是 $40d$ (d 为管径)。实验时, 实验液体由小型离心泵泵入实验液箱, 待有溢流后即可进行实验。

首先开启有机玻璃管末端闸门, 使液体作紊流运动, 并引进色液, 此时色液与液体混淆, 看不见色线。然后逐渐关小闸门, 当流量逐渐减小到某一值后会看到色线一会儿呈现直线, 一会儿又呈现波动。再逐次减小流量, 会看到第二色针处的色线已处于直线状态, 但第一色针处的色线还处于波动状态。又减小小流量, 第一色针处的色线也处于直线状态。我们实测的第二色针处的下临界雷诺数为 2100 左右, 第一色针处的下临界雷诺数为 1700 左右。

经过改进后的流态实验除了能达到雷诺实验的目的要求外, 还具有如下特点: (1) 可以形象地观察到

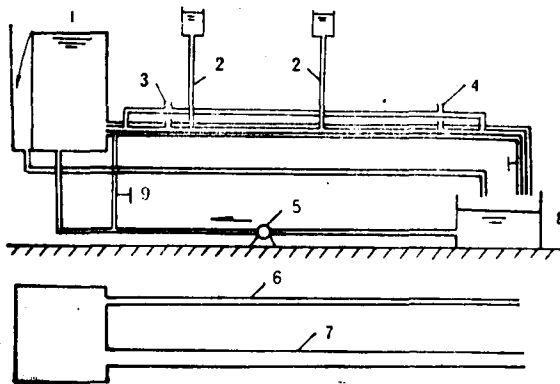


图 1 流态综合实验装置示意图

1. 实验液箱 2. 色液管 3, 4. 测压嘴 5. 离心泵 6. 阻力曲线法实验管路 7. 着色法实验管路 8. 储液箱 9. 闸门