

# 边坡变形曲线的正态特性及模糊优选法定权研究

王旭华<sup>1,2</sup>, 陈守煜<sup>1</sup>, 陈晓云<sup>3</sup>

(1. 大连理工大学 土木水利学院, 辽宁 大连 116024; 2. 大连大学 建筑工程学院, 辽宁 大连 116622;

3. 大连民族学院 机电信息工程学院, 辽宁 大连 116600)

**摘要:** 岩土体蠕变曲线是描述边坡变形的重要方式, 其位移-时间曲线三阶段过程被视为是滑坡滑动时间预报的基本标准, 据此提出了许多滑坡预报方法。研究发现它与正态分布曲线非常相似, 基于此, 首次提出了用修复的正态分布曲线拟合蠕变曲线的方法和模型。同时考虑岩土工程的随机性和模糊性, 应用模糊优选理论对有关数学模型解算中权的确定进行了研究, 并给出了相应的计算权重模型。由于模型是对蠕变曲线所有阶段进行拟合, 因此有望实现滑坡的全程预测预报。实际计算结果表明, 所提出的方法具有一定的实用性。

**关键词:** 边坡工程; 蠕变曲线; 正态特性; 优选法定权

**中图分类号:** P 642.2; TU 455

**文献标识码:** A

**文章编号:** 1000-6915(2005)19-3487-05

## STUDY ON NORMAL DISTRIBUTION CHARACTERISTICS OF CREEP CURVES OF SLOPE DEFORMATION AND WEIGHT DETERMINATION WITH FUZZY OPTIMIZATION

WANG Xu-hua<sup>1,2</sup>, CHEN Shou-yu<sup>1</sup>, CHEN Xiao-yun<sup>3</sup>

(1. School of Civil and Hydraulic Engineering, Dalian University of Technology, Dalian 116024, China;

2. College of Civil and Architectural Engineering, Dalian University, Dalian 116622, China;

3. College of Electronic and Informational Engineering, Dalian Nationalities University, Dalian 116600, China)

**Abstract:** The creep curve of rock and soil mass is an important way to describe slope deformation. Three stages of the time-displacement curves are regarded as the basic standard of landslide time determination. Many forecast methods are put forward according to the standard. Results of landslide displacement curve reveal that the shape of creep curve is very similar to that of part of normal distribution curve. The method and corresponding models are firstly presented to fit observation data of creep with renovated normal distribution curve. In view of the fuzzy and random characteristics of the rock and soil engineering, the fuzzy optimization theory is applied to the weight determination in the model calculation; and the weight determination model is given. The model is fitted to all stages of creep curve; so it is promising to realize the whole stage forecast of landslide. The prediction result shows that the proposed method is applicable.

**Key words:** slope engineering; creep curve; normal characteristics; weight determination with fuzzy optimization

## 1 引言

滑坡是地质灾害的主要类型之一, 其危害和影响程度仅居地震、火山之后, 而滑坡滑动时间的预

测预报则是世界公认的尖端课题。由于滑坡地质过程、形成条件、诱因的复杂性、多样性及其变化的随机性、非稳定性导致滑坡动态信息极难捕捉, 加之滑坡动态监测技术的不成熟和滑坡研究理论的不完善, 滑坡滑动时间的预测预报一直被认为是一项

**收稿日期:** 2005-06-25; **修回日期:** 2005-07-21

**基金项目:** 辽宁省自然科学基金资助项目(20022106)

**作者简介:** 王旭华(1963-), 男, 1985年毕业于阜新矿业学院矿山测量专业, 现为博士研究生、副教授, 主要从事土木工程测量的教学及边坡变形预报方面的教学与研究工作。E-mail: xhw8028@163.com.

十分困难的前沿课题<sup>[1]</sup>。

滑坡形成与变形过程是滑坡岩土体蠕变变形的过程，岩土体蠕变理论中应变(位移) - 时间曲线(图1)三阶段被视为是滑坡滑动时间预测预报的基本标准。第I蠕变阶段，又称减速蠕变阶段(AB段)，岩土体变形以减速发展，蠕变曲线斜率逐渐减小。第II蠕变阶段(BC段)，又称稳定蠕变阶段，岩土体变形大致以等速发展，蠕变曲线近似一倾斜直线，应变速率大体不变。第III蠕变阶段(CE段)，又称加速蠕变阶段，岩土体变形速率由点C开始迅速增加，到达点E，岩土体破坏。在CD段，变形迅速增大，但岩土体尚未破坏。DE段，岩土体变形速率剧增，岩土体很快破坏。据此，滑坡的变形破坏过程亦被分为与之对应的几个阶段，并把对各阶段起始时刻的预报相应归之为：长期预报，中期预报，短期预报和临滑预报<sup>[2, 3]</sup>。所有的滑坡滑动时间预测预报都围绕滑坡变形破坏阶段，以不同的时间尺度进行预报，如斋滕法<sup>[3]</sup>、灰色理论模型<sup>[4]</sup>、统计学模型法<sup>[5]</sup>、各种回归模型<sup>[6]</sup>、神经网络方法<sup>[7]</sup>、突变理论模型、时间序列分析法<sup>[8]</sup>等。

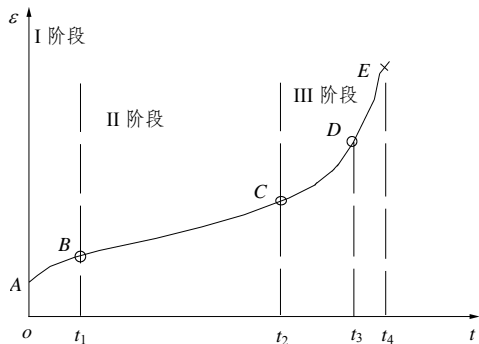


图1 岩土体蠕变曲线

Fig.1 Creep curve of rock and soil mass

蠕变曲线是描述边坡变形的重要方式，采用合适的方程正确表达其特征对边坡变形分析及预报具有重要意义。文[5]将S形生产模型及渐近回归模型引入边坡蠕变观测数据处理，较好地反映了边坡变形破坏阶段的蠕变规律。在上述工作基础之上，作者对蠕变曲线进行了一定的研究，发现转换后的蠕变曲线与正态分布曲线非常相似。据此，本文首次提出用修复的正态分布曲线拟合蠕变曲线的方法和模型，同时考虑岩土工程的随机性和模糊性，利用模糊优选理论对有关数学模型解算中权的确定问题进行了研究。由于模型是对蠕变曲线所有阶段进行

拟合，因此有望实现滑坡的全程预测预报。

## 2 边坡变形曲线的正态特性及模型

模型建立的基本思路是先对原蠕变曲线进行适当修复，将图1中点A向左顺延，与坐标横轴交于点 $t_0$ ，同时做出与坐标横轴对称的图形。然后将图1顺时针旋转 $90^\circ$ ，将原坐标系 $t_0\varepsilon$ 转换为新坐标系 $t'_0\varepsilon'$ ，整个修复结果如图2所示。从图2可看出，修复后的曲线非常接近于正态分布曲线，因此，有理由采用正态分布曲线对边坡蠕变观测数据作统计预报。正态模型已经研究得比较成熟，许多成果可直接引用。

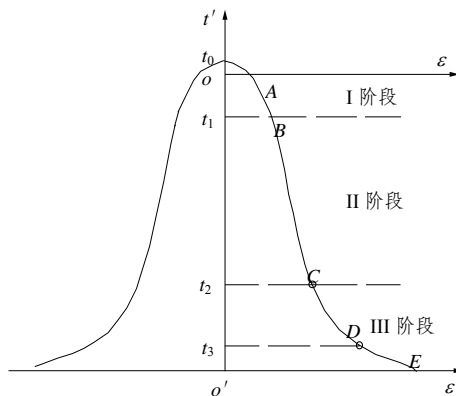


图2 修复的“正态”曲线

Fig.2 Renovated normal curve

假定在正式观测(对应原坐标系原点处)前 $t_0$ 时刻，岩土体已经开始发生蠕变，且新坐标系横轴对应应变为 $\infty$ 处，即岩土体发生滑坡。据此，可直接写出在新坐标系中的变形与时间曲线方程为

$$t' = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{\frac{\varepsilon'^2}{2\sigma^2}} \quad (1)$$

经坐标变换可得在原坐标系中的变形与时间曲线方程为

$$\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} - (t - t_0) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{\varepsilon^2}{2\sigma^2}} \quad (\varepsilon > 0) \quad (2)$$

式中： $\sigma$ ， $t_0$ 为待求参数，可用最小二乘法求出； $t$ 为时效因子； $\varepsilon$ 为位移响应量。参数的物理意义解释为： $t_0$ 为初始变形时刻， $\sigma$ 确定变形曲线的几何形状；当 $t = t_0 + \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}$ 时， $\varepsilon \rightarrow \infty$ ，岩土体发生滑坡破坏。

### 3 模型解算

式(2)为非线性模型,  $\sigma, t_0$  为待求参数, 观测方程<sup>[5]</sup>可表示为

$$t = f(\sigma, t_0, \varepsilon) \quad (3)$$

如果拟合的时间残差向量为  $\mathbf{V}$ , 则边坡的蠕变观测方程可表示为

$$t_i + v_i = f(\sigma, t_0, \varepsilon_i) \quad (4)$$

式中:  $t_i$  为采样频率,  $i = 1, 2, \dots, k$ 。则在最小二乘准则下构成二次型最优化计算问题:

$$\sum_{i=1}^k v_i^2 = \sum_{i=1}^k [f(\sigma, t_0, \varepsilon_i) - t_i]^2 \quad (5)$$

将式(4)按泰勒级数展开, 略去二次以上高次项可得

$$t_i + v_i = f(\sigma^{(0)}, t_0^{(0)}, \varepsilon_i) + \frac{\partial f_i}{\partial \sigma} d\sigma + \frac{\partial f_i}{\partial t_0} dt_0 \quad (6)$$

令  $l_i = f(\sigma^{(0)}, t_0^{(0)}, \varepsilon_i) - t_i$ ,  $\mathbf{X} = \{d\sigma, dt_0\}^T$ , 则

$$\mathbf{V} = \mathbf{A}\mathbf{X} + \mathbf{L} \quad (7)$$

其中,

$$\mathbf{A}_{k \times 2} = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial \sigma} & \frac{\partial f_1}{\partial t_0} \\ \frac{\partial f_2}{\partial \sigma} & \frac{\partial f_2}{\partial t_0} \\ \vdots & \vdots \\ \frac{\partial f_k}{\partial \sigma} & \frac{\partial f_k}{\partial t_0} \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{V}_{k \times 1} = \{v_1, v_2, \dots, v_k\}^T$$

$$\mathbf{L}_{k \times 1} = \{l_1, l_2, \dots, l_k\}^T$$

按最小二乘法准则求解式(7)可得

$$(\mathbf{A}^T \mathbf{P}\mathbf{A})\mathbf{X} + \mathbf{A}^T \mathbf{P}\mathbf{L} = 0 \quad (8)$$

$$\mathbf{X} = -(\mathbf{A}^T \mathbf{P}\mathbf{A})^{-1} \mathbf{A}^T \mathbf{P}\mathbf{L} \quad (9)$$

式中:  $\mathbf{P}$  为观测值权矩阵, 因此回归参数  $\sigma, t_0$  为

$$\begin{Bmatrix} \sigma \\ t_0 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \sigma^{(0)} \\ t_0^{(0)} \end{Bmatrix} + \mathbf{X} = \begin{Bmatrix} \sigma^{(0)} \\ t_0^{(0)} \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} d\sigma \\ dt_0 \end{Bmatrix} \quad (10)$$

上述过程一般需要进行迭代求解, 即在适当选择参数的初值后, 按式(10)计算出参数  $\sigma, t_0$  的值, 然后将  $\sigma, t_0$  的值作为下一次计算的初始值, 重新计算  $\mathbf{A}, \mathbf{L}$  后, 再求  $\mathbf{X}$ 。如此反复, 直至计算满足一定要求为止。

### 4 模糊优选法定权研究

在式(9)求解中, 迭代过程比较复杂, 为简化计

算, 一般均假定  $\mathbf{P}$  为单位权阵, 即数据样本在模型中作用相同, 这往往与实际情况不相符。事实上, 各数据样本在模型中的作用是不同的, 其作用大小与数据样本和模型曲线的距离有关, 距离大, 则对模型的影响小, 相应的权也小; 反之, 距离小, 则对模型的影响大, 相应的权也大。

设数据样本对模型曲线的相对隶属度以  $u_i$  表示; 与模型曲线相异的相对隶属度用  $u_i^c$  表示, 按模糊集合的余集定义, 有

$$u_i^c = 1 - u_i \quad (11)$$

模糊集合论中隶属度可定义为权重, 则数据样本  $i$  与模型曲线之间的权距离为

$$D_{ig} = u_i d_{ig} \quad (12)$$

数据样本  $i$  与无穷远之间的权距离为

$$D_{ib} = u_i^c d_{ib} = (1 - u_i) d_{ib} \quad (13)$$

为求解数据样本  $i$  相对隶属度的最优值, 采用下式为目标函数<sup>[9, 10]</sup>:

$$\min \{F(u_i) = D_{ig}^2 + D_{ib}^2\} = u_i^2 d_{ig}^2 + (1 - u_i)^2 d_{ib}^2 \quad (14)$$

解得

$$\frac{dF(u_i)}{du_i} = 0$$

可得模糊优选模型:

$$u_i = \frac{1}{1 + \left(\frac{d_{ig}}{d_{ib}}\right)^2} = \frac{1}{1 + \left(\frac{d_{ig}}{1 - d_{ig}}\right)^2} \quad (15)$$

当  $d_{ig} = 0$  时, 即数据样本  $i$  位于曲线上时,  $u_i = 1$ ; 当  $d_{ig} \rightarrow \infty$  时, 即数据样本  $i$  距曲线无穷远时,  $u_i = 0$ 。根据模糊集理论, 可将相对隶属度定义为权重, 因此, 可用式(15)来确定各数据样本的权。实际计算时, 数据样本  $i$  距模型曲线距离  $d_{ig}$  可按式(16)确定:

$$d_{ig} = \frac{|v_i|}{\max |v_i|} \quad (16)$$

将式(16)代入式(15), 并令  $p_i = u_i$ , 则式(15)变为

$$p_i = \frac{1}{1 + \left(\frac{|v_i|}{\max |v_i| - |v_i|}\right)^2} \quad (17)$$

式(7), (9), (10)和(17)组成循环迭代公式, 用以迭代求解最优权阵和最优模型曲线。求解步骤如下:

- (1) 给定  $p_i, t_0$  和  $\sigma$  所要求满足的计算精度  $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \varepsilon_3$ 。

(2) 令初始权阵为单位阵, 即  $\mathbf{P}^{(0)} = \mathbf{E}$ , 并给出  $t_0$  和  $\sigma$  的初始值  $t_0^{(0)}$ ,  $\sigma^{(0)}$ 。

(3) 将  $\mathbf{P}^{(0)}$ ,  $t_0^{(0)}$ ,  $\sigma^{(0)}$  代入式(9), (10)求一次近似模型曲线参数  $\mathbf{X}$  及  $t_0^{(1)}$ ,  $\sigma^{(1)}$ 。

(4) 将  $\mathbf{X}$  代入式(7), (17)求一次近似改正数  $\mathbf{V}^{(1)}$  和权阵  $\mathbf{P}^{(1)}$ 。

(5) 若  $\max|p_i^{(1)} - p_i^{(0)}| \leq \varepsilon_1$ ,  $|t_0^{(1)} - t_0^{(0)}| \leq \varepsilon_2$  且  $|\sigma^{(1)} - \sigma^{(0)}| \leq \varepsilon_3$ , 则结束迭代。否则, 转入步骤(6)。

(6) 令  $\mathbf{P}^{(0)} = \mathbf{P}^{(1)}$ ,  $t_0^{(0)} = t_0^{(1)}$ ,  $\sigma^{(0)} = \sigma^{(1)}$ , 重复(3)~(5)步过程, 直至满足精度要求为止。

### 5 实例分析

卧龙寺新滑坡是一个掘边黄土滑坡, 1971 年发现裂缝后, 于 3 月 11 日开始打桩观测, 5 月 5 日凌晨 3 时 15 分产生剧滑破坏。现以 5# 裂缝位移 - 时间监测数据(表 1 为部分数据)为例, 用本文介绍的正态模型与生物增长曲线 Weibull 模型对比分析。

表 1 位移监测值(1971 年)

Table 1 Monitoring displacement data(1971)

| 时间/月日 | 位移/mm |
|-------|-------|
| 0315  | 1.0   |
| 0316  | 1.5   |
| ⋮     | ⋮     |
| 0331  | 9.0   |
| 0432  | 9.2   |
| 0433  | 9.4   |
| ⋮     | ⋮     |
| 0462  | 32.0  |
| 0563  | 33.0  |
| 0564  | 42.0  |
| 0565  | 47.0  |
| 0566  | 61.0  |

Weibull 模型<sup>[5]</sup>为

$$y = y_m(1 - e^{-at^b}) + c \tag{18}$$

式中:  $y_m$ ,  $a$ ,  $b$ ,  $c$  均为参数;  $t$  为时间变量, 该滑坡模型中的各参数有着明确的物理意义:

(1)  $y_m$  表示可能的最大滑动值。在式(18)中当时间  $t \rightarrow \infty$  时,  $y = y_m$ , 所以  $y_m$  表示滑坡的最终值, 即最大值。

(2) 系数  $a$  表示滑坡的时间过程。由式(18)可得

$$t^b = -\frac{1}{a} \ln\left(1 - \frac{y - c}{y_m}\right) \tag{19}$$

如果认为  $y$  达到  $y_m$  的 99%, 滑坡过程基本结束, 并顾及  $c$  与  $y_m$  相比可忽略不计, 则有

$$t_m^b \approx 4.605 / a \tag{20}$$

$t_m$  表示滑坡过程基本结束所需的时间, 可用于滑坡预报, 由式(20)可见它基本取决于  $a$ 。

(3) 参数  $b$  决定滑坡曲线的形状, 即各期间滑移的大小及速度, 因此,  $b$  反映的是岩石的力学性质及受力条件。

(4) 参数  $c$  反映的是初始变形。

利用 Weibull 模型对表 1 的监测数据按上述步骤进行曲线拟合, 拟合结果如图 3 所示, 其回归模型为

$$y = 106.27 \left[ 1 - e^{-\frac{t^{3.30}}{2.24 \times 10^6}} \right] + 2.74 \tag{21}$$

从图 3 的拟合情况看, 从位移开始到位移速度明显放大以前, 拟合效果还可以, 但放大后曲线的加速程度不如实际监测位移的程度大, 且 20~40 d 这段曲线与实测数据凹向相反。按式(20)可得滑坡预报时间为  $t_m = 134.32$  d, 预报偏差太大。

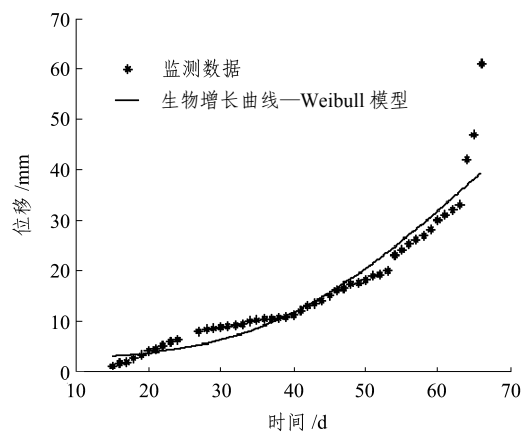


图 3 Weibull 模型拟合结果

Fig.3 Fitted curves of Weibull model

现用式(2)对表 1 的监测数据进行曲线拟合, 拟合结果如图 4 所示。可以看出, 从位移开始到位移明显加速以前, 拟合效果比较好, 并且该模型能够模拟出位移加速段的情况, 只是其位移加速度有些偏大, 可导致预测的滑坡“提前发生”。

回归的位移 - 时间正态模型为

$$t = 43.92 \left[ 1 - e^{-\frac{1}{2} \left( \frac{y}{10.48} \right)^2} \right] + 17.36 \tag{22}$$

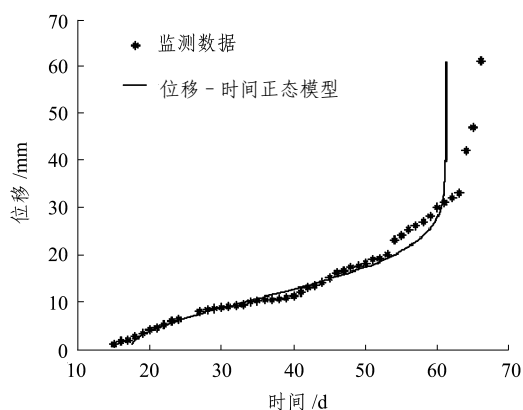


图 4 位移 - 时间正态模型拟合结果

Fig.4 Curves fitting of displacement-time normal model

当  $y \rightarrow \infty$  时, 认为滑坡发生, 可得滑坡预报时间为  $t_f = (43.92 + 17.36) d = 61.28 d$ , 比实际滑坡时间提前了 4.72 d。分析认为, 预报时间提前的原因是式(2)中的平方项偏大, 从而使曲线尾部过度翘起。如用一变量代替式(2)中的平方项重新进行拟合, 可以较好地解决这个问题。此内容将另外行文讨论, 在此不再赘述。

由图 3, 4 拟合情况及预报结果可以看出, 正态模型均比 Weibull 模型要好, 说明本文提出的方法具有一定的合理性和实用性。

## 6 结 论

(1) 基于对边坡蠕变过程的先验认识及分析, 首次提出了用修复的正态分布曲线拟合蠕变曲线的观点和方法, 给出了滑坡预报的正态模型, 由于该模型是对蠕变曲线所有阶段进行拟合, 因此有望实现滑坡的全程预测预报。

(2) 论述了权值大小与数据样本和模型曲线的距离成反比的关系, 并根据模糊优选理论对模型解算中权的确定进行了研究, 给出了计算权重的实用数学模型。

(3) 在考虑蠕变曲线的正态特性和各数据样本对模型曲线作用不同的基础上, 选择与边坡变形曲线相似的正态模型进行预报, 具有一定的合理性和实用性。

(4) 本文提出的预报模型和方法能在一定程度上解决滑坡的预报问题, 比如对上述的卧龙寺新滑坡实例, 修复的正态模型预报结果就比 Weibull 模型预报效果要好。同时必须指出的是, 由于变形破坏的复杂性、随机性和模糊性, 仅用一种方法准确地预报所有的滑坡是非常困难的。对于不同类型的

滑坡问题, 应采用不同的模型和方法有针对性地加以解决。关于这方面的问题还有待今后进一步加以研究。

## 参考文献(References):

- [1] 胡柳青, 李夕兵, 温世游. 边坡稳定性研究及其发展趋势[J]. 矿业研究与开发, 2000, 20(5): 7 - 8, 27.(Hu Liuqing, Li Xibing, Wen Shiyou. The stability research of slope and its developing trend[J]. Mining Research and Evelopment, 2000, 20(5): 7 - 8, 27.(in Chinese))
- [2] 郑孝玉. 滑坡预报研究方法综述[J]. 世界地质, 2000, 19(4): 370 - 374.(Zheng Xiaoyu. Summary on the method of prediction to landslide[J]. World Geology, 2000, 19(4): 370 - 374.(in Chinese))
- [3] 徐峻龄, 马 辉. 滑坡临滑预报方法之讨论[J]. 中国地质灾害与防治学报, 1998, 9(增 1): 364 - 369.(Xu Junling, Ma Hui. A discussion on method of pre-slide prediction[J]. The Chinese Journal of Geological Hazard and Control, 1998, 9(Supp.1): 364 - 369.(in Chinese))
- [4] 唐天国, 万 星, 刘浩吾. 高边坡安全监测的改进 GM 模型预测研究[J]. 岩石力学与工程学报, 2005, 24(2): 307 - 312.(Tang Tianguo, Wan Xing, Liu Haowu. Improved GM model for safety monitoring of high rock slopes[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2005, 24(2): 307 - 312.(in Chinese))
- [5] 李朝奎, 黄力民, 曾卓乔. 非线性模型与边坡蠕变观测数据的统计预报分析[J]. 湘潭矿业学院学报, 1999, 14(3): 63 - 67.(Li Chaokui, Huang Limin, Zeng Zhuoqiao. Nonlinear model and nonlinear data analysis of observational data of slope creep deformation[J]. Journal of Xiangtan Mining Institute, 1999, 14(3): 63 - 67.(in Chinese))
- [6] 王震宇, 孟陆波. 滑坡预报的多元回归分析方法[J]. 中国地质灾害与防治学报, 2003, 14(3): 21 - 23.(Wang Zhenyu, Meng Lubo. The multivariate regression analysis method for landslide prediction[J]. The Chinese Journal of Geological Hazard and Control, 2003, 14(3): 21 - 23.(in Chinese))
- [7] 吴承桢, 洪 伟. 滑坡预报的 BP-GA 混合算法[J]. 山地学报, 2000, 18(4): 360 - 364.(Wu Chengzhen, Hong Wei. BP-GA mixed algorithms for landslide prediction[J]. Journal of Mountain Science, 2000, 18(4): 360 - 364.(in Chinese))
- [8] 刘沐宇, 池秀文, 魏文辉, 等. 时间序列分析法与边坡位移预报[J]. 武汉工业大学学报, 1995, 17(3): 46 - 49.(Liu Muyu, Chi Xiuwen, Wei Wenhui, et al. Time series analysis method and its application to the prediction of slope displacement[J]. Journal of Wuhan University of Technology, 1995, 17(3): 46 - 49.(in Chinese))
- [9] 陈守煜. 工程模糊集理论与应用[M]. 北京: 国防工业出版社, 1998.(Chen Shouyu. Engineering Fuzzy Set Theory and Application[M]. Beijing: National Defense Industry Press, 1998.(in Chinese))
- [10] 陈守煜. 复杂水资源系统优化模糊识别理论与应用[M]. 吉林: 吉林大学出版社, 2002.(Chen Shouyu. Theory and Application of Fuzzy Identification for System Optimal Selection for Complex Water Resources[M]. Jilin: Jilin University Press, 2002.(in Chinese))

---

**收稿日期:** 2005 - 06 - 25; **修回日期:** 2005 - 07 - 21

**基金项目:** 辽宁省自然科学基金资助项目(20022106)

**作者简介:** 王旭华(1963 - ), 男, 1985年毕业于阜新矿业学院矿山测量专业, 现为博士研究生、副教授, 主要从事土木工程测量的教学及边坡变形预报方面的教学与研究工作。E-mail: xhw8028@163.com。