

# 基于 GIS 的地下开挖沉陷计算的有限层法 及数据场表达

刘立民<sup>1,2</sup>, 刘汉龙<sup>1</sup>, 李建刚<sup>3</sup>, 连传杰<sup>2</sup>

(1. 河海大学 岩土工程研究所, 江苏 南京 210098; 2. 山东科技大学 资环学院, 山东 泰安 271019;  
3. 山西大同大学 工学院, 山西 大同 037009)

**摘要:** 地学数字化与可视化构建的主要平台 GIS 已在许多岩土工程领域得到应用。地下硐室开挖和矿山采掘引起的地表沉陷是一种较为严重的工程灾害, 基于“3S”技术对地表沉陷及其沉陷损害进行实时预测预报和评价, 其效果和意义都是显著的。给出了一种用于地下开挖地表沉陷计算和岩土体应力分析的方法即有限层法, 给出了该方法的位移模式、应变矩阵、弹性矩阵、单元刚度矩阵和应力矩阵等, 并就该方法与 GIS 集成中的数据模型和数据组织方法进行了探讨, 同时还给出了基于 GIS 的沉陷损害评价系统的多语言集成模式和数据可视化方法, 并通过系统应用的工程实例对该方法的可靠性进行了验证。

**关键词:** 采矿工程; GIS; 有限层法; 地表沉陷; 数据场; 六面体数据模型

**中图分类号:** TD 322; O 319.56

**文献标识码:** A

**文章编号:** 1000-6915(2005)12-2170-06

## FLEM FOR GROUND SUBSIDENCE CALCULATION AND DATA FIELD EXPRESSION MODEL BASED ON GIS

LIU Li-min<sup>1,2</sup>, LIU Han-long<sup>1</sup>, LI Jian-gang<sup>3</sup>, LIAN Chuan-jie<sup>2</sup>

(1. *Research Institute of Geotechnical Engineering, Hohai University, Nanjing 210098, China*;  
2. *Department of Coal Mining, Shandong University of Science and Technology, Tai'an 271019, China*;  
3. *Engineering College, Shanxi Datong University, Datong 037009, China*)

**Abstract:** GIS building up by geoscience digitalization and visualization is widely used in geotechnical engineering. Ground subsidence due to underground tunnel excavation and mining is a kind of drastic engineering disaster. It is valuable to conduct real-time prediction and evaluation of ground subsidence and its damage based on GIS, GPS, and RS technology. This paper provides a semi-analytic method, finite layer element method (FLEM), which is used in underground mining subsidence calculation and geological body stress analysis and gives out the displacement pattern, the strain matrix, the elastic matrix, the stiffness matrix of the element and the stress matrix of this method. It also presents the data model for this method integrated with GIS and data organization approach. Meanwhile, the multilingual integrated pattern and data visualization method based on GIS subsidence damage evaluation system are proposed; and the reliability of the method through the application of engineering examples is verified.

**Key words:** mining engineering; GIS; FLEM; ground subsidence; data field; hexahedral data model

**收稿日期:** 2004-01-17; **修回日期:** 2004-03-02

**作者简介:** 刘立民(1962-), 男, 博士, 1987年毕业于原山东矿业学院采矿工程系, 现任教授, 主要从事环境岩土工程与GIS应用等方面的教学与研究。E-mail: lmluhhu@163.com。

# 1 引言

自 20 世纪 60 年代后发展起来的有限元方法因基于全离散原理, 可对复杂的工程问题如应力场、温度场、渗流场及其各种场的耦合进行分析计算, 因此, 使有限元方法具有广泛的适应性。但对三维分析而言, 有限元方法也具有数据输入量和计算量大的不足, 这一不足在有限元和 GIS 集成应用过程中尤为明显。近年来将解析与数值方法相结合, 以兼备两者优点的半解析数值方法(semi-analytic method)已成为工程计算的有效手段<sup>[1, 2]</sup>。

半解析方法是指在数值分析过程中, 在基本控制方程的解函数中引入了解析函数或解析解, 而不象纯数值方法均采用统一的离散与插值模式, 半解析方法计算所得到的仍是一系列离散化的数值结果<sup>[3]</sup>。有限层单元法(finite layer element method, FLEM)是基于上述思想而建立的一种工程分析方法。

地下开挖引起周围岩土体变形过程的最终结果是使地表产生沉陷, 而地表沉陷必然要对地表的地理对象产生损害。利用 GIS 对地理对象的可视化管理和空间分析的优势, 进行 GIS 与岩土工程数值分析的集成和系统开发, 将会大大拓广数值分析方法在岩土工程评价与设计中的应用<sup>[3]</sup>。同时, 基于 GIS 的岩土工程综合分析评价系统, 容易与 GPS, RS (遥感)和 ES(专家系统)和工程监控技术融合。

## 2 地下开挖沉陷计算的有限层法

地下工程开挖和矿山采掘会普遍引起地表沉陷, 而地表沉陷必然要对地表建筑物或构筑物造成不同程度的损害, 尤其是矿山采掘引起的地表沉陷是最为严重的一种工程灾害<sup>[4, 5]</sup>。将 GIS 技术用于区域沉陷损害的评价, 可实现评价的定量化、可视化和实时预测预报。在地表沉陷损害评价过程中, 地表沉陷(主要包括地表的竖向位移和平面位移)的三维计算模型是沉陷损害评价的基础。

地下开挖沉陷计算的有限层法, 是根据地层呈层状分布的特点(见图 1), 划分为厚度不一的层单元(长方体单元, 见图 2), 采取二维解析, 一维离散的方法进行半解析处理, 即在  $x, y$  平面上解析, 在  $z$  方向上离散, 同时建立相应的位移函数。图 1 所示为地层剖面的三维视图和单元划分图, 图 2 所示为所划分的层单元。

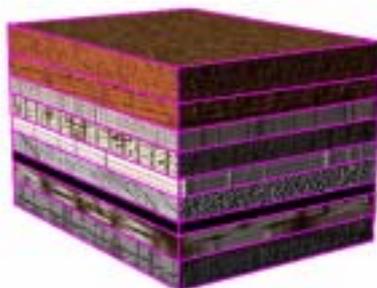


图 1 3D 计算模型

Fig.1 3D computation model

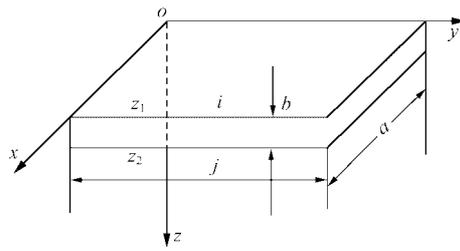


图 2 层单元

Fig.2 Layer element

边界条件: 模型中左、右、前、后和底部边界均采用固支边界, 而上表面(地表)为自由面, 并将开挖部分视为一种弹性模量极小和泊松比近乎为零的介质, 第四系松散层视为横观各向同性材料, 第四系以下的岩层视为弹性材料<sup>[2]</sup>。

### 2.1 位移模式

$$\{f\} = \begin{Bmatrix} u \\ v \\ w \end{Bmatrix} = \sum_{m=1}^p \sum_{n=1}^q [N]_{mn} \{\delta\}_{mn} \quad (1)$$

其中,

$$[N]_{mn} = \begin{bmatrix} C_{mx} S_{ny} \xi_j & 0 & 0 \\ 0 & S_{mx} C_{ny} \xi_j & 0 \\ 0 & 0 & S_{mx} S_{ny} \xi_j \\ C_{mx} S_{ny} \xi_i & 0 & 0 \\ 0 & S_{mx} C_{ny} \xi_i & 0 \\ 0 & 0 & S_{mx} S_{ny} \xi_i \end{bmatrix}^T$$

而

$$\left. \begin{aligned} C_{mx} &= \cos \frac{m\pi}{a} x & C_{ny} &= \cos \frac{n\pi}{b} y \\ S_{mx} &= \sin \frac{m\pi}{a} x & S_{ny} &= \sin \frac{n\pi}{b} y \\ \xi_j &= \frac{z_2 - z_1}{h} & \xi_i &= \frac{z - z_1}{h} \end{aligned} \right\}$$

$$[\delta]_{mn} = [u_i \quad v_i \quad w_i \quad u_j \quad v_j \quad w_j] \quad (2)$$

### 2.2 应变矩阵

$$\{\varepsilon\} = \begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \varepsilon_z \\ r_{xy} \\ r_{yz} \\ r_{zx} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} u_{,x} \\ v_{,y} \\ w_{,z} \\ u_{,y} + v_{,x} \\ v_{,z} + w_{,y} \\ w_{,x} + u_{,z} \end{Bmatrix} = \sum_{m=1}^p \sum_{n=1}^q [B]_{mn} \{\delta\}_{mn} \quad (3)$$

式中： $[B]_{mn} = [B_j \ B_i]$ ， $B_j, B_i$  为一个  $6 \times 3$  阶矩阵<sup>[1]</sup>。

### 2.3 弹性矩阵

取横观各向异性材料的弹性矩阵，简记为

$$[D] = \begin{bmatrix} U_1 & E_1 & E_2 & 0 & 0 & 0 \\ E_1 & U_1 & E_2 & 0 & 0 & 0 \\ E_2 & E_2 & U_2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & G_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & G_2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & G_2 \end{bmatrix} \quad (4)$$

对各向同性材料，仅是其中某些数值相同。

### 2.4 单元刚度矩阵

$$[K_{mnl}] = \iiint [B]_{mn}^T [D] [B]_{kl} dv \quad (5)$$

以分开形式可写为

$$[K_{mnl}] = \begin{bmatrix} K_{ii} & K_{ij} \\ K_{ji} & K_{jj} \end{bmatrix}_{6 \times 6} \quad (6)$$

式中： $K_{ii}$  为  $3 \times 3$  的对称阵， $K_{ji}$  为  $3 \times 3$  阶矩阵，则

$$K_{jj} = \begin{bmatrix} (K_{ii})_{11} & \text{对} \\ (K_{ii})_{21} & (K_{ii})_{22} & \text{称} \\ -(K_{ii})_{31} & -(K_{ii})_{32} & (K_{ii})_{33} \end{bmatrix}$$

### 2.5 单元载荷矩阵

(1) 重力：

$$\{F_\gamma\}_{mn} = \iiint [N]_{mn}^T \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ \gamma \end{Bmatrix} dv = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{\gamma h}{2} \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{Bmatrix} \begin{bmatrix} ab \\ mn\pi^2 \cos \frac{m\pi x}{a} \Big|_{x_1}^{x_2} \cos \frac{n\pi y}{b} \Big|_{y_1}^{y_2} \end{bmatrix} \quad (7)$$

(2) 表面集中力<sup>[4]</sup>：

$$\{F_p\}_{mn} = \iiint [N]_{mn}^T \delta_{(x-x_\xi)(y-y_\eta)} \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ p \end{Bmatrix} dv = \rho \sin \frac{m\pi x_\xi}{a} \sin \frac{n\pi y_\eta}{b} \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{Bmatrix} \quad (8)$$

### 2.6 应力矩阵

$$\{\sigma\}_{mn} = [D][B]_{mn} \{\delta\}_{mn} = [S]_{mn} [\delta]_{mn} = [S_j \ S_i] [\delta]_{mn} \quad (9)$$

式中： $S_j, S_i$  为  $3 \times 3$  阶矩阵。

根据上述推导，在 Visual Fortran 6.5 环境下，编写了一个用于地下开挖围岩移动变形、地表沉降和应力分析的专用计算模块。该模块可计算沿  $x, y, z$  方向任意剖面的应力和位移，既可独立运行 (EXE 文件)，也可作为动态链接库文件 (DLL 文件) 嵌入的 GIS 中。

## 3 算例及应用

该算例的开孔深度为 100 m，孔的宽度、长度和高度分别为 30，800，2 m。点  $A, B$  为地表点，点  $A$  为中心点，点  $C$  为底板的固定点。依据弹性理论，该模型 (细长孔) 可简化为平面应变问题，可解析求出该细长孔垂直长轴方向剖面的理论解。同时也可应用有限层法，计算出该剖面点  $A, B, C$  的数值解。材料弹性模量  $E = 500 \text{ MPa}$ 、泊松比  $\mu = 0.26$ 、容重  $\gamma = 27 \text{ kN/m}^3$ 。图 3 所示为计算模型示意图，表 1, 2 为该算例的计算结果。

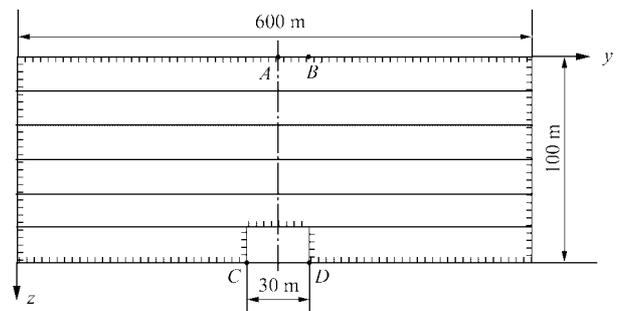


图 3 算例示意图

Fig.3 Schematic diagram of calculation example

表 1 地表点 A, B 的下沉值(垂直位移)

Table 1 Subsidence values at surface points A and B

点号	地表下沉值 w/mm						
	理论值	P = 1		P = 5		P = 9	
		计算值	误差/%	计算值	误差/%	计算值	误差/%
A	172	201	+16.9	180.8	+5.1	173.6	+0.93
B	81	118	+45.7	87.4	+7.9	82.2	+1.40

表 2 点 C 的应力值

Table 2 Stress values at point C

应力 P/MPa	$\sigma_z$			$(\sigma_x, \sigma_y)_{max}$			$\tau_{max}$		
	理论值	计算值	误差/%	理论值	计算值	误差/%	理论值	计算值	误差/%
1		3.198	+18.4		1.084	+14.20		61.0	-
5	2.700	2.880	+6.6	0.949	1.026	+8.20	0	28.0	-
9		2.740	+1.5		0.958	+0.95		8.2	-

### 4 3D 数据模型与可视化方法

GIS 数据模型是用数学方法和算法来表达各种实际问题。空间数据模型是描述 GIS 空间数据组织和进行空间数据库设计的基础。目前空间数据模型有矢量数据模型、栅格数据模型和 TIN 数据模型。针对基于 GIS 的有限层法计算系统的具体实际,给出了基于矢量的六面体数据模型及其数据组织方法。

#### 4.1 六面体模型

基于矢量的数据模型以物体边界为基础定义和描述几何形体,能够给出完整和显式界面描述的方法。最为常用的四面体模型(TIN)是将目标空间用紧密排列但不重叠的不规则四面体形成的格网来表示,是 2D-TIN 结构的 3D 扩展。四面体格网由点、线、面和体 4 类基本元素组合而成。

有限层的计算模型是将地质体划分为若干个层单元(见图 1, 2),每个层单元均为六面体,对呈水平状的岩土层来说则是一个正六面体。基于 3D-GIS 的六面体数据模型特点是数据存储量较四面体模型大大降低,系统计算和分析速度也将大大提高。

基于层单元的正六面体数据模型采用边界表示法。边界表示法是以物体边界为基础定义和描述几何形状,并能给出完整和显式界面的描述方法。每个六面体均由六个面构成,每个面由四条边围成的封闭域定义,每条边由其起点和终点定义。即六面体的边界是六个单元面的并集,而每个单元面也必

须是有界的。在边界表示法中,每一岩土层(六面体)的几何信息和拓扑信息分开进行存储的,其数据结构可用体表、面表、边表、顶点表 4 个层次来描述。因此,在进行坐标变换操作时,仅仅只需改变空间点的坐标,空间实体间的拓扑关系保持不变。该方法直接给出了空间实体的边界描述,从而有利于图形的生成和几何特性的计算。同时,它也可较方便地实现拓扑一致性检验。

其空间数据结构可用体表、面表、边表、顶点表 4 个层次来描述并对其进行记录。属性信息则同时建立各六面体(层单元)的岩性描述、弹性模量、泊松比、容重、抗拉强度、抗压强度、剪切强度、裂隙率、含水率等。图 4 所示为基于 GIS 的有限层法沉陷计算数据模型。

#### 4.2 场数据组织与数据可视化

为提高有限层法计算模块的运行速度,基于 GIS 的有限层法沉陷计算模块采用 Fortran90 编写。而数据的传递与交换模块则采用 VB 语言编写。尽管有限层法计算只与层单元的划分和相关的岩土体力学参数有关,但工程分析时通常需要了解任意空间位置的受力与变形情况,并给出其相应位置的可视化分析结果。为此系统的体数据组织采用三维矩形网格法(见图 4(c)),输出结果含  $N_x N_y N_z$  个空间点,是一个带空间坐标的属性表,表的属性是  $\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z, \varepsilon_x, \varepsilon_y, \varepsilon_z, \tau_{xy}, \tau_{xz}, \tau_{yx}, \sigma_1, \sigma_2, \sigma_3, \varepsilon_1, \varepsilon_2, \varepsilon_3, u, v, w$ ,而其他诸如力学参数和强度参数等属性信息可与空间数据库共享。

进行计算网格划分时应使任一矩形网的垂直高度要小于各层单元的最小厚度,以保证厚度最小的

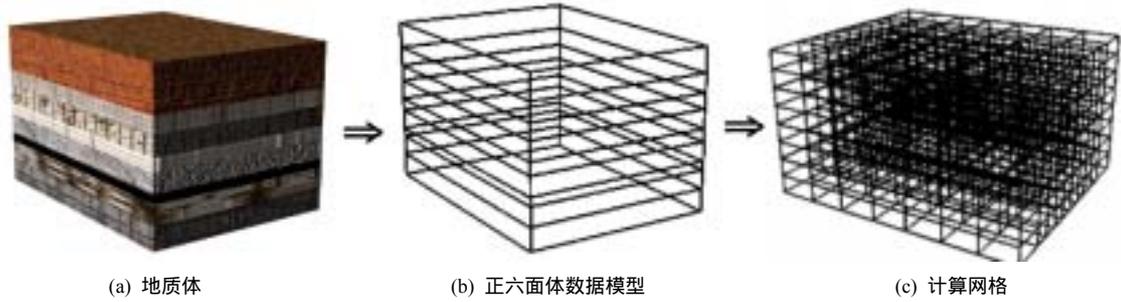


图 4 有限层法六面体数据模型

Fig.4 Hexahedral data model of finite layer method

层单元内有计算数据，确保对任一岩土层的受力和变形情况作出判断，即

$$\max(Z_i) \quad \min(H_i) \quad (10)$$

式中： $Z_i$  为任一计算网格的垂直高度， $H_i$  为任一层单元的厚度。

地质三维的结果表达形式主要有两种，既矢量层面法和三维小立方体栅格法。对于矢量层面技术而言，其算法表达、求解及空间拓扑分析复杂，但该方法处理数据能力大，图形表达精细，可实现复杂的三维地质切割和空间拓扑分析。三维立方体栅格法的处理数据量小，图形表达不精细适合小尺度的地质体，而且拓扑空间分析效果不佳。

IDL(interactive data language)，这是美国 RSI (research system inc.)的产品，是首例被冠以第四代计算机语言称谓的高级工具语言，IDL 集数据交互分析、可视、跨平台开发、应用为一体，具备完善的 3D 功能。应用 IDL 可较为方便的实现地学真三维可视化功能和相应的空间分析。目前，国外应用 IDL 语言，已开发出了 ENVI，IMAGIS，RiverTools，医学图像处理系统等成熟产品。IDL 在地球科学(如水文、海洋、土壤、地质、地下水等)、医学影像、图像处理、GIS 系统、实验仿真、防御工程、数学统计及分析、岩土工程、环境工程等领域具有显著应用的效果<sup>[8]</sup>。

图 5 所示为 GIS 支持下地表塌陷损害评价系统的集成框架图；图 6 所示为某应用实例中得出的地表可视化下沉盆地图；图 7 所示为该应用实例中沿 A-A 剖面的最小主应力分布图；图 8 所示为该应用实例中沿 A-A 剖面的垂直位移(下沉)分布图。

COM(component object model)是构件对象模型，是基于标准的构建式平台，目前国内外的主流 GIS 平台均采用了 COM 技术，可应用 C++，VB，

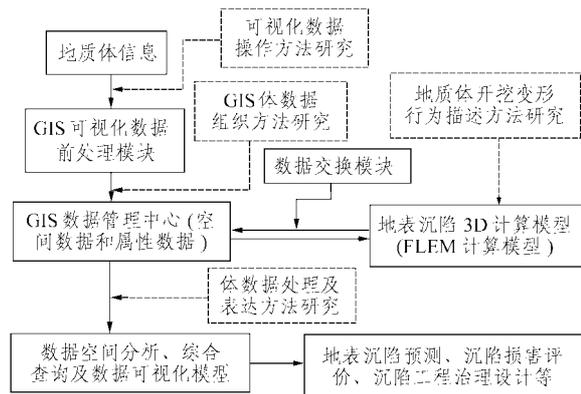


图 5 系统集成结构图

Fig.5 System integration chart

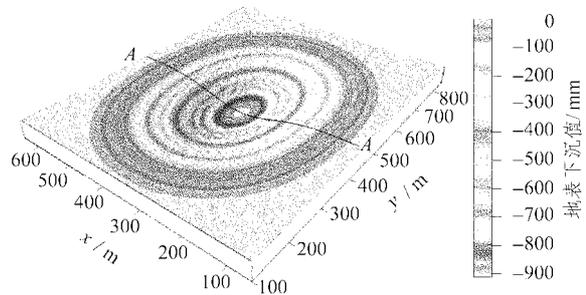


图 6 地表计算下沉盆地

Fig.6 Ground subsidence basin map of calculation

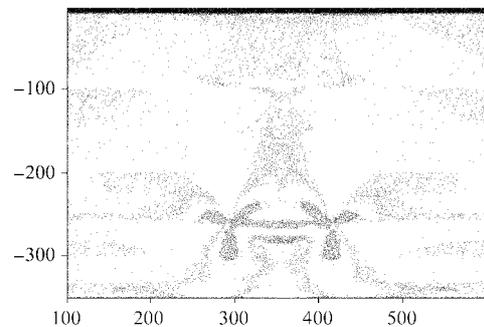


图 7 A-A 垂直剖面的最小主应力分布图(单位：m)

Fig.7  $\sigma_1$  distribution map of A-A vertical section(unit：m)

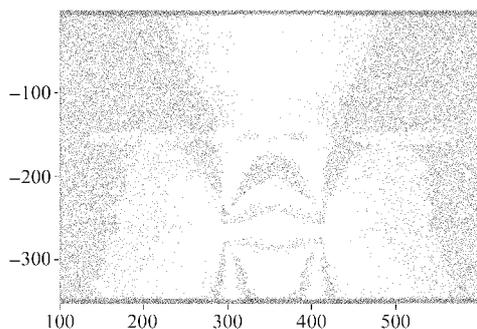


图 8 A-A 垂直剖面的下沉分布图(单位: m)

Fig.8 Vertical displacement distribution of A-A vertical section (unit: m)

VF, JAVA, DELPHI 等编程语言进行二次开发, 实现数据的交换与传递、数据场可视化和相关的空间分析等。ArcGIS, MapInfo, IDL 都是支持 COM 技术的 GIS 平台, 尤其是 IDL 具有较强的 3D 功能。本地表沉陷损害评价系统是基于桌面地理信息系统 MapInfo 建立的, 系统的数字高程模型由 MapInfo 的 grid 模块实现, 而真三维地质体的可视化则通过 IDL 的二次开发实现。

## 5 结 语

目前 GIS 应用已扩展到社会和经济的各个领域。在各类工程领域中, 数值分析方法如有限元法、边界元法、离散元法及其耦合方法经常被用于各种场的计算与分析。将 GIS 和数值分析方法进行集成是 GIS 用于各类工程分析、评价和工程设计所必需的。

基于半解析方法的有限层法用于特定的工程分析, 具有计算速度快、单元划分简单、易于与 GIS 集成等优点, 将此方法用于“基于 GIS 的开采沉陷损坏评价系统”中, 取得了显著的效果。系统采用的六面体数据模型可以有效地组织系统的空间数据和属性数据, 实现了有限层法计算数据与 GIS 系统

的快速传递与交换、数据可视化和相关的空间分析。各种场的计算与模拟是岩土工程和地质灾害评价的常用方法, 将各种场的计算与模拟和 GIS 集成具有显著的优势, 本文的研究还只是一个初步的尝试。今后愿与各位同行就有限层法的非线性分析、断层和节理的处理等问题进行进一步的探讨, 以使该方法更加完善。

## 参考文献(References):

- [1] 曹志远, 张佑启. 半解析数值方法[M]. 北京: 国防工业出版社. 1992.(Cao Zhiyuan, Zhang Youqi. The Semi-analytic Numerical Method[M]. Beijing: National Defense Industry Press, 1992.(in Chinese))
- [2] Liu Limin, Liu Hanlong. A 3D semi-analytical approach to subsidence prediction and stress analysis in coal mining[A]. In: Peng S S ed. Proc. of the 21st Conference on Ground Control in Mining[C]. Virginia: West Virginia University, 2002. 363-366.
- [3] Lee U, Kim J. Spectral element modeling for beams treated with active constrained layer damping[J]. International Journal of Solids and Structures, 2001, 38(32): 5 679-5 703.
- [4] Berry J K, Buckley D J, Ulbricht C. Visualize realistic landscapes[J]. GIS World, 1998, 11(8): 42-47.
- [5] Najjar Y, Zaman M. Numerical modeling of ground subsidence due to mining[J]. International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences and Geomechanics Abstracts, 1994, 30(7): 1 445-1 452.
- [6] Hammond L, Anthony D. GIS applications in underground mining[J]. Mining Engineering, 2002, 54(9): 27-31.
- [7] Nngerer M, Goodchild M. Integrating spatial data analysis and GIS: a new implementation using the component object model(COM)[J]. International Journal of Geographical Information Science, 2002, 16(1): 41-53.
- [8] 陈 军, 郭 薇. 基于剖分的三维拓扑 ER 模型研究[J]. 测绘学报, 1998, 27(4): 308-317.(Chen Jun, Guo Wei. A 3D topological ER model based on space partitioning[J]. Acta Geodaetica et Cartographica Sinica, 1998, 27(4): 308-317.(in Chinese))