

[2] Brown G L, Roshko M R. *AIAAJ*, 1972,10(5):649

[3] Tanabe H, Ohnishi M, Fujimoto H, Sato G T. Experimental study of transient hydrogen jet using a fast response probe. *International Journal of Hydrogen Energy*, 1982,7(12):967-976

[4] Kawaguchi O, Sato G T. *Turbulence Measurements and Flow Modeling*. Hemisphere Publishing Corporation, 1987: 119-125.

(本文于 1993 年 6 月 28 日收到第一稿, 1993 年 11 月 25 日收到修改稿)

钻井液流体力引起旋转石油钻柱涡动的理论分析

屈 展

(西安石油学院, 西安 710061)

摘要 本文把力学基本理论应用到石油钻井的钻柱动力学问题上, 分析了钻柱和井壁间钻井液存在而引起的旋转石油钻柱涡动问题. 首先将钻柱旋转所受到的钻井液流体反作用力以非线性形式给出, 然后就其钻井液流体力引起钻柱涡动和失稳的力学机理与条件予以探讨和论述.

关键词 石油钻柱力学, 钻井液流体力, 涡动, 运动稳定性

1. 引言

钻柱是石油钻井工程中必不可少的重要井下工具, 它一般由厚壁钢管连接而成, 处在内外充满钻井液的狭长井眼里工作, 通常受着拉、压、弯、扭及液力等荷载. 在地面动力驱动下, 它不仅自转运动而且还往往发生涡动^[1]. 在转盘钻井过程中, 旋转钻柱本身不平衡质量所引起的振动属于强迫振动, 它的频率和转动角速度相等, 而对于高速旋转时的钻柱, 除了由不平衡质量引起的振动现象外, 还有频率与转动角速度不相等的振动出现, 就称为“涡动”. 从理论上讲, 钻井液流体力引起钻柱的涡动属于“自激振动”^[2]. 以往对石油钻柱涡动行为的研究大都未考虑钻柱受周围钻井液的影响作用, 本文即试图从力学观点出发, 对钻柱在钻井液中的涡动现象进行一些具体的讨论, 对其钻井液流体力引起钻柱自激振动及运动失稳的力学机理与条件予以基本理论分析和计算.

2. 钻井液流体对石油钻柱的作用力

石油钻井过程中, 钻柱在充满钻井液的狭长井眼里旋转, 由于钻柱中心和井眼中心不可能完全相

重合, 如图 1 中所示, 钻柱中心的位置为 e 、 φ , 把钻柱转动时所受到钻井液的流体反力看作是钻柱位移和速度的函数, 当扰动较大时, 这种关系是非线性的. 钻井液对钻柱的流体力被分解为沿偏心距方向的径向分力 F_r 和垂直于偏心距方向的周向分力 F_φ . 如从最大的间隙处开始, 顺钻柱旋转方向取 θ 角为周向坐标, 考虑到钻柱中心位置 e 、 φ 的变化所引起钻井液厚度的变化, 参照转子动力学和润滑理论中类似问题的处理方法, 可利用 Reynolds 方程式来描述这一过程. 即有如下的关系式^[3,4]

$$\frac{1}{R^2} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\frac{h^3}{12\mu} \frac{\partial p}{\partial \theta} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{h^3}{12\mu} \frac{\partial p}{\partial z} \right) = \frac{1}{2} (\Omega - 2\dot{\varphi}) \frac{\partial h}{\partial \theta} + \dot{e} \cos \theta \quad (1)$$

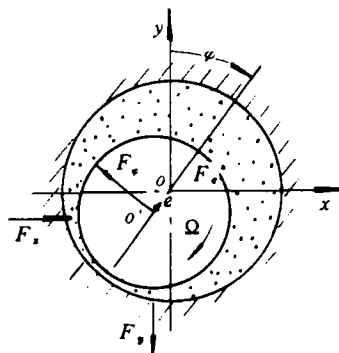


图 1 被钻井液包围的钻柱涡动截面示意图

此方程是在一系列假设下, 对流体微元进行受力分析并利用流量连续方程和牛顿黏性定律后导出的^[3]. 式中, R 为钻柱半径; Ω 是钻柱旋转角速度; p 为钻井液压力分布; μ 是钻井液黏度;

$h = C(1 + \varepsilon \cos \theta)$ 为钻柱与井壁间的钻井液厚度, 其中 C 是钻柱与井壁间间隙的平均值, 为井眼半径与钻柱半径之差; 而 $\varepsilon = e/C$. 这里 $\dot{\varphi}$ 、 \dot{e} 代表 $d\varphi/dt$ 和 de/dt . 如果由式 (1) 可求出钻井液中的压力分布 $p = p(\theta, z)$, 则 F_e 和 F_φ 为

$$\begin{aligned} F_e &= - \int_{-L/2}^{L/2} dz \int_0^{2\pi} p(\theta, z) \cos \theta R d\theta \\ F_\varphi &= \int_{-L/2}^{L/2} dz \int_0^{2\pi} p(\theta, z) \sin \theta R d\theta \end{aligned} \quad (2)$$

一般情况下式 (1) 是难以给出解析解的, 但是对于钻柱这样长度比直径大很多的情况 ($L \gg D$), 其钻井液压力沿周向的变化率比沿轴向的变化率大得多 (即 $\partial p / \partial \theta \gg \partial p / \partial z$). 因此, (1) 式中左边第二项较之第一项可以略去不计, 于是得

$$\begin{aligned} \frac{1}{R^2} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(h^3 \frac{\partial p}{\partial \theta} \right) \\ = -6\mu(\Omega - 2\dot{\varphi})C\varepsilon \sin \theta + 12\mu C \dot{e} \cos \theta \end{aligned} \quad (3)$$

上式积分两次得到两个积分常数, 这两个积分常数将由边界条件来确定. 对于上游边界, 一般都认为 $\theta = 0$ 时 $p = 0$. 关于下游边界有几种不同的假设, 其中一种简单的工程处理方法是计一切负压的存在, 即简单地将其去掉, 凡在 $\theta \geq \pi$ 的地方, 均取 $p \equiv 0$. 这样的边界条件被称之为半 Sommerfeld 条件, 由于其简单且十分直观, 因而在理论推演和实际计算中经常被采用^[3]. 故在半 Sommerfeld 条件下, (2) 式变为

$$\left. \begin{aligned} F_e &= -LR \int_0^\pi p(\theta) \cos \theta d\theta \\ F_\varphi &= LR \int_0^\pi p(\theta) \sin \theta d\theta \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

经积分整理, 最后可求得

$$\left. \begin{aligned} F_e &= 6\mu RL \left(\frac{R}{C} \right)^2 [(\Omega - 2\dot{\varphi})E_1(\varepsilon) + 2\dot{e}E_2(\varepsilon)] \\ F_\varphi &= 6\mu RL \left(\frac{R}{C} \right)^2 [(\Omega - 2\dot{\varphi})E_3(\varepsilon) + 2\dot{e}E_4(\varepsilon)] \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

其中

$$\left. \begin{aligned} E_1(\varepsilon) &= \frac{2\varepsilon^2}{(1 - \varepsilon^2)(2 + \varepsilon^2)} \\ E_2(\varepsilon) &= \frac{1}{(1 - \varepsilon^2)^{3/2}} \left[\frac{\pi}{2} - \frac{8}{\pi(2 + \varepsilon^2)} \right] \\ E_3(\varepsilon) &= \frac{\pi\varepsilon}{(1 - \varepsilon^2)^{1/2}(2 + \varepsilon^2)} \\ E_4(\varepsilon) &= \frac{2\varepsilon}{(1 - \varepsilon^2)(2 + \varepsilon^2)} \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

3. 石油钻柱运动方程及其解

当石油钻井作业时, 旋转钻柱会出现轨迹通常为椭圆的横向摆振, 这种运动现象被称为涡动或进动^[5], 一般来说, 旋转系统出现的这种涡动属于自然振动, 其频率就是不考虑转动时横向弯曲振动的固有频率. 当钻井液被旋转的钻柱带动, 顺着转动方向从较宽的间隙流进较窄的间隙时, 形成对钻柱的挤压作用; 而从较窄的间隙流到较宽的间隙时, 因出现空穴又对钻柱有负压力作用. 因此, 钻井液的存在给钻柱提供了一个位于中心轨迹平面而与中心向径垂直且与速度同向的侧向力, 从而引起钻柱涡动的发生并会使钻柱中心的周向速度增加, 导致钻柱涡动频率的提高. 钻柱自转速度不高时, 作为钻柱位移和速度函数的钻井液流体自激力也不大, 不足以克服各种阻尼力并加大涡动幅值, 故一般不会出现失稳; 而随着钻柱转速的提高, 钻井液自激力加大, 钻柱中心的运动速度也增加, 导致向径的不断增大, 直至造成钻柱涡动失稳现象的发生. 钻柱周围钻井液流体对钻柱的总压力 F 位于挤压的一侧并朝向钻柱中心, 如前所述它可被分解为沿偏心距方向的径向分力 F_e 和垂直于偏心距方向的周向分力 F_φ . F_e 相当于钻柱的弹性力, 而分力 F_φ 顺着转动方向使钻柱中心的速度增大, 也就是使钻柱运动失稳的力. 当钻柱所承受的钻井液流体力不太大时, 可近似认为径向分力 $F_e = 0$. 在此条件下, 以极坐标 e 、 φ 表示钻柱中心 o' 的位置, 如图 1 和 2 所示, 如果不计钻柱不平衡质量以及阻尼力的存在, 则钻柱运动微分方程为

$$\left. \begin{aligned} m\ddot{e} - m\dot{\varphi}^2 e &= 0 \\ m\dot{e}\dot{\varphi} + 2m\dot{e}\dot{\varphi} &= F_\varphi \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

式中, m 为钻柱的质量. 为简单起见, 考虑到 $\varepsilon^2 = (e/C)^2$ 是一个远小于 1 的数, 并设钻柱涡动时,

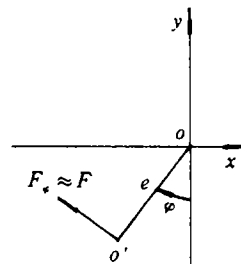


图 2 示意图

在一定时间内的振幅变化不大,故可在(5)式中近似取 $\varepsilon^2 = 0$ 和 $\dot{\varepsilon} = 0$,从而得到

$$F_{\varphi} \approx 6\mu RL \left(\frac{R}{C}\right)^2 (\Omega - 2\varphi) \frac{\pi\varepsilon}{2} \\ = \frac{3\mu LR^3}{C^3} (\Omega - 2\varphi)e = H(\Omega - 2\varphi)e \quad (8)$$

将(8)代入(7)式,则有

$$\left. \begin{aligned} \ddot{e} - e\varphi^2 &= 0 \\ e\ddot{\varphi} + 2\dot{e}\dot{\varphi} - \frac{H}{m}(\Omega - 2\varphi)e &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

这是非线性的微分方程.作为第一次近似解,可设

$$\dot{\varphi} = \omega = \text{const}, \quad e = e_0 e^{vt} \quad (10)$$

将(10)代入(9)式可求得

$$v = -\frac{H}{2m} \pm \sqrt{\left(\frac{H}{2m}\right)^2 \pm \frac{H}{2m}\Omega} \quad (11)$$

根据 Floquet 理论^[6]可以验证,方程 $e_0 e^{vt}$ 形式的解中,如果被称作特征指数 v 的实部为正,则解不稳定;而当其实部为零或负数时,解是稳定的.因此,钻柱稳定运动的条件是 v 的实部不大于零.由于 $v = \pm\omega$ 为实数,所以当 $\Omega < H/(2m)$ 时,则在以下的情况下运动是稳定的,即

$$v = -\frac{H}{2m} \pm \sqrt{\left(\frac{H}{2m}\right)^2 - \frac{H}{2m}\Omega}$$

或

$$v = -\frac{H}{2m} - \sqrt{\left(\frac{H}{2m}\right)^2 + \frac{H}{2m}\Omega} \quad (12)$$

如果 $\Omega > \frac{H}{2m}$, 总有

$$v = -\frac{H}{2m} + \sqrt{\left(\frac{H}{2m}\right)^2 + \frac{H}{2m}\Omega} > 0 \quad (13)$$

因而运动是不稳定的,这时钻柱出现涡动失稳,其角速度为

$$\omega = v = \frac{H}{2m} \left(\sqrt{1 + \frac{2m}{H}\Omega} - 1 \right) \quad (14)$$

显然可看出这里的 H 值实际上是一个很大的数,故上式中根号内的 $(2m/H)\Omega$ 通常远小于 1,将其按级数展开后,可认为有

$$\omega \approx \frac{H}{2m} \left[\left(1 + \frac{m}{H}\Omega \right) - 1 \right] = \frac{\Omega}{2} \quad (15)$$

比较(14)和(15)两式可知,钻井液引起钻柱涡动的频率稍小于转动角速度之半.

力学与实践

上述结果说明了当钻柱转动角速度 $\Omega > \frac{H}{2m} = \frac{3\mu LR^3}{2mC^3}$ 时,就可能会出现钻柱的运动失稳,也就是钻柱偏离定常运动而失稳的条件.这时的 ω 为失稳后的钻柱涡动频率,大约为其转动角速度的一半,故这种涡动被称作为半频涡动.

4. 结论

由上述分析可得出以下的基本结论:

(1) 钻进过程中,由于各种干扰因素的实际存在,钻柱发生涡动的现象是难以避免的.但有时这一运动是稳定的,而有时它却是不稳定的.以钻柱自身运动为起因的钻井液流体反作用自激力将能提供与钻柱运动速度同向的侧向力,从而可促进涡动行为的加大,在一定条件下会导致钻柱的涡动失稳.

(2) 钻井液流体力引起钻柱运动失稳的条件为 $\Omega > \frac{3\mu LR^3}{2mC^3}$,这时的涡动频率稍小于钻柱转动角速度的一半.但这并不是非线性恢复力系统受激振力时的次谐波,而是一种自激振动.由钻柱不平衡质量产生频率为 Ω 的激振力所引起的强迫振动也会出现 $\Omega = 2\omega$ 的次谐波,如果钻柱同时出现这样的自激振动和次谐波,则情况将更为复杂.

(3) 本文提供了考虑周围钻井液流体存在时旋转钻柱涡动问题的基本分析方法和思路(对于随后沿并壁的反向涡动问题将另文讨论),这对钻柱系统动力学理论的研究以及进一步地实际应用均有重要意义.但本文的分析是在许多简化和假设的基础上进行的,因此还不很成熟,将有待于更加深入地探讨.

参 考 文 献

- [1] 高德利,徐秉业.弹性钻柱运动的基本方程.中国博士后论文集(第四集),北京:北京大学出版社,1991,8:374-380
- [2] 《振动与冲击手册》编辑委员会.振动与冲击手册(第一卷基本理论和分析方法),北京:国防工业出版社,1988,4
- [3] Cameron A. 润滑理论基础,汪一麟,沈继飞译.北京:机械工业出版社,1980,9
- [4] 钟一谔,何衍宗,王正,李方泽.转子动力学,北京:清华大学出版社,1987,11
- [5] 章扬烈,肖载阳,端木纲.旋转钻柱运动原理的研究.石油矿场机械,1988,17(2):1-7
- [6] 奈弗 A H,穆克 D T.非线性振动,宋家骥等译.北京:高等教育出版社,1990,6

(本文于 1993 年 8 月 14 日收到第 1 稿,
1993 年 11 月 22 日收到修改稿)