对“细长压杆临界挠度确定性的简单解释”结果的改进

张仲毅

(华中理工大学汉口分校，汉口 430012)

文 [1] 将压杆挠曲线精确微分方程取非线性一级近似得

$$y''+k^2y=\frac{3}{2}y''y'^2 \tag{1}$$

即承认 y'^2 对压杆临界压力和挠度的影响，所以文 [1] 中的第 2 个边界条件应改为当 $x=l-\Delta$ 时，$y=0$，其中 Δ 为压杆端点的纵向位移，因为

$$\Delta=\int_0^{l-\Delta}\frac{1}{2}y'^2\mathrm{d}x$$

又由 (1) 式可得

$$\frac{1}{2}y'^2=\frac{1}{3}+k^2\frac{y}{y''}$$

故

$$\Delta=\int_0^{l-\Delta}\left(\frac{1}{3}+k^2\frac{y}{y''}\right)\mathrm{d}x$$

将文 [1] 前面求得的 $y=-\frac{\sqrt{3}}{6}kx^2+\frac{\sqrt{6}}{3}x$ 代入上式，积分后略去 Δ 的高次项可求出

$$\Delta=\frac{6l-3\sqrt{2}kl^2+k^2l^3}{24-6\sqrt{2}kl+3k^2l^2} \tag{2}$$

再由边界条件，当 $x=l-\Delta$ 时 $y=0$，并将 (2) 式代入可得一含 k 的 5 次方程，其唯一的实数解为

$$k=\frac{3.12}{l}$$

由此解出

$$P_c=\frac{9.734EI}{l^2}$$

利用 $x=\frac{l-\Delta}{2}$ 时，$y'=0$，可求出

$$y_{\max}=0.185l$$

以上得出的结果较文 [1] 更精确，可看作是对文 [1] 结果的改进.

参 考 文 献

1 张仲毅. 细长压杆临界挠度确定性的简单解释. 力学与实践，1992(5)

(本文于 1994 年 2 月 2 日收到)

(上接第 76 页)

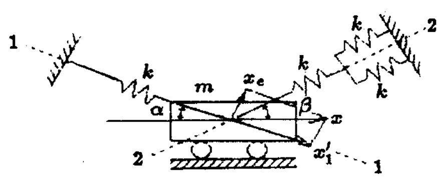

图 11

于是弹性力 $\boldsymbol{F}_1$ 的水平投影为

$$F_{1x}=-k_1x\cos^2\alpha_1=-(k\cos^2\alpha)x$$

沿 2-2 并、串联组合弹簧刚性系数为

$$k_2=\frac{k_1(k_2+k_3)}{k_1+k_2+k_3}=\frac{2}{3}k$$

同理，弹性力 $\boldsymbol{F}_2$ 的水平投影为

$$F_{2x}=-k_2x\cos^2\alpha_2=-\left(\frac{2}{3}k\cos^2\beta\right)x$$

列出 m 的自由振动运动方程

$$m\ddot{x}+(k_1\cos^2\alpha_1+k_2\cos^2\alpha_2)x=0$$

$$m\ddot{x}+k_{eq}x=0$$

则得等效弹簧刚性系为

$$k_{eq}=k_1\cos^2\alpha_1+k_2\cos^2\alpha_2=(\cos^2\alpha+\frac{2}{3}\cos^2\beta)k$$

分析时注意微振动的特点，即角 α,β 视为不变.