

# 含软弱夹层岩体边坡的突变模式分析

刘文方<sup>1, 2</sup>, 隋严春<sup>2</sup>, 周菊芳<sup>2</sup>, 李红梅<sup>2</sup>

(1. 四川理工学院 建筑工程系, 四川 自贡 643000; 2. 重庆交通大学 土木建筑学院, 重庆 400074)

**摘要:** 针对含软弱夹层岩体边坡失稳问题, 考虑软弱夹层的应变弱化特性, 运用突变理论方法, 建立燕尾型突变模型。基于建立的突变模式, 对含一层软弱夹层的岩体边坡定量分析滑坡演化过程中的突跳特性; 对于含多层软弱夹层的岩体边坡, 通过对燕尾突变模型得到的平衡曲面方程进行分析可知, 其势函数最多可有 4 个极值点, 3 个控制变量的不同取值使系统处于不同的分叉点集区域, 其势函数极值点的个数不同, 形式也不同, 相应地, 系统也呈现出不同的性质, 于是根据势函数极值点个数的不同, 定性分析随着控制参量的变化, 边坡失稳中突跳的可能性。

**关键词:** 边坡工程; 岩体边坡; 燕尾型突变模型; 软弱夹层

**中图分类号:** P 642

**文献标识码:** A

**文章编号:** 1000 - 6915(2006)增 1 - 2663 - 07

## CATASTROPHE ANALYSIS OF ROCK MASS SLOPE WITH WEAK INTERCALATED LAYERS

LIU Wenfang<sup>1, 2</sup>, SUI Yanchun<sup>2</sup>, ZHOU Jufang<sup>2</sup>, LI Hongmei<sup>2</sup>

(1. Department of Architectural Engineering, Sichuan University of Science and Engineering, Zigong, Sichuan 643000, China;

2. School of Civil Engineering and Architecture, Chongqing Jiaotong University, Chongqing 400074, China)

**Abstract:** The instabilities of the rock mass slope with regular weak intercalated layers are discussed; and a slope of swallowtail catastrophe model with the catastrophe theory is established. The jump property of landslide of the rock mass slope with one weak intercalated layer on the basis of slope swallowtail catastrophe mode is studied; and the probability of jump property of the rock mass slope with multiple weak intercalated layers on the basis of extreme points of potentials is qualitatively analyzed. The results show that the latter swallowtail catastrophe model potentials have four extreme points at most, and that the slope state would change with the amount of extreme points of its potentials.

**Key words:** slope engineering; rock mass slopes; swallowtail catastrophe model; weak intercalated layers

## 1 引言

滑坡等岩体失稳现象的孕育发生过程是从渐变到突变的过程, 可借助突变理论进行分析。目前, 已有不少学者<sup>[1~9]</sup>运用突变理论中的尖点突变模型或折迭突变模型来分析岩体的失稳现象。在实际的

边坡失稳过程中, 边坡岩体中的软弱夹层常成为实际滑坡失稳的主要因素。分析岩体边坡的稳定性时, 应考虑软弱夹层的影响, 尤其是当边坡岩体内部含多个软弱夹层时更应考虑其作用。本文针对这些问题, 在前人研究的基础上利用突变理论对含一个软弱夹层及多个软弱夹层的岩体边坡建立了燕尾型突变模型, 根据燕尾型突变模型分析了岩体边坡演化

**收稿日期:** 2005 - 11 - 08; **修回日期:** 2005 - 12 - 06

**基金项目:** 国家科技攻关计划“西部开发科技行动”重大项目(2004BA901A02)

**作者简介:** 刘文方(1980 - ), 男, 2003 年毕业于山东大学土木工程专业, 现为硕士研究生、助教, 主要从事结构方面的教学与研究工作。E-mail: liuwenfang80@yahoo.com.cn

过程中的突跳特性。

## 2 模式推导前的假定及其本构关系的选取

### 2.1 基本假定

为了建立边坡的势能函数，在理论公式推导过程中给出如下基本假定：

- (1) 边坡岩体为刚塑性体。
- (2) 软弱夹层均匀，由两段不同力学性质的介质组成，一段具有弹性性质，而另一段具有应变软化性质<sup>[2]</sup>。

(3) 定义软弱夹层为滑带，中间滑带由于上下滑体的运动使得整个滑带随之产生运动，整个滑带均消耗能量。底层滑带一般在紧挨上部滑体附近区域产生运动，所以设其能量耗散发生于滑带的表面。

(4) 对中间滑带，将其作为一系列的位移间断面，为了满足机动许可位移场的要求，设各位移间断面之间的法向位移不变，切向位移按线性变化。

### 2.2 本构关系选取

图 1 给出了软弱夹层两种不同介质的本构曲线。

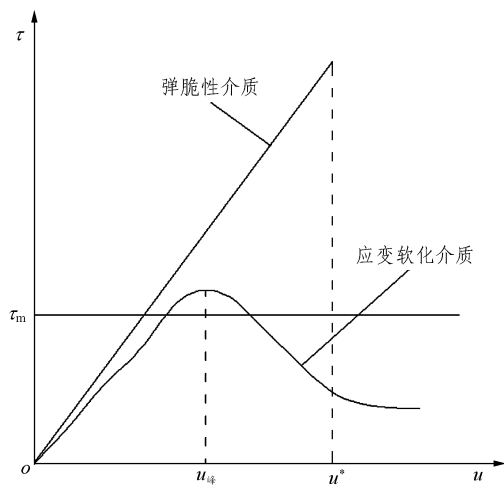


图 1 软弱夹层两种不同介质的本构关系曲线

Fig.1 Constitutive relation curves of two kinds of interlayer media

软弱夹层弹性性质区段介质的本构关系<sup>[2-5]</sup>为

$$\tau = \begin{cases} G_e u / h & (u \leq u^*) \\ \tau_m & (u > u^*) \end{cases} \quad (1)$$

式中： $G_e$  为剪切模量， $u^*$  为失稳点的临界位移， $\tau_m$  为残余抗剪强度， $u$  为滑体沿软弱夹层的蠕滑位移，

$h$  为滑带厚度。

软弱夹层应变软化性质区段介质的本构关系为

$$\tau = \tau_0 \exp \left[ -\frac{1}{2} \left( \frac{u}{u_0} \right)^2 \right] \quad (2)$$

式中： $\tau_0$  为滑面初始剪切强度， $u_0$  为  $\tau - u$  关系曲线拐点处的位移。

在滑面内剪应力  $\tau < \tau_0$  时，岩体不会产生位移，仅当剪应力达到  $\tau_0$  时，边坡才开始滑动； $\tau$  随  $u$  的增加而减少，表现出损伤弱化的特点。

## 3 边坡失稳的燕尾型突变模式

### 3.1 单层滑带岩体边坡

单层滑带岩体边坡力学模型如图 2 所示。滑体质量为  $m$ ，倾角为  $\theta$ ，位移与滑面的夹角为  $\phi$ ，滑带厚为  $h$ ，滑带的长度为  $l$ ，弹性区段长度为  $l_e$ ，应变软化段的长度为  $l_s$ ，则  $l_e + l_s = l$ ，滑体的位移为  $u_1$ 。如果材料遵守莫尔 - 库仑破坏准则和相关联的流动法则，则可确认位移  $u_1$  与滑面的夹角  $\phi$  为处于极限状态下材料的内摩擦角<sup>[10]</sup>，则滑体沿软弱夹层的蠕滑位移  $u = u_1 \cos \phi$ 。对图 2 所示系统，总势能是软弱夹层的应变能和滑块的滑动势能之和，其总势能为

$$V = l_s \int_0^u \tau_0 \exp \left[ -\frac{1}{2} \left( \frac{u}{u_0} \right)^2 \right] du + \int_0^u \frac{G_e l_e}{h} u du - mg u \sin \theta \quad (3)$$

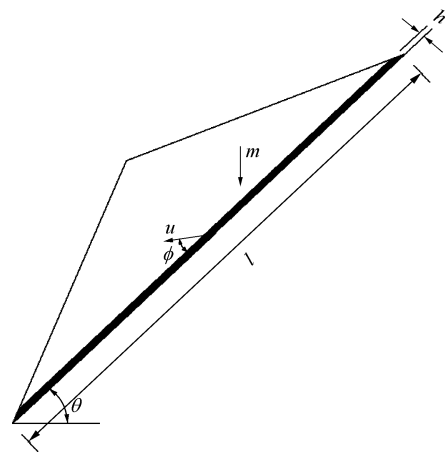


图 2 单层滑带岩体边坡力学模型

Fig.2 Mechanic model of the rock mass slope with one weak intercalated layer

将总势能在  $u = 0$  处展成幂级数, 截取至 5 次项可得

$$V = (\tau_0 l_s - mg \sin \theta)u + \frac{G_e l_e}{2h} u^2 - \frac{\tau_0 l_s}{6u_0^2} u^3 + \frac{\tau_0 l_s}{40u_0^4} u^5 = \frac{\tau_0 l_s u_0}{40} \left[ \left( \frac{u}{u_0} \right)^5 - \frac{20}{3} \left( \frac{u}{u_0} \right)^3 + \frac{20G_e l_e u_0}{\tau_0 l_s h} \left( \frac{u}{u_0} \right)^2 + 40 \left( 1 - \frac{mg \sin \theta}{\tau_0 l_s} \right) \frac{u}{u_0} \right] \quad (4)$$

分别引入量纲一的状态变量和量纲一的控制变量, 如下:

$$x = \frac{u}{u_0} \quad (5)$$

$$\left. \begin{aligned} q &= 20k \\ \gamma &= 40(1 - \zeta) \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

式中:  $k$ ,  $\zeta$  分别为滑面带中弹性段岩体与损伤弱化段岩体刚度之比(简称为刚度比)和与上部岩体重量及滑带强度有关的参数(简为系统的几何力学参数), 且有

$$k = k_e : k_f = G_e l_e : \frac{\tau_0 l_s h}{u_0} \quad (7)$$

$$\zeta = \frac{mg \sin \theta}{\tau_0 l_s} \quad (8)$$

将式(5), (6)代入式(4), 则式(4)变为

$$V = \frac{\tau_0 l_s u_0}{40} (x^5 + px^3 + qx^2 + \gamma x) \quad (9)$$

式中:  $p$  为常数, 且有  $p = -\frac{20}{3}$ 。

由  $\frac{dV}{dx} = 0$ , 可得平衡曲面方程为

$$5x^4 + 3px^2 + 2qx + \gamma = 0 \quad (10)$$

式(10)为燕尾型突变模型平衡曲面的标准形式。

而分叉集除满足式(10)之外, 还需满足:

$$20x^3 + 6px + 2q = 0 \quad (11)$$

联立式(10)和(11), 消去  $x$  即可得到分叉点集。

由此看来, 此系统的模型为燕尾型突变模型中的特殊形式( $p = \text{const}$ )。状态变量  $x$  由  $q$  和  $\gamma$  控制,

而实际上  $q$  和  $\gamma$  又都与具有物理意义的控制参数  $k$  和  $\zeta$  相关。但是用具有物理意义的  $k$  和  $\zeta$  来表示分叉集有些困难, 因此用数值方法来研究控制参数  $k$  及  $\zeta$  对滑坡的影响。

随着  $k$  值变化, 边坡状态发生改变, 反映边坡状态的位移  $u = xu_0$  也随之改变。有突变时, 突跳值  $\Delta u = \Delta xu_0$ ,  $\Delta x$  值如表 1 所示。

表 1 不同刚度比所对应的突跳值  
Table 1 Jump values with different ratios of stiffness

刚度比 $k$	突跳时对应的 $x$ 值		突跳值 $\Delta x$
	上限值	下限值	
0.1	1.361 3	0.100 5	1.260 8
0.2	1.301 0	0.204 3	1.096 7
0.3	1.229 7	0.315 7	0.914 0
0.4	1.139 2	0.443 7	0.695 5
0.5	1.000 0	0.618 0	0.382 0
0.6			
0.7			
0.8		无突跳	
0.9			
1.0			

从表 1 中可以看出, 随着  $k$  值的增大, 边坡发生突变的概率越来越小, 即软弱夹层中弹性段岩体刚度越大, 应变弱化段刚度越小, 越不易发生突变; 反之, 边坡会易于发生突变。在此模型分析中可以得到,  $k \geq 0.6$  时就不会发生突变, 如果软弱夹层是强化的(不存在应变弱化段), 或一段具弹性性质而另一段是理想塑性的, 这相当于  $k \rightarrow \infty$ , 不能发生滑坡。

上面分析的是边坡中含一个软弱夹层的情况, 而实际情况中边坡可能会存在多个滑带。

### 3.2 多层滑带的岩体边坡

在此以含两层滑带的边坡为例进行分析, 而对含更多层滑带的边坡可依次类推。两层滑带岩体边坡力学模型如图 3 所示。滑体和滑带的各参量如下确定: 滑体 1 的质量为  $m_1$ , 倾角为  $\theta_1$ , 位移与滑面的夹角为  $\phi_1$ , 滑带厚为  $h_1$ , 滑带的长度为  $l_1$ , 滑体的位移为  $u_1$ ; 滑体 2 的质量为  $m_2$ , 位移与滑面的夹角为  $\phi_2$ , 其余各参量见图 3。设  $\phi_{21}$  为滑体 2 的位移与滑带 1 的夹角, 其值确定方法为: 若  $\theta_1 > \theta_2$ , 则  $\phi_{21} = \phi_2 + (\theta_1 - \theta_2)$ 。若  $\theta_1 < \theta_2$ , 则当  $\phi_2 > \theta_2 - \theta_1$  时,

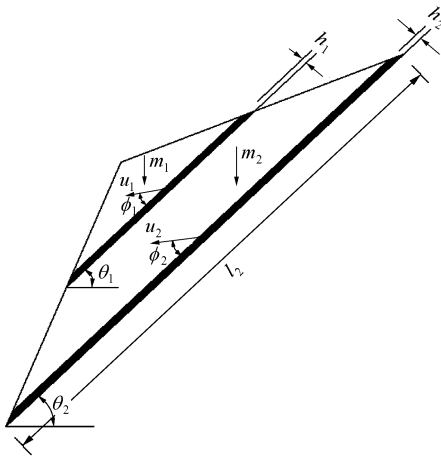


图3 两层滑带岩体边坡力学模型

Fig.3 Mechanic model of the rock mass slope with two weak intercalated layers

有  $\phi_{21} = \phi_2 + \theta_2 - \theta_1$ ; 当  $\phi_2 < \theta_2 - \theta_1$ , 由于在滑带 1 与滑带 2 的交界面处法向位移不可能连续, 此时边坡早已沿滑带 1 破坏, 所以此种情况可不考虑。

本计算模型中, 滑体 1 和 2 之间的滑带为中间滑带 1, 其位移从上表面的  $u_1$  变化到下表面的  $u_2$ , 因此可把滑带 1 看作是一系列的位移间断面。根据基本假定(3)可知, 滑带 1 中法向位移不变, 所以有

$$u_1 \sin \phi_1 = u_2 \sin \phi_{21} \quad (12)$$

滑带 2 的切向位移(即滑体沿滑带 2 的蠕滑位移)可表示为

$$u = u_2 \cos \phi_2 \quad (13)$$

滑带 1 上表面的切向位移分量  $u_{1t} = u_1 \cos \phi_1$ , 下表面的切向位移为  $u_{2t} = u_2 \cos \phi_{21}$ 。根据基本假定(3)可知:

(1) 当  $\phi_1 < \phi_{21}$ , 滑带 1 中离下表面距离为  $x$  处的位移为

$$u_{1t, x} = \frac{H+x}{H} u_2 \cos \phi_{21} = \frac{(H+x)u}{H \cos \phi_2} \cos \phi_{21} = \frac{H+x}{H} u_1 \cos \phi_{21} \frac{\sin \phi_1}{\sin \phi_{21}} \quad (14)$$

其中,

$$H = h_1 \frac{u_{2t}}{u_{1t} - u_{2t}} = h_1 \frac{\cos \phi_{21}}{\cot \phi_1 \sin \phi_{21} - \cos \phi_{21}}$$

(2) 当  $\phi_1 > \phi_{21}$  时, 滑带 1 中离下表面距离为  $x$  处的位移为

$$u_{1t, x} = \frac{H+h-x}{H} u_1 \cos \phi_1 \quad (15)$$

其中,

$$H = h_1 \frac{\cos \phi_1}{\cot \phi_{21} \sin \phi_1 - \cos \phi_1} \quad (16)$$

当  $\phi_1 = \phi_{21}$  时, 滑带 1 中的位移不变。

建立  $\phi_1 < \phi_{21}$  时的模型,  $\phi_1 > \phi_{21}$  也是同理。

对于图 3 所示的系统, 其势能是软弱夹层的应变能和滑动势能之和。滑带 2 的应变能及滑块 2 的滑动势能之和为

$$V_2 = l_{s2} \int_0^u \tau_0 \exp \left[ -\frac{1}{2} \left( \frac{u}{u_0} \right)^2 \right] du + \frac{1}{2} \frac{G_{e2} l_{e2}}{h_2} u^2 - m_2 g u \sin \theta_2 \quad (17)$$

对于滑带 1, 根据基本假设 3 可知, 应变能只发生于存在相对变形的切向方向<sup>[10]</sup>。当  $\phi_1 < \phi_{21}$  时, 有

$$u_{1t, x+dx} = \frac{H+x+dx}{H} u_2 \cos \phi_{21} = \frac{(H+x+dx)u}{H \cos \phi_2} \cos \phi_{21} = \frac{H+x+dx}{H} u_1 \cos \phi_{21} \frac{\sin \phi_1}{\sin \phi_{21}}$$

$$u_{1t, x} = \frac{H+x}{H} u_2 \cos \phi_{21} = \frac{(H+x)u}{H \cos \phi_2} \cos \phi_{21} = \frac{H+x}{H} u_1 \cos \phi_{21} \frac{\sin \phi_1}{\sin \phi_{21}}$$

$$\Delta u_{1t, x} = u_{1t, x+dx} - u_{1t, x} = \frac{dx}{H} u_2 \cos \phi_{21} = \frac{u dx}{H \cos \phi_2} \cos \phi_{21} = \frac{dx}{H} u_1 \cos \phi_{21} \frac{\sin \phi_1}{\sin \phi_{21}}$$

滑带 1 的应变能与滑动势能之和为

$$V_1 = l_{s1} \int_0^{h_1} \tau_0^* \exp \left[ -\frac{1}{2} \left( \frac{u_{1t, x}}{u_0^*} \right)^2 \right] \Delta u_{1t, x} + \int_0^{h_1} \frac{G_{e1} l_{e1}}{h_1} u_{1t, x} \Delta u_{1t, x} - m_1 g u_{1t} \sin \theta_1 \quad (18)$$

式中:  $\tau_0^*$  为滑带 1 的初始剪切强度,  $u_0^*$  为滑带 1 的  $\tau - u$  关系曲线上拐点所对应的位移。则图 3 所示系统的总势能为

$$V = V_1 + V_2 = l_{s1} \int_0^{h_1} \tau_0^* \exp \left[ -\frac{1}{2} \left( \frac{u_{1t, x}}{u_0^*} \right)^2 \right] \Delta u_{1t, x} + \int_0^{h_1} \frac{G_{e1} l_{e1}}{h_1} u_{1t, x} \Delta u_{1t, x} - m_1 g u_{1t} \sin \theta_1 +$$

$$\begin{aligned}
 & l_{s2} \int_0^u \tau_0 \exp \left[ -\frac{1}{2} \left( \frac{u}{u_0} \right)^2 \right] du + \frac{1}{2} \frac{G_{e2} l_{e2}}{h_2} u^2 - \\
 & m_2 g u \sin \theta_2 = \\
 & l_{s1} \int_0^{h_1} \tau_0^* \exp \left\{ -\frac{1}{2} \left[ \frac{(H+x)u \cos \phi_{21}}{u_0^* H \cos \phi_2} \right]^2 \right\} \frac{u \cos \phi_{21}}{H \cos \phi_2} dx + \\
 & \int_0^{h_1} \frac{G_{e1} l_{e1}}{h_1} \frac{(H+x)u}{H \cos \phi_2} \cos \phi_{21} \frac{u \cos \phi_{21}}{H \cos \phi_2} dx - \\
 & m_1 g \frac{\sin \phi_{21} \cos \phi_1 \sin \theta_1}{\sin \phi_1 \cos \phi_2} u + \\
 & l_{s2} \int_0^u \tau_0 \exp \left[ -\frac{1}{2} \left( \frac{u}{u_0} \right)^2 \right] du + \\
 & \frac{1}{2} \frac{G_{e2} l_{e2}}{h_2} u^2 - m_2 g u \sin \theta_2 \tag{19}
 \end{aligned}$$

将总势能在  $u=0$  处展成幂级数，截取至 5 次项，可得

$$\begin{aligned}
 V = & \left( \tau_0^* l_{s1} a b u_0 - m_1 g u_0 \frac{\sin \phi_{21} \cos \phi_1 \sin \theta_1}{\sin \phi_1 \cos \phi_2} + \right. \\
 & \left. \tau_0 l_{s2} u_0 - m_2 g u_0 \sin \theta_2 \right) \frac{u}{u_0} + \\
 & \left[ \frac{G_{e1} l_{e1} b^2 u_0^2 (2a + a^2)}{h_1} + \frac{G_{e2} l_{e2} u_0^2}{2h_2} \right] \left( \frac{u}{u_0} \right)^2 + \\
 & \left[ \frac{\tau_0^* l_{s1} b^3 (3a + 3a^2 + a^3) u_0^3}{u_0^{*2}} - \frac{\tau_0 l_{s2} u_0}{6} \right] \left( \frac{u}{u_0} \right)^3 + \\
 & \left[ \frac{\tau_0^* l_{s1} b^5 (15a + 30a^2 + 30a^3 + 15a^4 + 3a^5) u_0^5}{u_0^4} + \right. \\
 & \left. \frac{\tau_0 l_{s1} u_0}{40} \right] \left( \frac{u}{u_0} \right)^5 \tag{20}
 \end{aligned}$$

其中，

$$\begin{aligned}
 a &= \frac{h_1}{H} \\
 b &= \frac{\cos \phi_{21}}{\cos \phi_2}
 \end{aligned}$$

同理，引入量纲一的状态变量  $x = \frac{u}{u_0}$ ，引入量纲一的控制变量如下：

$$\left. \begin{aligned}
 p &= n(3a + 3a^2 + a^3) b^3 \varepsilon^2 \frac{\tau_0^* l_{s1}}{\tau_0 l_{s2}} - \frac{n}{6} \\
 q &= \frac{n G_{e1} l_{e1} b^2 u_0 (2a + a^2)}{\tau_0 l_{s2} h_1} + \frac{n G_{e2} l_{e2} u_0}{2 \tau_0 l_{s2} h_2} \\
 \gamma &= nab \frac{\tau_0^* l_{s1}}{\tau_0 l_{s2}} + n - nm_1 g \frac{\sin \phi_{21} \cos \phi_1 \sin \theta_1}{\tau_0 l_{s2} \sin \phi_1 \cos \phi_2} - \\
 & \quad \frac{nm_2 g \sin \theta_2}{\tau_0 l_{s2}}
 \end{aligned} \right\} \tag{21}$$

其中，

$$\begin{aligned}
 \varepsilon &= \frac{u_0}{u_0^*} \\
 n &= \left[ \frac{\tau_0^* l_{s1}}{\tau_0 l_{s2}} b^5 (15a + 30a^2 + 30a^3 + 15a^4 + 3a^5) \varepsilon^4 + \frac{1}{40} \right]^{-1}
 \end{aligned}$$

由此式(20)可变为

$$V = \frac{u_0}{n} (x^5 + px^3 + qx^2 + \gamma x) \tag{22}$$

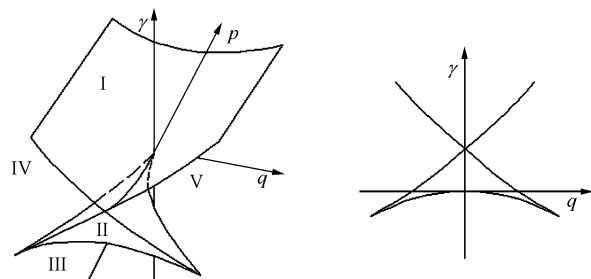
根据  $\frac{dV}{dx} = 0$ ，可得平衡曲面的标准形式为

$$5x^4 + 3px^2 + 2qx + \gamma = 0 \tag{23}$$

分叉集除满足式(23)之外，还需满足：

$$20x^3 + 6px + 2q = 0 \tag{24}$$

联立式(23)，(24)消去  $x$  即可得到分叉点集，由此可以在  $p$ - $q$ - $\gamma$  三维空间中画出分叉点集图形(见图 4<sup>[11]</sup>)。



(a) 燕尾型突变模型的分叉集 (b) 分叉集与平面  $p$  为常数的截线

图 4 燕尾型突变模型的分叉集和分叉集与平面  $p$  为常数的截线<sup>[11]</sup>

Fig.4 Swallowtail catastrophe model bifurcation set and the line when  $p$  is constant<sup>[11]</sup>

通过对燕尾突变模型得到的平衡曲面方程进行分析可知, 其势函数最多可有 4 个极值点, 3 个控制变量  $p-q-\gamma$  的不同取值使系统处于不同的分叉点集区域, 其势函数极值点的个数不同, 形式也不同, 相应地, 系统也呈现出不同的性质(见图 5)。

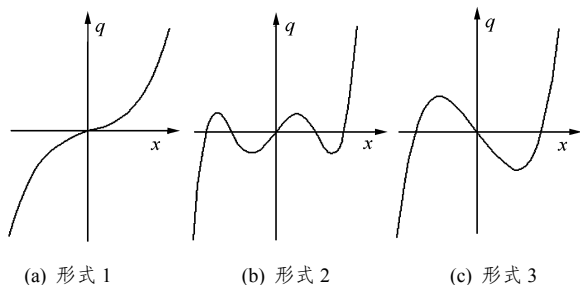


图 5 燕尾突变模型势函数的几种形式

Fig.5 Several styles of swallowtail catastrophe model potentials

考虑  $q = 0$  的情况, 即

$$G_{e1}l_{e1}b^2u_0(2a + a^2) + \frac{G_{e2}l_{e2}}{2} = 0 \quad (25)$$

此时, 考虑势函数的形式, 即相当于讨论  $p-\gamma$  截面的情况, 可求出平衡曲面方程的解为

$$x^2 = \frac{1}{10} \left( -3p \pm \sqrt{9p^2 - 20\gamma} \right) \quad (26)$$

此时, 在其他 2 个控制变量的约束下, 处于不同区域的势函数形式有以下几种情况:

(1)  $p > 0$  且  $\gamma > 0$ , 或  $p < 0$  且  $\gamma > \frac{9p^2}{20}$ 。通过解

式(26)可知:  $x$  无实根, 即平衡曲面方程无实根, 此时对应图 4(a)中 I 区, 势函数见图 5(a)中形式 1, 说明此时滑坡演化过程中不会发生突跳。

(2)  $\gamma < 0$ 。通过解式(26)可知:  $x$  有正负 2 个解, 且负解为不稳定奇点, 正解为稳定奇点, 此时对应图 4(a)中 III 区, 势函数如图 5(c)中形式 3。但针对  $x = u/u_0$  的实际比值意义时, 负值应舍去, 此种情况下滑坡演化过程中同样不会发生突跳。

(3)  $p < 0$  且  $0 < \gamma < \frac{9p^2}{20}$ 。通过解式(26)可知:

$x$  有 4 个有意义的解, 由计算可知, 其中有 2 个解为稳定奇点, 2 个解为不稳定奇点(2 个正解, 2 个负解), 此时对应图 4(a)中 II 区, 势函数如图 5(b)中的形式 2, 说明此时系统在滑坡过程中会发生一次突跳, 突跳值  $\Delta x$  为 2 个正解之差。

(4)  $p > 0$  且  $\gamma = 0$ , 此时平衡曲面方程的解为  $x^2 = 0$ , 可知其为分叉集上的点, 势函数在  $x = 0$  处为拐点, 无奇点, 此时势函数类似图 5(a)中的形式 1, 滑坡不会发生突跳。

(5)  $p > 0$  且  $\gamma = \frac{9p^2}{20}$ 。通过解式(26)可知:  $x$  有

正负 2 个解, 实际边坡分析中, 负解舍去, 此时势函数类似图 5(a)中形式 1, 滑坡不会发生突跳。

(6)  $p < 0$  且  $\gamma = 0$ 。通过解式(26)可知:  $x$  有 3 个有意义的解, 其中  $x = 0$  为重根且在分歧集上, 其他 2 个解代入奇点集方程可知负解不稳定, 正解稳定, 0 点为拐点, 此时势函数如图 5(c)中的形式 3, 边坡演化过程中会发生突跳, 突跳值  $\Delta x$  对应于方程正解值。

(7)  $p = 0$  且  $\gamma = 0$ 。通过解式(26)可知:  $x = 0$ , 此即为分叉集上点, 势函数没有奇点, 只有一个 0 点为拐点, 此时势函数类似图 5(a)中的形式 1, 滑坡过程中不会发生突跳。

类似地, 可固定  $p$  和  $\gamma$ , 分别分析在  $q-\gamma$  和  $q-p$  平面上势函数的特点。

有了以上的分析为基础, 这样对燕尾突变控制参数的特点和势函数的形式都有了一个清楚的认识。这样可以针对一个边坡的参量, 更具体地讨论一个状态变量随 3 个控制变量变化的特点。

## 4 结 语

目前, 很少有人运用燕尾型突变模式来分析岩体边坡的失稳现象, 本文根据所建立的含有单层或多层软弱夹层岩体边坡的突变模式, 定量和定性分析滑坡演化过程中可能存在的突跳现象。但是, 对于含多层软弱夹层岩体边坡的分析中, 因所牵涉的参量繁多, 需要针对具体的边坡, 并借助于计算机数值方法和绘图软件进行研究, 这一方面仍需作进一步探索。

### 参考文献(References):

[1] 秦四清, 张俾元, 王士天. 顺层斜坡失稳的突变理论分析[J]. 中国地质灾害与防治学报, 1993, 4(1): 38 - 45.(Qin Siqing, Zhang Zhuoyuan, Wang Shitian. Research on losing stability of the consequent slope by the catastrophe theory[J]. The Chinese Journal of Geological Hazard and Control, 1993, 4(1): 38 - 45.(in Chinese))

[2] 秦四清. 斜坡平面滑动失稳新理论的探索——刚度效应失稳理论[J]. 水文地质工程地质, 1994, 21(5): 1 - 4.(Qin Siqing. A new theory

- of planar-sliding slope destabilization—the rigidity effect destabilization theory[J]. Chinese Journal of Hydrogeology and Engineering Geology, 1994, 21(5): 1 - 4.(in Chinese))
- [3] 秦四清. 斜坡失稳的突变模型与混沌机制[J]. 岩石力学与工程学报, 2000, 19(4): 486 - 492.(Qin Siqing. Nonlinear catastrophe model of slope instability and chaotic dynamics mechanism of slope evolution process[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2000, 19(4): 486 - 492.(in Chinese))
- [4] 刘 军, 秦四清, 张俾元. 缓倾角层状岩体失稳的尖点突变模型研究[J]. 岩土工程学报, 2001, 23(1): 42 - 44.(Liu Jun, Qin Siqing, Zhang Zhuoyuan. Study on catastrophic model with cusp point for failure of stratified rock mass a gentle inclination[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2001, 23(1): 42 - 44.(in Chinese))
- [5] 龙 辉, 秦四清, 万志清. 降雨触发滑坡的尖点突变模型[J]. 岩石力学与工程学报, 2002, 21(4): 502 - 508.(Long Hui, Qin Siqing, Wan Zhiqing. Catastrophe analysis of rainfall induced landslides[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2002, 21(4): 502 - 508.(in Chinese))
- [6] 陈忠辉, 唐春安, 傅宇方. 岩石失稳破裂的变形突跳研究[J]. 工程地质学报, 1997, 5(2): 143 - 149.(Chen Zhonghui, Tang Chun'an, Fu Yufang. Study on sudden jump of deformation in unstable failure rocks[J]. Journal of Engineering Geology, 1997, 5(2): 143 - 149.(in Chinese))
- [7] 左宇军, 李夕兵, 赵国彦. 受静载荷作用的岩石动态断裂的突变模型[J]. 煤炭学报, 2004, 29(6): 654 - 658.(Zuo Yujun, Li Xibing, Zhao Guoyan. A catastrophe model for dynamic fracture of static loaded rock[J]. Journal of China Coal Society, 2004, 29(6): 654 - 658.(in Chinese))
- [8] 潘 岳, 张孝伍. 狭窄煤柱岩爆的突变理论分析[J]. 岩石力学与工程学报, 2004, 23(11): 1 797 - 1 803.(Pan Yue, Zhang Xiaowu. Catastrophe theory analysis of rockburst in narrow coal pillar[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2004, 23(11): 1 797 - 1 803.(in Chinese))
- [9] 潘 岳, 王志强. 岩体动力失稳的功、能增量——突变理论研究方法[J]. 岩石力学与工程学报, 2004, 23(9): 1 433 - 1 438.(Pan Yue, Wang Zhiqiang. Research approach on increment of work and energy — catastrophe theory of rock dynamic destabilization[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2004, 23(9): 1 433 - 1 438.(in Chinese))
- [10] 严宗达. 塑性力学[M]. 天津: 天津大学出版社, 1988. 248 - 249.(Yan Zongda. Plasticity Mechanics[M]. Tianjin: Tianjin University Press, 1988. 248 - 249.(in Chinese))
- [11] 凌复华. 突变理论及其应用[M]. 上海: 上海交通大学出版社, 1987.(Ling Fuhua. The Theory and Application of Catastrophe Theory[M]. Shanghai: Shanghai Jiaotong University Press, 1987.(in Chinese))