

# 基于模式搜索的岩石流变模型参数识别

陈炳瑞<sup>1</sup>, 冯夏庭<sup>1,2</sup>, 丁秀丽<sup>3</sup>, 徐平<sup>3</sup>

(1. 东北大学 资源与土木工程学院, 辽宁 沈阳 110004; 2. 中国科学院 武汉岩土力学研究所, 湖北 武汉 430071;  
3. 长江科学院岩基所, 湖北 武汉 430010)

**摘要:** 介绍一种根据岩石蠕变试验资料识别流变模型参数的方法, 该方法是模式搜索与非线性最小二乘法的有机结合, 避免了曲线拟合中由于流变参数初值选取不当、迭代不收敛的困难。用该方法对某工程粘土岩室内单轴压缩蠕变试验进行了研究, 识别出了不同应力水平下的流变力学参数。研究表明, 采用伯格模型描述该类粘土岩的流变力学特征比广义开尔文模型更为合适。

**关键词:** 岩石力学; 蠕变试验; 模型参数识别; 模式搜索法; 最小二乘法

**中图分类号:** TU 452

**文献标识码:** A

**文章编号:** 1000-6915(2005)02-0207-05

## RHEOLOGICAL MODEL AND PARAMETERS IDENTIFICATION OF ROCK BASED ON PATTERN SEARCH AND LEAST-SQUARE TECHNIQUES

CHEN Bing-rui<sup>1</sup>, FENG Xia-ting<sup>1,2</sup>, DING Xiu-li<sup>3</sup>, XU Ping<sup>3</sup>

(1. School of Resources and Civil Engineering, Northeastern University, Shenyang 110004, China;  
2. Institute of Rock and Soil Mechanics, The Chinese Academy of Sciences, Wuhan 430071, China;  
3. Yangtze River Scientific Research Institute, Wuhan 430010, China)

**Abstract:** An identification method of rheological model and associated parameters of rock based on laboratory creep experiments are presented. The method is established by using a mixed technique of pattern search and non-linear least-square regression, which can avoid regression divergence when initial rheological parameters are not optimally selected. The method is applied to investigate creeping tests of clay stone samples under uniaxial compression from an engineering projects, and the relevant rheological parameters of the samples using Burgers model are achieved. The results show that this model is preferable to the generalized Kelvin's model.

**Key words:** rock mechanics; creep test; model and parameters identification; pattern search method; least-square method

## 1 引言

岩石(体)蠕变试验是了解岩石流变力学特性的重要研究方法之一。如何根据蠕变试验资料, 选择

适当的流变模型, 并确定相应的流变参数, 是岩石流变研究领域的重要课题之一。好的技术方法对流变模型的选择、参数识别以及拟合曲线与试验资料的吻合等都至关重要<sup>[1]</sup>。目前, 获取流变模型参数较常用的方法有: 回归分析法<sup>[2,3]</sup>、最小二乘法<sup>[1,4,5]</sup>

**收稿日期:** 2003-03-21; **修回日期:** 2003-07-07

**基金项目:** 国家重点基础研究发展规划(973)资助项目(2002CB412708); 水利部科技创新资助项目(SCX2002-20)

**作者简介:** 陈炳瑞(1977-), 男, 2001年毕业于东北大学资源与土木工程学院采矿工程专业, 现为博士研究生, 主要从事岩体流变与参数优化方面的研究工作。E-mail: cbrzm@163.com。

以及流变曲线分解法<sup>[6]</sup>等。其中,最小二乘法是应用最为广泛的一种方法,该方法精度较高,但对于非线性最小二乘法问题,若选取的初始参数值不当,很容易导致迭代的发散。回归分析法常用于求解流变经验公式,但进行参数求解时,最小二乘法在许多有效的参数估计法中一直占统治地位<sup>[7]</sup>,然而,该法仍无法避免参数初始值难于选择的困难。为此,本文把模式搜索引入到最小二乘法中,从根本上改变常规最小二乘法求解非线性问题的机制。此方法能很好地解决流变模型参数识别中初始参数值选取难度大的问题,初值的选择可以不受范围的约束,且拟合精度很高,该方法也可推广应用于其他试验数据的整理分析中。

## 2 基本原理

### 2.1 模式搜索优化方法

模式搜索(pattern search, 缩写为 PS)法是Hooke和Jeeves于1961年提出的,这种方法的基本思想是先通过“探测性移动”寻找最佳点信息,然后用“模式性移动”沿着找到的最佳点信息前进,2种移动交替进行直到步长 $\delta$ 小于事先给定的某个小正数 $\varepsilon$ 为止,基本原理及搜索过程可参考文[8,9]。

### 2.2 基于PS的最小二乘法

常规最小二乘法求解非线性问题时,总是将非线性问题通过一系列方法转化为线性问题,然后求解线性方程组,通过迭代逼近真值。其缺点为:参数初始值选取不当,迭代将发散。为克服这一缺点,有学者进行改进,在线性方程组系数阵的对角线上加一个充分大的“阻尼因子”。改进的最小二乘法虽在一定程度上拓宽了初始参数值的范围,但是“阻尼因子”的选择又成了问题,过小起不到拓宽初始参数值范围的作用,过大则会减慢收敛速度<sup>[8]</sup>。

基于PS的最小二乘法是以常规最小二乘法的目标函数为目标函数,用PS优化方法优化参数,使目标函数达到符合要求的精度,避免了常规最小二乘法的必由之路——求解线性方程组。从根本上改变了求解机制,避免了初值选取的困难,且便于选取流变模型,拟合曲线有较高的精度。

由PS的基本原理可知:PS对于多极值目标函数的优化很容易陷入局部最优,而对于单极值目标函数的优化,则很容易搜索到全局最优值。以最小二乘法为目标函数的模式搜索是否会陷入局部最优

也是值得探究的问题。

假定函数 $W = f(T, B)$ 已知,其中, $T$ 为自变量, $B$ 为待测定参数,并且已给出 $(W, T)$ 的 $n$ 对观测值 $(W_k, T_k)$ , $(k = 1, 2, \dots, n)$ 。最小二乘法目标函数可表示为

$$Q = \sum_{k=1}^n [W_k - f(T_k, B)]^2 \quad (1)$$

式中: $B$ 为单个待定参数,也可以是 $m$ 个待定参数,即 $B = (b_1, b_2, \dots, b_m)$ ;  $T$ 为单个自变量,也可以是 $p$ 个自变量,即 $T = (t_1, t_2, \dots, t_p)$ 。

由PS的基本原理可知:PS对参数 $b_i$ 进行优化时,视其他参数为常数;若在 $b_i$ 的定义域内恒有 $\frac{\partial f}{\partial b_i} > 0$ 或 $\frac{\partial f}{\partial b_i} < 0$ (即 $f(T_k, B)$ 为变量 $B$ 的单调函数),则PS对 $b_i$ 进行优化时不会陷入局部最优。取 $i = 1, 2, \dots, m$ ,若在 $b_i$ 的定义域内皆有 $\frac{\partial f}{\partial b_i} > 0$ 或 $\frac{\partial f}{\partial b_i} < 0$ ,则PS对参数 $B$ 进行优化时不会陷入局部最优,而总能搜索到一组参数 $B = (b_1, b_2, \dots, b_m)$ ,使 $f(T_k, B) = W_k$ 或 $f(T_k, B)$ 无限趋近 $W_k$ ,即使得 $Q$ 全局最小。

## 3 适于模型参数识别的几种流变模型

上面已经讨论,只需满足在 $b_i (i = 1, 2, \dots, m)$ 的定义域内恒有 $\frac{\partial f}{\partial b_i} > 0$ 或 $\frac{\partial f}{\partial b_i} < 0$ 的条件,基于PS的最小二乘法总能搜索到一组参数 $B = (b_1, b_2, \dots, b_m)$ ,使 $f(T_k, B) = W_k$ 或 $f(T_k, B)$ 无限趋近 $W_k$ ,即使得 $Q$ 全局最小;但是对于工程中应用较广的西原模型函数 $f(T_k, B)$ 是否为以 $B$ 为变量的单调函数还有待于证明。

工程中应用较广的西原模型<sup>[10]</sup>为

$$\varepsilon = \sigma \left[ \frac{1}{E_1} + \frac{1}{E_2} \left( 1 - e^{-\frac{E_2 t}{\eta_2}} \right) \right] + \frac{\sigma - \sigma_s}{\eta_1} t \quad (2)$$

对式(2)中的各参变量求偏导,得

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial E_1} = -\frac{\sigma}{E_1^2} \quad (3)$$

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial E_2} = -\frac{\sigma}{E_2^2} \left[ 1 - \left( 1 + \frac{E_2 t}{\eta_2} \right) e^{-\frac{E_2 t}{\eta_2}} \right] \quad (4)$$

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial \eta_2} = -\frac{\sigma}{\eta_2^2} t e^{-\frac{E_2 t}{\eta_2}} \quad (5)$$

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial \eta_1} = -\frac{\sigma - \sigma_s}{\eta_1^2} t \quad (6)$$

可知式(3)小于 0, 式(5), (6)之值小于等于 0, 由数学知识也容易证明式(4)之值亦小于等于 0。可证式(2)分别为以  $E_1, E_2, \eta_1, \eta_2$  为自变量的单调函数, 所以西原模型以基于 PS 的最小二乘法优化参数是不会陷入局部最优, 总能搜索到一组参数  $E_1, E_2, \eta_1, \eta_2$ , 使  $f(T_k, B)$  ( $k=1, 2, \dots, n$ ) 无限趋近于  $W_k$ , 即总能使  $Q = \sum_{k=1}^n [W_k - f(T_k, B)]^2$  无限趋近于最小。

上述方法亦适用于广义开尔文模型<sup>[10]</sup>和伯格模型<sup>[10]</sup>, 只需在西原模型的基础上对部分参数稍加修改即可。对于广义开尔文模型, 只需在式(2)中令  $\sigma - \sigma_s = 0$ , 式(6)中令  $\sigma - \sigma_s = 0$ ; 对于伯格模型, 只需在式(2)中令  $\sigma - \sigma_s = \sigma$ , 式(6)中令  $\sigma - \sigma_s = \sigma$ 。

## 4 模型参数的识别过程

基于 PS 的最小二乘法, 根据残差平方和  $Q$  的大小判别模型的优劣, 以 PS 优化方法搜索模型最优参数, 具体步骤如下:

(1) 输入初始步长  $\delta$ , 加速因子  $\alpha > 1$ , 初始点  $x^{(1)} \in E^q$ , 坐标方向  $e_1, e_2, \dots, e_q$ , 缩减率  $\beta \in (0, 1)$ , 观测值  $(W_k, T_k)$ , ( $k=1, 2, \dots, n$ ), 模型标志  $f$ , 允许误差  $\varepsilon > 0$ , 置  $B^{(1)} = x^{(1)}$ ,  $m=1, j=1$ 。

(2) 选择模型标志  $f$ , 若模型标志  $f$  为空, 根据残差平方和  $Q$  选出最优模型, 结束; 否则, 进行第(3)步。

(3) 如果  $Q_j = \sum_{k=1}^n [W_k - f(T_k, B^{(j)} + \delta e_j)]^2 < Q_{j-1} = \sum_{k=1}^n [W_k - f(T_k, B^{(j)})]^2$ , 则令  $B^{(j+1)} = B^{(j)} + \delta e_j$ , 进行第(5)步; 否则, 进行第(4)步。

(4) 如果  $Q_j = \sum_{k=1}^n [W_k - f(T_k, B^{(j)} - \delta e_j)]^2 < Q_{j-1} = \sum_{k=1}^n [W_k - f(T_k, B^{(j)})]^2$ , 则令  $B^{(j+1)} = B^{(j)} - \delta e_j$ , 进行第(5)步; 否则, 令  $B^{(j+1)} = B^{(j)}$ 。

(5) 如果  $j < q$ , 则置  $j = j + 1$ , 转到第(3)步; 否则, 进行第(6)步。

(6) 如果  $Q_{j+1} = \sum_{k=1}^n [W_k - f(T_k, B^{(j+1)})]^2 < Q_j =$

$\sum_{k=1}^n [W_k - f(T_k, x^{(m)})]^2$ , 则进行第(7)步; 否则, 进行第(8)步。

(7) 置  $x^{(m+1)} = B^{(n+1)}$ , 令  $B^{(1)} = x^{(m+1)} + \alpha[x^{(m+1)} - x^{(m)}]$ ; 置  $m = m + 1, j = 1$ , 转到第(3)步。

(8) 如果  $\delta < \varepsilon$ , 则停止迭代, 得本模型最优参数  $x^{(m)}$ , 转到第(2)步; 否则, 置  $\delta = \beta \delta, B^{(1)} = x^{(m)}, x^{(m+1)} = x^{(m)}$ , 置  $m = m + 1, j = 1$ , 转到第(3)步。

## 5 工程实例

某大型水电站地下厂房尾水洞所穿越的软岩地段岩性主要为志留系中统韩家店组灰绿色粘土岩和紫红色粘土岩, 该类岩体流变特性显著, 为了解开挖后尾水洞围岩的时效变形特征, 针对 2 种岩性分别进行了室内单轴压缩蠕变试验。采用本文提出的方法, 分别用广义开尔文模型和伯格模型对上述蠕变试验数据进行模型参数识别(由于岩石的屈服极限  $\sigma_s$  难于确定, 未对西原模型进行识别), 并获取了流变模型及其参数。为比较不同方法的适用性, 对 0.9 MPa 单轴应力下灰绿色粘土岩的试验数据用 2 种方法进行了 5 组试验, 对广义开尔文模型和伯格模型 5 种方案皆能收敛, 而常规最小二乘法收敛效果则很不理想, 结果如表 1 所示。

实际上, 岩石流变参数在不同应力条件下并非定值, 确定流变参数时, 理论上应将岩石应力作为参数变量进行类似计算, 以确定流变参数与应力水平的函数关系。这在数学上并没有特别的困难, 但目前对这种关系的研究工作还不多, 同时, 考虑到工程实践中岩体条件的复杂性, 且岩石力学试验中尚存在不确定因素, 因此, 强调不同应力水平下流变参数的差异并不一定能够提高计算精度, 故在进行流变分析时, 仍假定在各级荷载下岩石流变参数均保持为常数<sup>[1]</sup>。故本文对多级载荷下的试验数据分别进行参数识别, 然后求其平均, 识别结果如表 2, 3 所示。图 1, 2 给出了灰绿色粘土岩和紫红色粘土岩在多级载荷下的拟合曲线。残差平方和  $Q$  愈小, 模型愈理想。从表 2, 3 中可以看出, 用伯格模型拟合 2 种岩样的流变试验曲线时, 残差平方和  $Q$  更小, 所以 2 种岩性的岩样皆以伯格模型更为合适, 图 1, 2 也表明了这一点。

表1 2种方法收敛性能的比较

Table 1 Comparison of convergence of the two methods

方案	广义开尔文模型参数初值			本文方法	常规最小二乘法	伯格模型参数初值				本文方法	常规最小二乘法
	$E_1/\text{MPa}$	$E_2/\text{MPa}$	$\eta_2/\text{MPa}\cdot\text{h}$			$E_1/\text{MPa}$	$E_2/\text{MPa}$	$\eta_2/\text{MPa}\cdot\text{h}$	$\eta_3/\text{MPa}\cdot\text{h}$		
1	1	1	1	收敛	不收敛	1	1	1	1	收敛	不收敛
2	400	100	1 000	收敛	不收敛	400	100	1 000	200 000	收敛	不收敛
3	900	300	2 000	收敛	不收敛	900	300	2 000	300 000	收敛	不收敛
4	1 300	500	2 400	收敛	不收敛	1 300	500	2 400	300 000	收敛	不收敛
5	2 300	1500	3 400	收敛	不收敛	2 300	1 500	3 400	400 000	收敛	不收敛

表2 灰绿色粘土岩参数表

Table 2 Parameters of grey – green claystone

载荷水平 /MPa	广义开尔文模型			残差平方和 $Q$	伯格模型				残差平方和 $Q$
	$E_1/\text{MPa}$	$E_2/\text{MPa}$	$\eta_2/\text{MPa}\cdot\text{h}$		$E_1/\text{MPa}$	$E_2/\text{MPa}$	$\eta_2/\text{MPa}\cdot\text{h}$	$\eta_1/\text{MPa}\cdot\text{h}$	
0.90	$9.827 \times 10^2$	$3.810 \times 10^2$	$2.354 \times 10^3$	$3.850 \times 10^{-8}$	$1.006 \times 10^3$	$3.988 \times 10^2$	$2.180 \times 10^3$	$3.813 \times 10^5$	$1.750 \times 10^{-8}$
1.48	$1.625 \times 10^3$	$4.071 \times 10^2$	$3.343 \times 10^3$	$3.380 \times 10^{-8}$	$1.723 \times 10^3$	$4.479 \times 10^2$	$2.936 \times 10^3$	$2.625 \times 10^5$	$1.290 \times 10^{-8}$
2.08	$1.377 \times 10^3$	$5.331 \times 10^2$	$4.588 \times 10^3$	$4.270 \times 10^{-8}$	$1.468 \times 10^3$	$6.412 \times 10^2$	$3.679 \times 10^3$	$1.779 \times 10^5$	$9.800 \times 10^{-9}$
2.98	$1.278 \times 10^3$	$4.531 \times 10^2$	$4.053 \times 10^3$	$3.990 \times 10^{-8}$	$1.314 \times 10^3$	$4.846 \times 10^2$	$3.723 \times 10^3$	$3.692 \times 10^5$	$6.300 \times 10^{-8}$
3.57	$1.055 \times 10^3$	$3.169 \times 10^2$	$4.058 \times 10^3$	$5.870 \times 10^{-8}$	$1.102 \times 10^3$	$3.748 \times 10^2$	$3.518 \times 10^3$	$1.375 \times 10^5$	$3.590 \times 10^{-8}$
4.77	$2.806 \times 10^3$	$9.379 \times 10^2$	$1.180 \times 10^4$	$3.550 \times 10^{-8}$	$2.898 \times 10^3$	$1.067 \times 10^3$	$1.050 \times 10^4$	$5.509 \times 10^5$	$3.200 \times 10^{-8}$
5.39	$1.333 \times 10^3$	$3.065 \times 10^2$	$4.287 \times 10^3$	$1.187 \times 10^{-7}$	$1.493 \times 10^3$	$4.384 \times 10^2$	$3.208 \times 10^3$	$5.739 \times 10^4$	$7.440 \times 10^{-8}$
平均	$1.494 \times 10^3$	$4.765 \times 10^2$	$4.926 \times 10^3$	$5.254 \times 10^{-8}$	$1.572 \times 10^3$	$5.503 \times 10^2$	$4.249 \times 10^3$	$2.767 \times 10^5$	$3.507 \times 10^{-8}$

表3 紫红色粘土岩参数表

Table 3 Parameters of mauve claystone

载荷水平 /MPa	广义开尔文模型			残差平方和 $Q$	伯格模型				残差平方和 $Q$
	$E_1/\text{MPa}$	$E_2/\text{MPa}$	$\eta_2/\text{MPa}\cdot\text{h}$		$E_1/\text{MPa}$	$E_2/\text{MPa}$	$\eta_2/\text{MPa}\cdot\text{h}$	$\eta_1/\text{MPa}\cdot\text{h}$	
2.71	$2.472 \times 10^3$	$1.030 \times 10^4$	$1.534 \times 10^4$	$1.110 \times 10^{-8}$	$2.533 \times 10^3$	$1.240 \times 10^4$	$7.083 \times 10^3$	$7.032 \times 10^5$	$4.200 \times 10^{-9}$
5.41	$4.197 \times 10^3$	$9.228 \times 10^3$	$9.319 \times 10^4$	$1.650 \times 10^{-8}$	$4.328 \times 10^3$	$1.314 \times 10^4$	$4.038 \times 10^4$	$1.646 \times 10^6$	$6.300 \times 10^{-9}$
8.31	$8.692 \times 10^3$	$1.377 \times 10^4$	$5.777 \times 10^4$	$5.100 \times 10^{-9}$	$8.766 \times 10^3$	$1.440 \times 10^4$	$5.050 \times 10^4$	$1.124 \times 10^7$	$4.500 \times 10^{-9}$
10.84	$5.314 \times 10^3$	$1.181 \times 10^4$	$1.605 \times 10^5$	$7.000 \times 10^{-9}$	$5.314 \times 10^3$	$1.189 \times 10^4$	$1.600 \times 10^5$	$1.315 \times 10^8$	$7.000 \times 10^{-9}$
11.70	$7.203 \times 10^3$	$1.156 \times 10^4$	$2.476 \times 10^5$	$6.000 \times 10^{-10}$	$7.203 \times 10^3$	$1.164 \times 10^4$	$2.476 \times 10^5$	$1.363 \times 10^8$	$6.000 \times 10^{-9}$
平均	$5.576 \times 10^3$	$1.133 \times 10^4$	$1.149 \times 10^5$	$8.060 \times 10^{-9}$	$5.629 \times 10^3$	$1.269 \times 10^4$	$1.011 \times 10^5$	$5.627 \times 10^7$	$4.520 \times 10^{-9}$

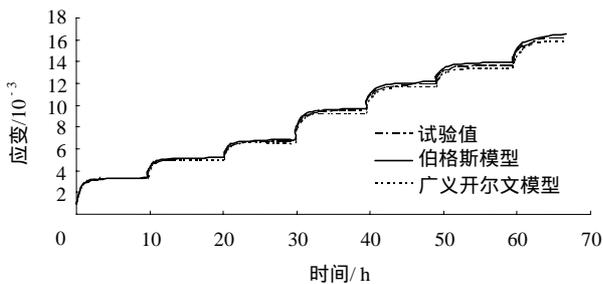


图1 灰绿色粘土岩蠕变试验拟合曲线

Fig.1 Fitting curves of creep test for grey – green claystone

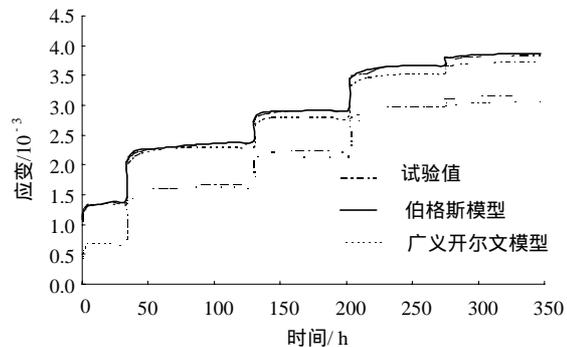


图2 紫红色粘土岩蠕变试验拟合曲线

Fig.2 Fitting curves of creep test for mauve claystone

## 6 结 语

PS 是一种成熟的优化方法,编程简单,使用方便。

最小二乘法是最常用曲线拟合方法。本文将 PS 嵌入到最小二乘法中,以最小二乘法目标函数为向导,用模式搜索对岩石流变模型参数进行优化,避免了初始参数值选取的困难。工程实例的计算表明,此法不受初始参数选值的影响,计算精度高,模型识别方便,具有较高的工程应用价值。

用本文方法对某工程粘土岩单轴压缩流变模型参数进行识别,结果表明,采用伯格模型描述该类粘土岩的流变力学特征比其他模型更为合适。

**致谢** 本文所用数据由长江科学院提供,在本文研究过程中岩基所的同志给予大力的帮助,成果的取得与他们分不开的,在此表示衷心感谢!

### 参考文献(References):

- [1] 李青麒. 软岩蠕变参数的曲线拟合计算方法[J]. 岩石力学与工程学报, 1998, 17(5): 559-564.(Li Qingqi. Curve fitting method for creep parameter of soft rock[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 1998, 17(5): 559-564.(in Chinese))
- [2] 朱元林,何平. 冻土在振动荷载作用下的三轴蠕变模型[J]. 自然科学进展, 1998, 8(1): 60-62.(Zhu Yuanlin, He Ping. Triaxial creep model of frozen soil under vibratory load[J]. Progress in Natural Science, 1998, 8(1): 60-62.(in Chinese))
- [3] 余斌,赵惠林. 粘性泥石流运动模型的实验研究[J]. 自然灾害学报, 1999, 8(2): 81-87.(Yu Bin, Zhao Huilin. Research on movement model of viscous debris flow by rheological experiments[J]. Journal of Natural Disasters, 1999, 8(2): 81-87.(in Chinese))
- [4] 王红伟,王希良,彭苏萍等. 巷道围岩流变特性试验研究[J]. 地下空间, 2001, 21(5): 361-365.(Wang Hongwei, Wang Xiliang, Peng Suping et al. Study on rheological test of surrounding soft rockmass in tunnel[J]. Underground Space, 2001, 21(5): 361-365.(in Chinese))
- [5] 曹树刚,边金,李鹏. 软岩蠕变试验与理论模型分析的对比[J]. 重庆大学学报, 2002, 25(7): 96-98.(Cao Shugang, Bian Jin, Li Peng. Comparison research of creep experiments and the analysis of the theorial model of soft rocks[J]. Journal of Chongqing University, 2002, 25(7): 96-98.(in Chinese))
- [6] Boukharov G N, Chanda M W, Boukharov N G. The three processes of brittle crystalline rock creep[J]. Int. J. Rock Mech. Min. Sci & Geomech. Abstr., 1995, 32(4): 325-335.
- [7] 方开泰,马长兴. 正交与均匀试验设计[M]. 北京:科学出版社, 2001.(Fang Kaitai, Ma Changxing. Orthogonal Design and Uniform Design[M]. Beijing: Science Press, 2001.(in Chinese))
- [8] 陈宝林. 最优化理论与方法[M]. 北京:清华大学出版社, 1989.(Chen Baolin. Theory and Method of Optimization[M]. Beijing: Tsinghua University Press, 1989.(in Chinese))
- [9] Yosef S S, Bruce A B. Optimization by pattern search[J]. European Journal of Operational Research, 1994, 78(13): 388-303.
- [10] 周维垣. 高等岩石力学[M]. 北京:水利电力出版社, 1990.(Zhou Weiyuan. Advanced Rock Mechanics[M]. Beijing: Water Resources and Electric Power Press, 1990.(in Chinese))