

基于 Delaunay 构网的地层 3D TEN 模型及建模

吴江斌¹, 朱合华^{2,3}

(1. 华东建筑设计研究院, 上海 200002; 2. 同济大学 岩土工程重点实验室 上海 200092; 3. 同济大学 地下建筑与工程系, 上海 200092)

摘要: 构建真三维的地层模型是地质学、三维 GIS、科学可视化及工程应用领域共同关心的课题。在总结当前的三维地层建模理论与方法的基础上, 提出了地层的真三维四面体模型。该模型将地层钻孔数据离散为点源性息, 采用 Delaunay 四面体化算法构建三维地层, 并对地层尖灭、断层等突变信息的处理进行了探讨。最后给出了该方法在典型地层和工程应用中的实例。该模型体现了 TEN 便于存储、快速可视化等优点, 建模方法则充分利用计算机。

关键词: 数值分析; Delaunay 三角形; 四面体网络结构; 地层

中图分类号: O 241; TU 44

文献标识码: A

文章编号: 1000-6915(2005)24-4581-07

3D TEN MODEL OF STRATA AND ITS REALIZATION BASED ON DELAUNAY TRIANGULATION

WU Jiang-bin¹, ZHU He-hua^{2,3}

(1. East China Architecture Design Institute, Shanghai 200002, China;

2. Key Laboratory of Geotechnical Engineering, Tongji University, Shanghai 200092, China;

3. Department of Geotechnical Engineering, Tongji University, Shanghai 200092, China)

Abstract: The true three-dimensional strata modeling is a common issue for geology, three-dimensional GIS, scientific visualization and engineering application. After introducing and summarizing the theory and method of three-dimensional geology modeling, a true three-dimensional tetrahedron network(TEN) model of strata is proposed. The model represents three-dimensional stratum with a series of tetrahedrons, which can provide the best flexibility to fill regions defined by simplified boundary elements(i.e., edges in two-dimensional, triangle in three-dimensional). Geological exploration hole is the main information for engineers to know the soil strata. Geological exploration hole are abstracted as scattered point data. Each point is the demarcation point between two different strata and a topologic dimidiated datum structure is designed. Based on these scattered points abstracted from geological exploration hole information, the three-dimensional TEN stratum model is reconstructed by Delaunay triangulation algorithm. The modeling method can disposal broken mutation such as failure and dwindle. At last, some assumed classic strata and strata of a practice project are constructed by the method. The model has the advantage of convenient for storing and fast visualization. The characteristic of construction method is taking advantage of computer more effectively. Because the model strata are represented by tetrahedron, the strata model can also be used as the FEM mesh and convenient for special analysis, such as settlement or seepage of soil.

Key words: numerical analysis; Delaunay triangulation; tetrahedron network(TEN); strata

收稿日期: 2004-06-01; **修回日期:** 2004-12-28

基金项目: 教育部第四届高等学校教师奖励计划; 上海市岩土工程重点学科资助

作者简介: 吴江斌(1974-), 男, 博士, 1997年毕业于河海大学水利水电工程建筑专业, 主要从事岩土工程数值分析方法与地下空间三维信息系统方面的研究工作。E-mail: jiangbin_wu@ecadi.com.

1 引言

三维地层模型是当前地质学、岩土 3D GIS 领域最迫切需要解决的核心技术。所谓三维地质建模,是运用计算机技术,并利用地质分析技术在三维环境下,将空间信息管理、地质解释、空间分析和预测、地学统计、实体内容分析及图形可视化等工具结合起来。地质学与工程地质研究员常采用二维手段分析地质勘探数据,如地质剖面图、等高线图和地形图。由于地质体的复杂性,二维图表与分析并不能提供全面的解释。国内外地质学家、工程地质研究员与岩土工程师都尝试用不同的理论与方法来构造三维地层模型^[1-4],由离散钻孔信息构建三维地层模型可归结为一个多约束的空间插值数学问题。

2 地层 3D 建模方法与研究进展

2.1 基于体的数值插值法

该方法通过插值从三维离散点数据得到三维体数据,该法通常以体素为数据模型,其中以栅格为其代表。这种方法数学概念清晰,核心在于插值法的选取,可便于可视化,在二维剖切、等值面的表达上尤有优势。直接插值法不适合于结构复杂和数据样点少的情形,也有学者认为该法不适合于地层这种层状结构,因为地层数据是定性的和结构性的而非量性和连续性。

基于体的插值方法在石油探测领域研究较深入。除了传统的多项式、样条函数、有限元等插值外,又发展了基于现代神经网络数理统计新技术建立的一种简易可行的 BP 神经网络三维估值模型,以此根据已知测井资料对未知储层参数进行高分辨的预测^[5]。灰色理论也被用于实现地层岩性、储层参数的评价与预测^[6]。

在三维地层建模型领域,文[7, 8]的研究最具该法的代表性,其综合模糊数学、概率理论、随机理论、神经网络的核心思想,并在此基础上构造了泛信数学空间,可从有限个已知属性的无穷子空间反演整个母空间属性。该算法的特点是每个已知边界点的信息利用率为 100%,且不用人为假定地质体的空间形状,并认为其他插值拟合方法都是该算

法的一个特例。

结构化插值(structural interpolation)只是基于离散点的坐标直接插值。常用的方法有空间四面体化,三棱柱体化,六面体化,体的顶点为离散点,其中每一个四面体称为非结构化单元数据(unstructured cell data, UCD)。非结构化单元数据表达比数值插值更实用,其速度快,便于地质学家进行理论分析与工程应用。非结构化数据模型比数值插值建立的三维模型更现实,其另一个优点是适于不同的数据变量在这同一个体里进行表达,因为结构构造是依据坐标而非数据属性。这种三维模型的问题在于其只能适应于简单的情形,很难考虑断层等其他复杂结构。

2.2 基于面的插值法

基于面的插值法是最有效也是研究最多的一种方法。用该法建立三维地层模型要经过 2 个步骤:地层边界的构造和内部实体填充。其重点与难点在于地层边界的确定。对于三维地层,最主要的是每一土层上、下层边界的确定,而上、下边界由面插值的数学方法即可确定,侧边界或其他复杂体边界往往由相关算法或人机交互方式完成。在三维地层边界构造完成后,可采用栅格、三棱柱、四面体等体元构造地层体内部从而得到三维地层实体模型。

在钻孔数据的基础上进行三维数字高程曲面的插值是建立三维地层模型的关键^[9, 10]。为了使数学面与崎岖的地貌构架配准,在将这些数学算法引用到生成数字高程模型时一定要注意数学面的“保凸条件”^[11]。数字高程内插按内插点分布范围可分为分块内插、剖分内插和单点移面内插 3 种。基于地学复形数据结构的插值方法,在三维情况下是基于三角形和四面体的插值^[12]。文[13]在深入探讨了 B-R 模型的盆地三维空间拓扑结构表示法及图形编码基础上提出相似变形插值法,并成功地用于珠三盆地三维构造地层格架的模拟。文[14]将分形插值方法运用到地层裂缝的预测,取得了满意的效果。文[15]采用鲍秀芝提出的地层界面三次有限元内插法,由钻孔数据插值地层界面格网所构成。

在 NATMAP 计划的三维地质建模方法中采用接触(contact)处理地层表面间的相交与尖灭现象,应用 TIN 对各地层界面进行插值处理,而后用变厚度的栅格表达地层实体^[16]。

文[17]根据钻孔资料中岩层分界点的排列,确定地层的排序,根据多层 DEM 建模的概念,按岩性对多层 DEM 进行了交叉划分处理,从而形成空间中严格按照岩性为要素进行划分的三维地层模型的骨架结构,最后引入四类特殊的体对象,形成完整意义上的三维地层模型。

2.3 几何构造法

几何构造法主要是借用传统的实体几何造型理论与方法构造地层三维模型,该法适用面广但更多却依赖于地质工程师的劳动,不适于大量数据的三维建模。

文[18]的研究很有特色,基于地质体单元边界面和地质结构逻辑模型,通过地质函数来构造三维地层,应用该模型能实现各地层表面、断面、断层的可视化。

文[19]提出了利用有限个测量点来进行地质结构面三维扩展的数学模型,并用于岩体结构的三维可视化;文[20]提出了构造已知地质信息的网格化模型。但上述研究大都侧重于单层地质实体;文[21]提出了地质体几何造型的概念及地质体建模型的几何造型方法,运用几何造型技术和方法导出了各种地质体(点状、线状、面状和复杂)的几何造型模型,这些模型包括地质体的几何、属性和拓扑三方面信息,可完整地实现地质体的信息存储、模型构造、几何分析与图形表达。

文[22, 23]采用切片级重建的体视化方法建立三维地质模型。该方法又称“交互式解译法”,是根据地质钻孔和地震勘探剖面等资料,交互式解译形成的地质剖面图,再以剖面图为基础,采用人工定义和计算机内插计算的方式,连接各剖面来重构这些剖面的曲面,从而形成三维地质模型。

从理论上说,通过一组平面轮廓的曲面有无穷多个,为了使重建有解,人们引入新的约束,如体积最大^[24]、表面积最小^[25]、对应方向一致、跨度最小等。目前构建剖面曲面的方法有最近邻优先法^[26]、线性 Coons 曲面法^[27]、交互式手工编辑法等。从一组平面轮廓重建三维形体还必须解决 4 个基本问题:(1) 轮廓对应问题(correspondence problem);(2) 轮廓拼接问题(tiling problem);(3) 分叉问题(branching problem);(4) 曲面拟合问题(surface-fitting problem)。

3 基于 TEN 的真三维模型

由于地层的复杂性,有学者提出以四面体为基

本体素来表达三维地层体,与之相对应的数据结构为四面体格网结构(TEN)。

TEN 是不规则三角网结构(TIN)向三维的扩展,以不规则的四面体作为最基本的体素来描述空间实体,将空间化分为系列邻接但不重叠的四面体。四面体结构可被视为一种特殊的体结构,具有以下优点:

(1) 基于简单的组合,由点、线、面组成,是最简单的三维体。

(2) 基于线性的组合, TEN 的几何变换可变为每个四面体变换后的组合。

(3) 可以看作特殊的体元结构,包含快速几何变换、空间分析在内的许多体结构的优点而没有一般体结构那么多的存储空间;也可以看作一种特殊的 B-R 表示也具有诸如拓扑关系快速处理等一些 B-R 结构的优点。

(4) 因为在三维空间每一个四面体相对于观察体都是独立的,在计算机图形学里可以采用简单的算法消除隐藏面,所以 TEN 适于快速显示。

在块段构模法或线框-实体构模法中如果采用四面体为实体单元则可得到三维地层的 TEN 模型。但事实上在上述构模过程中, TEN 只起了一个填充的作用,在填充前还是必须知道每一地层的边界,而地层边界的确定却是三维地层建模过程中的关键与难点,往往很难确定。

文[28]提出了地层的 2.5D 叠层 TIN 模型,该模型的建立提供了地层的界面,对于某一地层来说,这个模型提供了该地层一个非完整边界,当对其进行封闭化处理后,则可得到地层的真三维边界表达。文[4]提出了一个类似的建立地质立体模型的方法,即由缝合相邻地层面和相邻断线分别形成的地质体边界面和断层三角形环状曲面,以及顶地层三角网格层面,共同围成三维地质立体模型。在建立过程中实现了最近邻优先重构、地层面三角网格模型的外边界闭合圈多边形追踪及平面与三角形网格求交线等关键算法。这是真三维建模的直接思路,但作者认为这种方法需要较多的人机交互处理。

鉴于 TEN 上述诸多优点,本文从另一个思路提出了三维地层的 TEN 模型(如图 1 所示)。该模型对整个研究区域进行 TEN 的构造,而后根据构成每个四面体四个节点上的信息来逐一判断每一个四面体

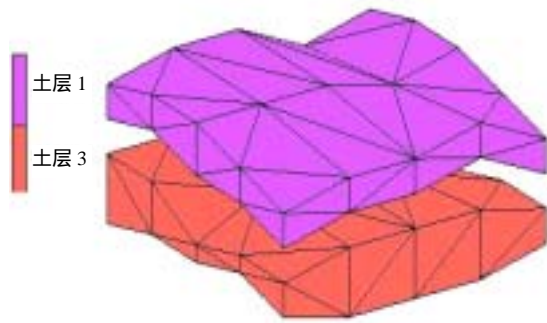


图 1 3D TEN 模型示意图

Fig.1 Schematic diagram of 3D TEN model of strata

所代表的地层。确切地说这里提出的 TEN 模型包括两层含义：以 TEN 的构造生成不同的地层体及用 TEN 表达地层实体。

4 TEN 真三维模型建模方法

文[29]将地质钻孔信息抽象为离散点源信息，并设计了离散点源的二分拓扑数据结构(图 2)，在此基础上研究地层的 2D, 2.5D, 3D 几何可视化建模。由钻孔资料得到的三维离散点进行三维地质建模最直接的做法是根据离散点直接进行三维 Delaunay 四面体构网，而后根据每一个四面体的四个顶点信息按一定的规则确定其地层属性，最后便得到每一地层的 TEN 构成。

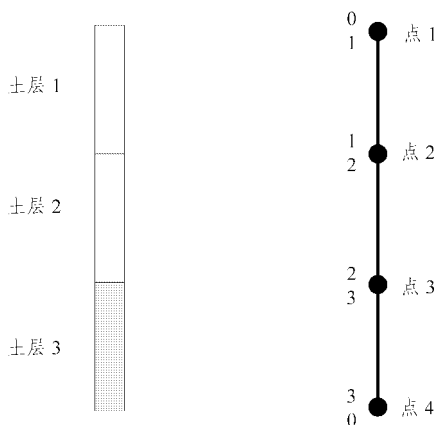


图 2 钻孔点源信息的二分拓扑结构示意图

Fig.2 Schematic diagram of topologic dimidiate data structure of scattered points

但对离散点直接进行 Delaunay TEN 构网往往会出现四面体跨越地层界面的现象，这样的跨越会

带来四面体判定上的困惑。因此，对于上述复杂情况，本文在构网时先确定地层界面。可喜的是，提出的 2.5D 叠层 TIN 模型中已建立了地层界面的 TIN 表达，可将其视为四面体化中必须保留的特征面。特征面可以消除四面体化中的越层现象，通过约束 Delaunay 四面体化，便可确定每一地层的四面体集合；同时可通过一个简单的算法确定该地层体封闭边界的 TIN 表达。

从该模型的建立思想与过程可以看出其有以下特点：(1) 不必完全确定每一地层体的边界即可构造每一地层；(2) 既能实现每一地层体的 TEN 实体描述也能实现其边界的 TIN 表达。两种表达方式的并存虽多占用了一定的存诸空间但为三维地层的可视化与空间分析都提供了很大方便。

3D TEN 的建模过程为：

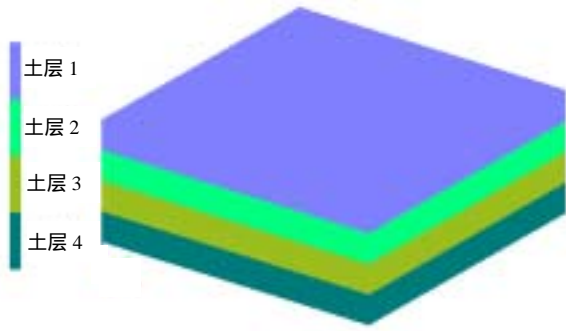
- (1) 从数据库中获取钻孔离散点信息；
- (2) 构建特征面，即建立 2.5D 叠层 TIN 模型(对于复杂地层采用)；
- (3) 根据离散点与特征面，由三维约束 Delaunay 四面体化算法构建 TEN；
- (4) 根据四个顶点的土层拓扑信息来判断四面体的土层属性；
- (5) TEN 的可视化，采用不同的颜色或纹理表达不同土层属性的 TEN；
- (6) 其他诸如钻孔图、图例、符号、注记、框表的布置与表示。

对于简单地层可省去对特征面的构建(第 2 步骤)，通过直接对离散点进行 Delaunay 构网也能得到合理的三维地层模型。

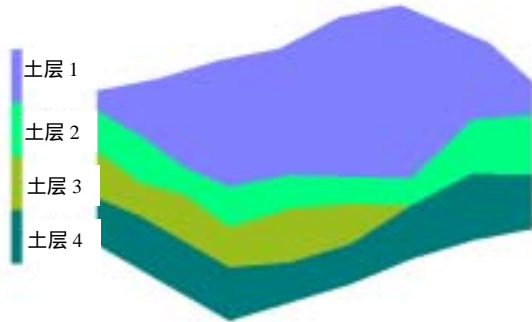
5 三维建模实例

本文假想了一些钻孔信息，对一些典型三维地层进行建模，主要考虑了以下几种典型地层：(1) 水平地层；(2) 尖灭地层；(3) 透镜体地层；(4) 断层地层，结果如图 3 所示。

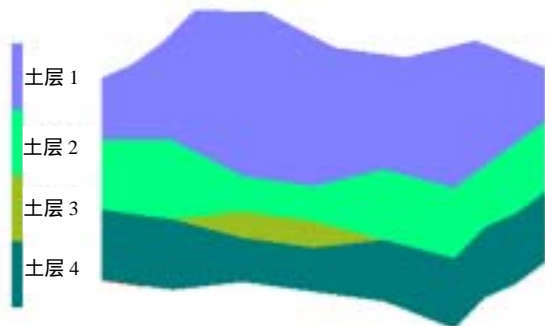
上海宝钢 1800 冷轧厂区面积约 $15.3 \times 10^4 \text{ m}^2$ ，钻孔勘探共 192 个。本文根据这些钻孔信息建立了三维地层模型，见图 4，并根据工程需要采用任间剖切算法^[28]给出了工程建设所关心的地层剖面图，见图 5。



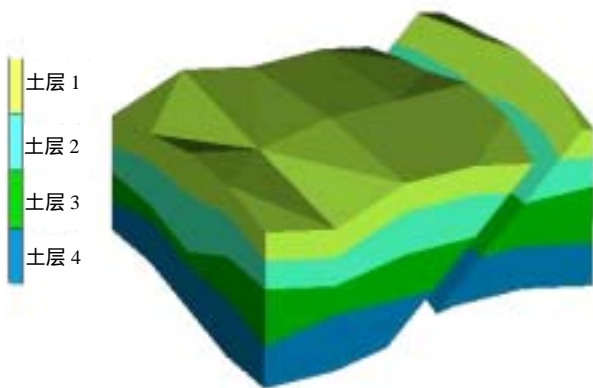
(a) 水平地层



(b) 尖灭地层



(c) 透镜体地层



(d) 断层地层

图 3 典型地层三维建模实例

Fig.3 Instances of 3D modeling of classical strata

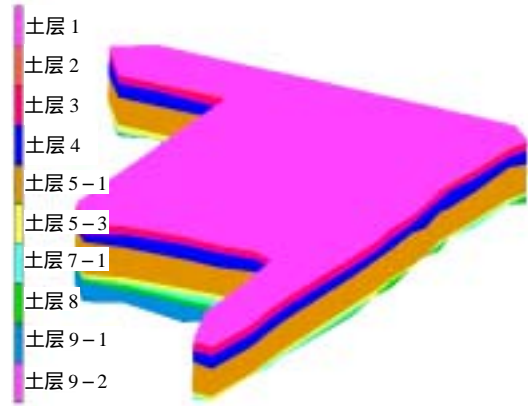


图 4 宝钢 1800 冷轧厂区工业厂房地基三维地层建模
Fig.4 3D modeling of soil foundation of an industry factory building of Baogang 1800 Cold Rolling Factory

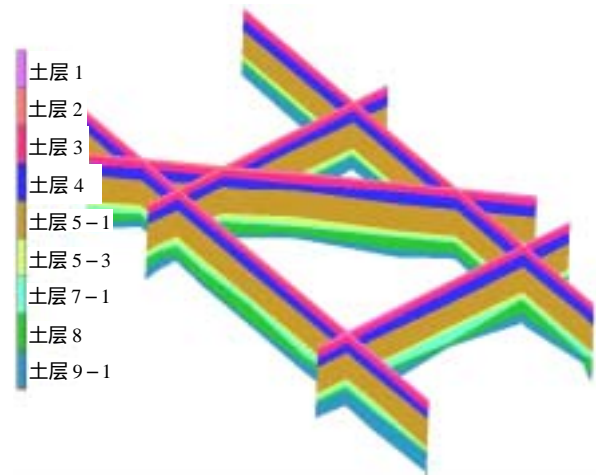


图 5 三维地层任意剖切图
Fig.5 Arbitrary slicing of 3D strata

6 结 语

本文在综述三维地层建模方法的基础上将地层钻孔数据抽象为离散数据点源信息，结合三维复杂地层中地层界面、断层面等突变特征面的处理，利用约束 Delaunay 四面体化网络结构算法构建地层的真三维模型：

(1) 建模方法的核心是约束 Delaunay 四面体化网络结构算法，充分利用了计算机对数据的处理能力。

(2) Delaunay 四面体化网络结构化构模的同时也得到了三维地层的四面体表达。地层的三维建模与可视化模型合二为一，有利于提高对海量数据的处理与管理效率。

(3) 实现了三维地层的 TEN 和 TIN 双重表达，

便于三维地层模型的存储与快速可视化,有利于拓扑查询、剖切与切割、体积查询等三维空间分析。

(4) 通过四面体的改良算法(refine algorithm)可得到形态优良的四面体,作为地层的有限元四面体网格剖分,方便地用于岩土工程的数值分析中。

参考文献(References):

- [1] Hamilton D E , Jones T A. Computer Modeling of Geologic Surfaces and Volumes[M]. Tulsa, Okla, USA : American Association of Petroleum Geologists , 1992.
- [2] Houlding S W. 3D Geosciences Modeling : Computer Techniques for Geological Characterization[M]. Berlin : Springer-Verlag , 1994. 131 – 147.
- [3] Tatsuya N , Venkatesh R , Masumoto S , et al. Development of SISGEM — an online system for 3D geologic modeling[J]. Geoinformatics , 2003 , 11(2) : 211 – 223.
- [4] 朱大培,牛文杰,杨 钦,等. 地质构造的三维可视化[J]. 北京航空航天大学学报,2001,27(4):448–451.(Zhu Dapei ,Niu Wenjie , Yang Qin , et al. Three-dimensional visualization for geology-constructed model[J]. Beijing University of Aeronautics and Astronautics , 2001 , 27(4) : 448 – 451.(in Chinese))
- [5] 金晓辉,夏宏泉,黎 明. 基于 BP 神经网络的三维地质参数预测及立体图显示[J]. 西安石油学院学报,1997,12(6):21–25.(Jin Xiaohui , Xia Hongquan , Li Ming. Prediction and display of 3D geologic parameters based on BP neural network[J]. Journal of Xi'an Petroleum Institute , 1997 , 12(6) : 21 – 25.(in Chinese))
- [6] 宋子齐,谭成仟,程传之. 测井多参数及灰色理论处理方法在埕岛油田的应用[J]. 石油物探,1999,33(4):93–105.(Song Ziqi , Tan Chengqian , Cheng Chuanzhi. Logging multi-parameter and grey scale theory in application to reservoir evaluation in Chengdao Oilfield[J]. Geophysical Prospecting for Petroleum , 1999 , 33(4) : 93 – 105.(in Chinese))
- [7] 陈树铭. 三维地质数字化研究展望[A]. 见:第五届岩土工程实录交流会岩土工程实录集[C]. 北京:[s. n.],2000.74–79.(Chen Shuming. Prospecting of 3D geology digitization[A]. In :The Memoir of the 5th Communication Forum of Rock and Soil Engineering[C]. Beijing : [s. n.] , 2000. 74 – 79.(in Chinese))
- [8] 陈树铭,王满春,刘慧杰,等. 工程地质三维数字化及计算机三维实现[A]. 见:中国土木工程学会第十届年会论文集[C]. 北京:[s. n.],2002.46–51.(Chen Shuming , Wang Manchun , Liu Huijie , et al. Three-dimensional geotechnical layer geology digitization and person computer realization[A]. In :Proceedings of the 10th Forum of China Civil Engineering[C]. Beijing : [s. n.] , 2002. 46 – 51.(in Chinese))
- [9] Charles C V , Brown M C. GIS procedure for developing three-dimensional subsurface profile[J]. Journal of Computing in Civil Engineering , 1993 , 7(3) : 296 – 309.
- [10] Collins D R , Ross J A , Brownrigg R. Management , analysis and display of digital well log data for presentation of geologic information in the third dimension[A]. In : The Ninth Annual Symposium on Geographic Information Systems in Natural Resources Management. Symposium Proceedings[C]. Fort Collins , USA : GIS World Inc. , 1995. 266 – 268.
- [11] 柯正谊,何建邦,池天河. 数字地面模型[M]. 北京:中国科学技术出版社,1993.(Ke Zhengyi , He Jianbang , Chi Tianhe. Digital Ground Modeling[M]. Beijing : Chinese Science and Technology Press , 1993.(in Chinese))
- [12] 易善桢,李 琦. 3D GIS 数据表示和空间插值方法研究[J]. 中国图像图形学报,1999,4(8):697–701.(Yi Shanzhen , Li Qi. The method of data presentation and interpolation in 3D GIS[J]. China Image and Figure Transaction , 1999 , 4(8) : 697 – 701.(in Chinese))
- [13] 田宜平. 盆地三维数字地层格架的建立与研究[博士学位论文][D]. 武汉:中国地质大学,2001.(Tian Yiping. Research and establishment of 3D digital strata grillage of basin[Ph. D. Thesis][D]. Wuhan :China University of Geosciences , 2001.(in Chinese))
- [14] 杜小武,尚海燕. 分形插值方法在地层裂缝预测中的应用[J]. 西安电子科技大学学报,1998,25(2):174–177.(Du Xiaowu , Shang Haiyan. Application of the total least squares method in the calibration of the multi-port reflect meter[J]. Journal of Xidian University , 1998 , 25(2) : 174 – 177.(in Chinese))
- [15] 王笑海. 基于三维拓扑格网结构的GIS地层模型研究[博士学位论文][D]. 武汉:中国科学院武汉岩土力学研究所,1999.(Wang Xiaohai. Research of strata model based on 3D topologic grid structure[Ph. D. Thesis][D]. Wuhan : Institute of Rock and Soil Mechanics , Chinese Academy of Sciences , 1999.(in Chinese))
- [16] Matile G L D , Keller G R , Pyne D M , et al. Development of methods for 3D geological mapping of southern Manitoba Phanerozoic terrane[A]. In : Report of Activities 2002 , Manitoba Industry , Trade and Mines , Manitoba Geological Survey[C]. Manitoba :[s. n.] , 2002. 274 – 282.
- [17] 贺怀建,白世伟,赵新华,等. 三维地层模型中地层划分的探讨[J]. 岩土力学,2002,23(5):637–639.(He Huaijian , Bai Shiwei , Zhao Xinhua , et al. Discussion on strata partition in three-dimensional strata model[J]. Rock and Soil Mechanics , 2002 , 23(5) : 637 – 639.

- (in Chinese))
- [18] Masumoto S, Venkatesh R, Tatsuya N, et al. Construction and visualization of three-dimensional geologic modeling using GRASS GIS[A]. In : Proceedings of the Open GIS-GRASS Users Conference 2002[C]. Trenton, Italy : [s. n.] , 2002. 1 – 8.
- [19] 柴贺军, 黄地龙, 黄润秋. 地质结构面三维扩展模型研究[J]. 地质灾害与环境保护, 1999, (2) : 73 – 76.(Chai Hejun, Huang Dilong, Huang Runqiu. The method of spatial spreading of rock mass structure[J]. Geological Disaster and Environment Protection, 1999, (2) : 73 – 76.(in Chinese))
- [20] 毛善军, 许友志, 张海荣, 等. 空间地质模型及其可视化系统[J]. 中国数学地质进展, 1995, (7) : 186 – 189.(Mao Shanjun, Xu Youzhi, Zhang Hairong, et al. Spatial geologic model and visualization system[J]. China Mathematics Geology Development, 1995, (7) : 186 – 189.(in Chinese))
- [21] 毛先成, 戴塔根. 地质体几何造型的计算机实现[J]. 中南工业大学学报, 1997, 28(5) : 419 – 422.(Mao Xiancheng, Dai Tagen. Computer system for geometric modeling of geologic bodies[J]. Journal of Central South University of Technology, 1997, 28(5) : 419 – 422.(in Chinese))
- [22] 方海东. 三维地质建模技术及其在润扬长江公路大桥中的应用[硕士学位论文][D]. 南京 : 南京大学, 2002.(Fang Haidong. 3D geologic reconstructing technology and its application to Runyang bridge[M. S. Thesis][D]. Nanjing : Nanjing University, 2002.(in Chinese))
- [23] 周正武. 地质体三维可视化方法研究[硕士学位论文][D]. 北京 : 北京大学, 2001.(Zhou Zhengwu. Research of visualization of 3D geologic body[M. S. Thesis][D]. Beijing : Peking University, 2001.(in Chinese))
- [24] Keppel E. Approximating complex surface by triangulation of contour lines IBM[J]. Journal of Research and Development, 1975, 19(1) : 1 – 11.
- [25] Fuchs H, Kedem Z M, Uselton S P. Optimal surface reconstruction from planar contours[J]. Common ACM, 1977, 20(10) : 693 – 720.
- [26] 张剑秋, 张福炎, 李敏. 用地震解释结果重构地质界面或地质体[J]. 石油物探, 1999, 24(4) : 346 – 347.(Zhang Jianqiu, Zhang Fuyan, Li Min. Reconstruction of geologic interface and body by interpret code from seism[J]. Geophysical Prospecting for Petroleum, 1999, 24(4) : 346 – 347.(in Chinese))
- [27] 王询, 张青山, 吴韵楠. 一种三维地层模型表示和生成方法. 计算机工程与应用, 2000, (9) : 169 – 173.(Wangxun, Zhang Qingshan, Wu Yunnan. A new method of constructing and visualization of 3D strata[J]. Computer Engineering and Application, 2000, (9) : 169 – 173.(in Chinese))
- [28] 吴江斌. 基于 Delaunay 构网的城市三维地层信息系统核心技术研究与应用[博士学位论文][D]. 上海 : 同济大学, 2003.(Wu Jiangbin. Study on key techniques of 3D strata information system(3D SIS) based on Delaunay triangulation[Ph. D. Thesis][D]. Shanghai : Tongji University, 2003.(in Chinese))
- [29] 朱合华, 吴江斌, 郑国平, 等. 三维数字地层及其建模技术[A]. 见 : 首届全球华人岩土工程论坛论文集[C]. 上海 : [s. n.] , 2003. 412 – 419.(Zhu Hehua, Wu Jiangbin, Zheng Guoping, et al. 3D digital strata and modeling technology[A]. In : Proceedings of the 1st World Forum on Chinese Scholars in Geotechnical Engineering[C]. Shanghai : [s. n.] , 2003. 412 – 419.(in Chinese))