

# 尾砂分形级配与胶结强度的知识库研究

刘志祥, 李夕兵

(中南大学 资源与安全工程学院, 湖南 长沙 410083)

**摘要:** 采用分形理论研究了尾砂材料的级配。分析了国内外大量矿山的尾砂材料分形级配与强度试验数据, 用神经网络建立了尾砂胶结强度与水泥含量、浓度、孔隙分形维数及分形维数相关率的知识库模型。考虑神经网络在训练大规模样品时易陷入局部极小, 用梯度下降法与混沌优化方法相结合, 使神经网络实现快速训练的同时, 避免陷入局部极小。研究表明: 尾砂孔隙分形维数减小, 尾砂胶结强度增高; 分形维数相关率越好, 尾砂胶结强度越高。孔隙分形维数和分形维数相关率反映了尾砂粒度分布的整体信息, 可用来判断尾砂级配的合理性。应用知识库模型可以根据尾砂的级配特性, 预测不同水泥含量、不同浓度下的尾砂胶结充填体强度, 指导矿山充填设计。

**关键词:** 采矿工程; 尾砂级配; 分形维数; 神经网络; 知识库

**中图分类号:** TD 853.34

**文献标识码:** A

**文章编号:** 1000-6915(2005)10-1789-05

## STUDY ON FRACTAL GRADATION OF TAILINGS AND KNOWLEDGE BANK OF ITS CEMENTING STRENGTH

LIU Zhi-xiang, LI Xi-bing

(College of Resources and Safety Engineering, Central South University, Changsha 410083, China)

**Abstract:** Characteristics of tailings gradation are studied by using fractal theory. Experimental data about the fractal gradations of tailings material and their cementing strength from a lot of mines are analyzed. Neural network is used to establish the model of knowledge bank which embodies the relations between strengths of cemented tailings and content of cement, consistence, fractal dimension of porosity and correlation coefficient of fractal dimension. Combining grading method with chaotic optimization, the neural network model achieves rapid training and avoids local minimum when there are a lot of samples to be trained. Research results show that the strengths of cemented tailings increase with the decrease of fractal dimension of porosity and with the increase of the correlation coefficients of fractal dimension. Because fractal dimension of porosity and its correlation coefficient embody the global distribution information of tailing granule, they can be used as a standard of rationality of gradation. According to gradation of tailings, the knowledge bank model can predict the strengths of cemented tailings in different contents of cement or consistence, and guide filling design in mine.

**Key words:** mining engineering; tailings gradation; fractal dimension; neural network; knowledge bank

## 1 引言

矿业在向自然界索取不可再生资源时, 排放了大量的尾砂废料。尾砂堆存不仅占用土地, 还使土

地毒化、酸化, 影响了矿业可持续发展, 恶化了人类赖以生存的环境<sup>[1]</sup>。尾砂回填空区既可减少甚至消除废料堆放, 还可保护采区地表, 提高地下资源回收率。随着地下充填采矿法应用比重的逐步提高, 充填体力学逐渐形成岩石力学的一门分支学科<sup>[2]</sup>。

**收稿日期:** 2004-02-12; **修回日期:** 2004-04-15

**基金项目:** 国家自然科学基金重大资助项目(50490274)

**作者简介:** 刘志祥(1967-), 男, 1989年毕业于武汉工业大学非金属资源系采矿工程专业, 现为高级工程师、中南大学博士研究生, 主要从事采矿与岩石力学方面的研究工作。E-mail: liulzx@sina.com.

为了提高尾砂胶结充填体强度，降低胶结充填成本，矿业科研人员对尾砂充填体强度影响因素进行了大量的探索<sup>[3]</sup>。水泥含量是充填体强度的决定因素，料浆浓度是充填体强度的主要影响因素，这已为大家所公认。然而，关于尾砂级配对充填体强度的影响方面的研究较少，大量矿山实践表明：尾砂胶结充填体的强度与其材料的级配相关<sup>[4]</sup>。目前采用不均匀系数( $D_{60}/D_{10}$ ，其中  $D_{60}$ ， $D_{10}$  分别为筛下重量的 60%与 10%所对应的颗粒直径)来表征尾砂的颗粒级配，存在一定的局限性，它并不能充分展示尾砂材料的全体信息特征。

法国数学家 Mandelbrot 通过对许多形状复杂的不规则物体进行仔细观察和综合分析后，提出了分形的概念并首创了分形理论<sup>[5]</sup>。它的两个基本特性是自相似性和分形维数。自相似性是局部和整体具有相似的性质；分形维数定量描述了分形结构自相似程度、不规则程度或破碎程度。无疑分形数学为尾砂级配特征的研究提供了一条新的研究途径。

矿山科技工作者对尾砂胶结充填体强度已进行了大量的研究，得出了大量的研究成果，但对于尾砂级配与强度的内在关系研究不充分，因此每一个新建矿山应用尾砂胶结充填时，都是从配比 1 2~1 12(水泥与尾砂质量比)、浓度 60%~80% 进行大规模试验，试验工作量很大，前人研究成果不能得到充分应用。因此本文在总结前人研究成果的基础上，采用分形理论研究了尾砂胶结强度与其级配的内在规律，并建立了尾砂胶结充填体强度的神经网络知识库。

## 2 尾砂分形级配

### 2.1 尾砂材料孔隙的分形

尾砂材料是一种碎体，具有自相似特性。尾砂碎体中颗粒大小与频度服从 Weibull 分布，分形维数可根据下式计算<sup>[6]</sup>：

$$\frac{M_{<r}}{M_0} = \left(\frac{r}{r_0}\right)^{3-D} \tag{1}$$

式中： $M_{<r}$  为所有粒径小于  $r$  的尾砂质量， $M_0$  为全体尾砂质量， $r_0$  为尾砂粒径的平均尺寸， $D$  为尾砂粒径的分形维数。

根据式(1)，把所测的  $M_{<r}$  和  $r$  数据进行回归分析，可得到尾砂颗粒的分形维数  $D$ 。对会泽铅锌矿

尾砂进行回归分析(如图 1 中曲线 1，尾砂粒级测试数据来自长沙矿山研究院 2001 年资料，“云南会泽铅锌矿高浓度尾砂与水淬渣充填技术研究”)，曲线斜率  $k = 3 - D$ ，由  $k = 0.502$ ，得  $D = 2.498$ ，回归相关系数  $S' = 95.81\%$ ；对安庆铜矿尾砂进行回归分析(图 1 中曲线 2，尾砂粒级测试结果来自北京有色设计研究总院 1995 年资料，“安庆铜矿高浓度尾砂充填工艺研究所”)，同理得  $D = 1.732$ ， $S' = 82.34\%$ 。

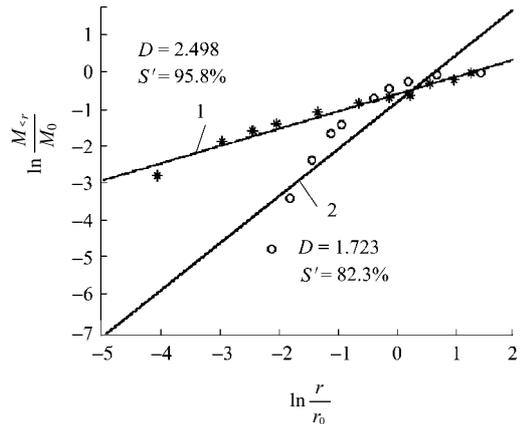


图 1 尾砂材料分形维数计算图

Fig.1 Calculation figures of fractal dimension of tailings

分形碎体颗粒间孔隙的分形维数  $D_f$  与粒径的分形维数  $D$  有如下关系<sup>[7]</sup>：

$$D_f = \frac{2D}{D^2 - D + 2} \tag{2}$$

以上研究表明：尾砂粒径分布的分形维数越大，颗粒越细，细小的颗粒充填在大颗粒孔隙中，降低了孔隙率，因此孔隙分布的分形维数就越小。

孔隙的分形特性反映了尾砂材料孔隙特征，能直观地反映尾砂级配特性。

### 2.2 尾砂分形维数相关率

从大量尾砂分形维数回归分析中发现：级配合理的尾砂材料(如会泽铅锌矿尾砂，图 1 中曲线 1)，在粒径与其含量的对数图上，分布点排列整齐，几乎在一条直线上，分形维数回归相关系数趋近于 1，这种尾砂的胶结强度较高；相反分布点散乱(如安庆铜矿尾砂，图 1 中曲线 2)，分形维数回归相关系数小，这种尾砂材料的胶结强度低。以图 1 中 2 种充填材料相比，在同等水泥含量 20%、浓度 74% 的情况下，第 1 种尾砂的抗压强度为 6.30 MPa，第 2 种尾砂的抗压强度为 4.75 MPa。

由于分形维数回归相关系数反映的是回归预测

值与实测值相比的准确性,且目前对尾砂分形没有统一的标准(有的矿山使用美国筛标准,有的矿山使用德国筛标准或英国筛标准),为了便于计算和更准确地描述尾砂分形维数相关系数,用“面积”定义分形维数相关率  $S$ :

$$S = 100(S_2 - S_1)/S_2 \quad (3)$$

式中:  $S_1$  为回归方程与实测结果所形成的面积,  $S_2$  为实测结果与  $\ln(M/M_0) = 0$  轴所形成的面积。

### 3 充填体强度的知识库建立

#### 3.1 充填体强度的神经网络知识库模型

人工神经网络(neural network, NN)是对人脑若干基本特性的抽象和模拟,具有大规模并行处理,分布式信息存储,以及很强的学习功能<sup>[8]</sup>。神经网络的学习过程是一种从输入空间到输出空间的非线性映射函数的形成过程<sup>[9]</sup>,学习样本间的内在规律性及包含的知识结构等都通过输入数据与输出数据之间的非线性映射关系来得到体现。正是这种输入、输出间的非线性映射关系,才使得用人工神经网络方法建立庞大的知识库成为可能。

尾砂胶结充填体强度与水泥含量、料浆浓度、孔隙分形维数及分形维数相关率有关,因此可用神经网络建立充填体强度与其影响因素的知识库模型,并研究尾砂级配与其强度的内在规律。

#### 3.2 神经网络训练与混沌优化

神经网络训练与学习的 BP 算法本质上是一种非线性优化问题,采用梯度最速下降法,能实现快速学习与误差反向传播处理,但不可避免地会陷入局部极小、收敛慢等问题。将 BP 算法应用于有大规模样本训练时,必须寻找快速、全局收敛的学习算法<sup>[10]</sup>。混沌优化(chaos optimization)利用混沌具有初始值敏感性、内在随机性及遍历性等特性<sup>[11]</sup>,在全局寻优过程中有较高的搜索效率。因此本文用梯度下降法与混沌优化方法相结合,使神经网络实现快速训练的同时,避免陷入局部极小。

梯度下降法与混沌优化相结合的神经网络训练方法与步骤如下:

(1) 根据输入与输出参数,首先采用梯度下降法训练神经网络,定义目标函数  $\Omega$ :

$$\Omega = \sum e_i^2 \quad (4)$$

式中:  $e_i$  为网络误差信号。

(2) 如果训练过程中网络收敛比较快,目标函

数  $\Omega < \Omega_{\min}$  ( $\Omega_{\min}$  为允许最小误差均方),神经网络训练结束;如果训练时网络陷入局部极小或训练到规定的次数后,仍达不到误差要求(即目标函数  $\Omega > \Omega_{\min}$ ),将混沌优化引入神经网络权值与阈值的优化。将神经网络的权值与阈值左右移动一个微小区间  $\Delta W$ ,  $\Delta b$ , 权值的取值范围为  $(W - \Delta W, W + \Delta W)$ , 阈值取值范围为  $(b - \Delta b, b + \Delta b)$ , 并记录下此时的权值  $W$  和阈值  $b$  作为次优解,设此时的目标函数值为  $\Omega^*$ , 转入步骤(3)。

(3) 设神经网络权值参数有  $m_1$  个, 阈值参数有  $m_2$  个,任意设定  $m_1 + m_2$  个  $(0, 1)$  区间相异的初值(不能为不动点 0.25, 0.5, 0.75), 代入 Logistic 迭代方程, 得到  $m_1 + m_2$  个不同轨迹的混沌变量:

$$x_{n+1} = ux_n(1 - x_n); n = 0, 1, \dots, N; x_0 \in (0, 1) \quad (5)$$

式中:  $u$  为控制参量, 当  $u = 4$  时, Logistic 映射为  $(0, 1)$  区间的满映射, 且系统处于完全混沌状态。

(4) 采用下述公式, 将混沌变量映射到神经网络各权值与阈值的取值范围:

$$W_{ij}^* = W_{ij} - \Delta W_{ij}(1 - 2x_{n+1}) \quad (6)$$

$$b_j^* = b_j - \Delta b_j(1 - 2x_{n+1}) \quad (7)$$

(5) 采用混沌变量进行迭代搜索, 并计算每一步迭代的目标值  $\Omega$ 。

(6) 如果目标函数  $\Omega < \Omega_{\min}$ , 计算结束, 置  $W = W^*$ ,  $b = b^*$ , 当前权值与阈值对应神经网络的最优解; 如果  $\Omega_{\min} < \Omega < \Omega^*$ , 置  $\Omega^* = \Omega$ ,  $W = W^*$ ,  $b = b^*$ , 返回步骤(5), 继续迭代; 如果  $\Omega > \Omega^*$ , 放弃  $W^*$  与  $b^*$ , 返回步骤(5), 继续迭代。

(7) 进行若干步迭代后, 如  $\Omega$  不变, 继续采用梯度下降法训练神经网络, 使网络误差尽可能小。

#### 3.3 知识库模型建立

本文对国内外近百个应用尾砂胶结充填的矿山资料进行了统计, 用式(1)回归各矿山的尾砂分形维数  $D$ , 用式(2)计算孔隙分形维数  $D_f$ , 用式(3)计算分形维数相关率  $S$ , 共得到 942 组数据。作为参考, 表 1 列出了部分统计数据(72 组)。以水泥含量、浓度、孔隙分形维数  $D_f$  及分形维数相关率  $S$  为输入, 强度数据为输出, 建立了充填体强度与其影响因素的神经网络知识库。模型中输入神经元个数为 4, 输出神经元个数为 1, 神经网络的训练与学习过程中采用梯度下降法与混沌优化相结合的方法。

#### 3.4 知识库模型检验

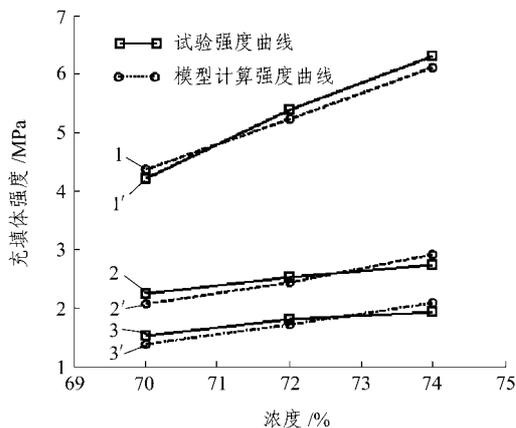
采用本文建立的知识库模型对云南会泽铅锌矿尾砂胶结充填体的强度进行预测(会泽铅锌矿数据

表 1 部分尾砂充填矿山统计数据

Table 1 Statistic data of filling mines with tailings

数据来源	水泥含量/%	浓度/%	强度/MPa	其他	数据来源	水泥含量/%	浓度/%	强度/MPa	其他	数据来源	水泥含量/%	浓度/%	强度/MPa	其他			
安庆铜矿	20.0	65	2.87	$D_f=1.062$ $S=82.3\%$	金川有色公司	6.35	73	1.15	$D_f=0.901$ $S=92.6\%$	25.00	75	12.40	凡口铅锌矿	65	6.00		
		70	3.48			6.85	76	1.80			70	6.98					
		73	4.31			7.75	73	1.35			65	6.00					
		75	5.10			8.40	76	2.01			80	5.80					
	14.29	65	2.10			14.00	73	3.11		75	5.48						
		70	2.35			15.20	76	4.19		72	5.09						
		73	2.63			2.4	69	0.17		70	4.83						
		75	3.29			4.8	69	0.50		68	4.49						
	11.11	65	1.03			16.7	69	4.80		65	3.76						
		70	1.28			2.4	69	0.15		60	2.93						
		73	1.78			4.8	69	0.45		55	2.23						
		75	2.15			16.7	69	3.54		75	4.40						
9.09	65	1.07	2.4	69	0.11	73	3.30										
	70	1.23	4.8	69	0.31	70	3.00										
	73	1.34	16.7	69	3.31	65	2.85										
	75	1.54	4	65	0.22	80	3.43										
6.25	70	0.46	8	65	0.39	75	2.70										
	75	0.60	16	65	2.95	70	2.10										
	坎宁顿矿	6.3	70	0.66	$D_f=0.854$ $S=98.0\%$	加拿大矿业局	4	65	0.19	$D_f=0.987$ $S=94.3\%$	11.11	65	1.61	甘1矿	33.30	65	6.47
		4.8	70	0.38			8	65	0.42			20.00	65			2.85	
3.2		70	0.22	16			65	2.35	11.11			70	1.03				
6.3		70	0.39	4			65	0.19	$D_f=1.039$ $S=80.6\%$								
4.8	70	0.36	8	65	0.42												
3.2	70	0.19	16	65	2.88												

未参与模型训练), 模型计算强度与试验结果对比如图 2, 计算结果表明, 预测强度与实验室试验强度的误差均在 8% 以内。因此本文模型能够根据尾砂材料的分形级配, 预测其胶结强度。



曲线 1 和 1' 水泥含量 20%; 曲线 2 和 2' 水泥含量 14.28%; 曲线 3 和 3' 水泥含量 9.09%。尾砂孔隙分形维数  $D_f = 0.92$ , 分形维数相关率  $S = 95.38\%$

图 2 尾砂级配模型验证

Fig.2 Verification of the model of tailing gradation

应用该模型, 对于尾砂胶结充填的矿山, 可以在不进行大规模配比试验的条件下, 仅采用小规模验证试验, 即可得出不同配比、不同浓度下的充填体强度, 从而节省了大量的人力和物力。

## 4 尾砂级配对强度的影响

### 4.1 尾砂孔隙分形维数对强度的影响

对浓度为 74%、水泥含量分别为 20.00%, 14.29%, 11.11%, 9.09% 的尾砂胶结充填体, 相关率  $S$  取统计的各矿山平均值 92.3%, 采用知识库模型进行模拟计算, 得出尾砂强度与其孔隙分形维数的关系如图 3。从图中可看出, 尾砂孔隙分形维数增大, 充填体强度减小。从各矿山的尾砂级配统计结果来看, 尾砂孔隙分形维数为 0.85 ~ 1.08, 根据图 3, 充填体强度的最大差异为 0.5 ~ 0.7 MPa。

### 4.2 尾砂分形维数相关率对强度的影响

对浓度为 74%、水泥含量分别为 20.00%, 14.29%, 11.11%, 9.09% 的尾砂胶结充填体, 孔隙分形维数  $D_f$  取统计的各矿山平均值 0.965, 采用知识库模型进行模拟计算, 得出尾砂的强度与其分形维数相关率  $S$  的关系如图 4 所示。从图 4 可以看出, 尾砂分形维数相关率  $S$  越大, 充填体强度越高。

各矿山的尾砂级配分析结果显示, 分形维数相关率  $S$  为 82% ~ 98%, 根据图 4, 充填体强度的最大差异为 1.2 ~ 1.6 MPa。与尾砂孔隙分形维数对强度影响相比, 分形维数相关率对充填体强度影响更为显著。

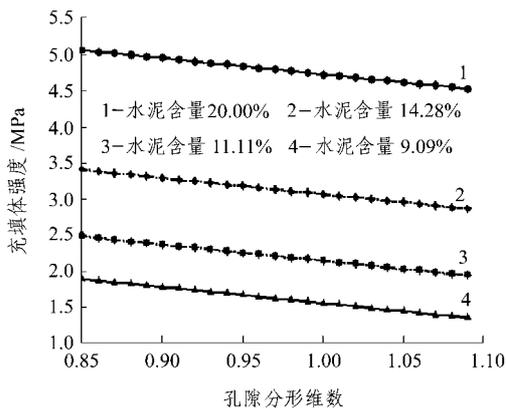


图 3 充填体强度与孔隙分形维数关系

Fig.3 Relationship between strength of backfill and  $D_f$

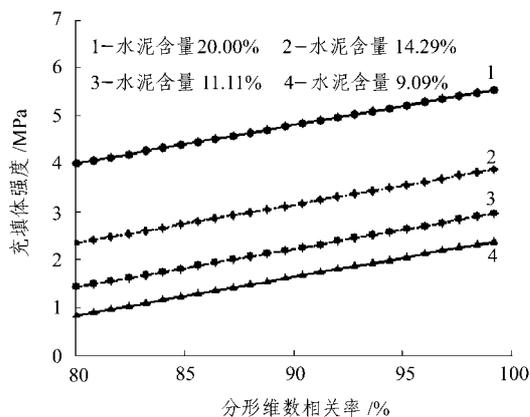


图 4 充填体强度与分形维数相关率 S 的关系曲线

Fig.4 Relationship between strength of backfill and S

## 5 结 语

(1) 分形具有跨越不同尺度的对称性，它定量描述了尾砂材料颗粒的自相似程度。尾砂孔隙分形维数和分形维数相关率是尾砂级配合理性评价的重要指标。用孔隙分形维数和分形维数相关率评价尾砂级配的合理性比用不均匀系数方法更合理，因为它反映了尾砂粒度分布的整体信息。

(2) 通过对国内外尾砂胶结充填矿山的试验结果综合分析，建立了尾砂胶结充填体强度与水泥含量、浓度、孔隙分形维数及分形维数相关率的神经网络知识库，从大量研究数据中揭示了尾砂胶结强度与其级配的内在规律。研究表明：尾砂颗粒间孔隙分形维数减小，充填体强度增高；尾砂分形维数相关率越好，充填体强度越高。其中尾砂分形维数相关率对于充填体强度影响尤为显著。

(3) 应用该模型可以根据尾砂材料的分形级配，预测其在不同配比、不同浓度下的强度，指导充填设计。

## 参考文献(References) :

- [1] Ellis A V. A review of some environment issues affecting marine mining[J]. Marine Georesources and Geotechnology, 2001, 19(1) : 51 – 63.
- [2] 卢平. 制约胶结充填采矿法发展的若干充填体力学问题[J]. 黄金, 1994, 15(7) : 18 – 22.(Lu Ping. A few points about the mechanics of back filling which restrain the development of cementing back-filling method[J]. Gold, 1994, 15(7) : 18 – 22.(in Chinese))
- [3] Jung S J, Biswas K. Review of current high density paste fill and its technology[J]. Mineral Resources Engineering, 2002, 11(2) : 165 – 182.
- [4] 刘同有. 充填采矿技术与应用[M]. 北京：冶金工业出版社，2001.(Liu Tongyou. Technology of Backfill Mining and Its Application[M]. Beijing : Metallurgical Industry Press, 2001.(in Chinese))
- [5] 刘亚俊, 叶邦彦, 夏伟. 分形理论及其在材料非线性力学行为研究中的应用[J]. 材料科学与工程, 2001, 19(3) : 104 – 107.(Liu Yajun, Ye Bangyan, Xia Wei. Fractal theory and its application in the study of mechanics behavior of materials[J]. Materials Science and Engineering, 2001, 19(3) : 104 – 107.(in Chinese))
- [6] 特科特 D L. 分形与混沌[M]. 陈颢, 郑捷, 季颖译. 北京：地震出版社, 1993.(Turcotte D L. Fractal and Chaos[M]. Translated by Chen Yong, Zheng Jie, Ji Ying. Beijing : Earthquake Press, 1993.(in Chinese))
- [7] 徐永富, 孙婉莹, 吴正根. 我国膨胀土的分形结构研究[J]. 河海大学学报(自然科学版), 1997, 25(1) : 17 – 23.(Xu Yongfu, Sun Wanyin, Wu Zhenggen. On fractal structure of expansive soils in China[J]. Journal of Hohai University(Natural Science), 1997, 25(1) : 17 – 23.(in Chinese))
- [8] Kobayashi M, Hattori M, Yamazaki H. Multidirectional associative memory with a hidden layer[J]. Systems and Computers in Japan, 2002, 33(6) : 1 – 9.
- [9] 何国光, 周坚强. 基于前向神经网络的知识获取[J]. 吉首大学学报(自然科学版), 2002, 23(6) : 62 – 65.(He Guoguang, Zhou Jianqiang. Study of the knowledge acquirement based on feed-forward neural network[J]. Journal of Jishou University(Natural Science Edition), 2002, 23(6) : 62 – 65.(in Chinese))
- [10] 桂卫华, 胡志坤, 彭小奇. 前馈网络的混沌梯度搜索耦合学习算法及应用[J]. 中南工业大学学报(自然科学版), 2002, 33(6) : 629 – 631.(Gui Weihua, Hu Zhikun, Peng Xiaoqi. A coupled exercise algorithm of forward neural network combined with gradient search and chaotic optimization search[J]. Journal of Central South University of Technology(Natural Science), 2002, 33(6) : 629 – 631.(in Chinese))
- [11] 李兵, 蒋慰孙. 混沌优化方法及其应用[J]. 控制理论与应用, 1997, 14(4) : 613 – 615.(Li Bing, Jiang Weisun. Chaos optimization method and its application[J]. Control Theory and Applications, 1997, 14(4) : 613 – 615.(in Chinese))