

利用差分法计算基于 Spencer 分析模式的边坡 稳定可靠度

苏永华, 赵明华, 张月英, 李青海
(湖南大学 土木工程学院, 湖南 长沙 410082)

摘要: 首先研究边坡稳定 Spencer 分析模式的过程和特点, 归纳出安全系数的计算流程, 发现 Spencer 模式下边坡稳定可靠度计算的难题在于安全系数是隐函数, 导致偏导数无法计算, 由此引进差分方法近似求解偏导数问题。其次依据复合函数求导方法, 推导采用验算点方法求解 Spencer 模式下边坡稳定可靠度过程中各项偏导数的计算公式和可靠度指标的线性逼近循环迭代方法。基于上述研究, 给出完整的验算点求解 Spencer 模式边坡稳定可靠度方法的 7 个分析步骤, 以及每一步骤中的具体计算方法。最后采用该方法分析一个工程问题, 并与蒙特卡洛模拟结果进行比较。结果表明, 两者的计算结果十分接近; 该方法精度可满足工程要求, 同时工作量大大少于蒙特卡洛模拟方法, 具有较好的工程应用价值。

关键词: 边坡工程; Spencer 分析模式; 差分; 可靠度; 验算点方法

中图分类号: P 642

文献标识码: A

文章编号: 1000 - 6915(2006)增 1 - 2751 - 06

RELIABILITY OF SLOPE STABILITY BASED ON SPENCER ANALYTICAL PATTER BY DIFFERENCE METHOD

SU Yonghua, ZHAO Minghua, ZHANG Yueying, LI Qinghai

(College of Civil Engineering, Hunan University, Changsha, Hunan 410082, China)

Abstract: The mechanical process and characteristics of slope stability based on Spencer analytical pattern are introduced firstly; and the calculation flowchart of safety factor is also given. It is found that the difficulty in slope stability analysis with Spencer analytical pattern is that the partial derivatives can not be computed because the safety is an implicit function. So difference method is introduced to solve the partial derivatives approximately. Based on the derivation of compound function, the formula of each item of partial derivative and the iterative method with linear approximation to compute reliability are deduced under the condition that design point method is used to obtain the reliability of slope stability based on Spencer analytical patterns. According to the above-mentioned research, seven steps to analyze reliability of slope stability by the design point method based on Spencer analytical pattern and concrete method of each step are given. At last an engineering example is analyzed with the method; and the result is compared with that obtained by Monte Carlo method. It is shown that the results obtained from the two methods are similar and the precision satisfies engineering request; and the workload of the introduced method is much little than that of Monte Carlo method. So it will be greatly valuable to engineering practice.

Key words: slope engineering; Spencer analytical pattern; difference; reliability; design point method

收稿日期: 2005 - 10 - 31; **修回日期:** 2005 - 12 - 29

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(50378036)

作者简介: 苏永华(1966 -), 男, 1999 于北京科技大学土木与环境工程学院获博士学位, 现任副教授, 主要从事地下结构围岩与支护相互作用机制、岩土结构不确定性分析方法方面的教学与研究工作。E-mail: syh5327@hnu.cn

1 引言

在结构可靠度分析中，关键性的工作之一是在确定性分析的基础上建立结构明确的功能函数。但是在边坡工程和地下工程中，由于问题的复杂性，大多数情况下不存在明确的功能函数。有时根据确定性分析建立起来的分析解析式，由于采用分块或分项安全系数方法，递推到可靠度分析中的功能函数就表现为隐式函数；有些情况下虽然能够建立明确的功能函数，但其表现为一个高度非线性的函数。上述几种情况下，采用常规结构可靠度计算方法均无法进行下去。这些问题已经引起了人们的关注。赵国藩^[1]系统介绍了响应面方法在结构可靠度分析中的具体应用。作者曾直接采用响应面方法分析了某大型地下采空区围岩结构的稳定可靠度^[2]，也曾以简布法为例，提出采用边坡变形力学模式稳定性系数计算作为试验手段^[3]，借用响应面思想，利用试验结果拟合稳定性系数解析表达式代替隐式方程，建立近似极限状态方程方法。张小庆等^[4]对于没有明确功能函数的结构可靠度分析，提出了一种以数值算法为基础、不需进行极限状态曲面的模拟，而在真正的极限状态面上进行求解的新方法。刘宁^[5]研究了采用随机有限元方法分析无明确功能函数表达式的复杂结构，但由于随机有限元理论的深奥和程序开发的艰巨性，其工程应用目前尚难于普及。桂劲松和康海贵^[6]、贡金鑫等^[7]分别研究了响应面函数的选取及改进，以及各类可靠度函数的通用求解方法问题。

本文针对在边坡可靠度分析中，大部分稳定分析模式无法建立明确功能函数的难题，以 Spencer 平面模式为例(由于其复杂性，对三维模式^[8~10]将在以后研究)，采用差分代替微分的方法，研究边坡稳定可靠度的近似计算方法。

2 边坡稳定 Spencer 分析方法

Spencer 法假定相邻土条之间的各法向条间力分量 E_i 与各切向条间力分量 X_i 之间有一固定的常数关系：

$$\frac{X_i}{E_i} = \frac{X_{i+1}}{E_{i+1}} = \tan \theta \quad (1)$$

因此各条间力合力 P 的方向是互相平行的。

如图 1 所示，根据垂直土条底部方向力的平衡，有

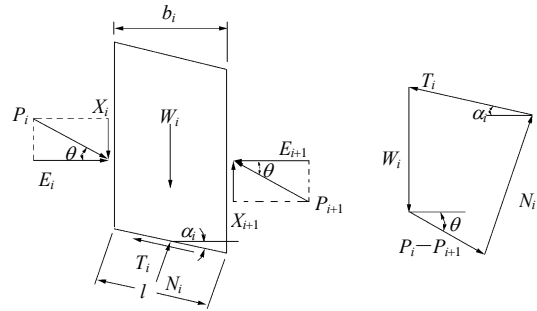


图 1 Spencer 法条块受力图

Fig.1 Force diagram of block for Spencer method

$$N_i + (P_i - P_{i+1})\sin(\alpha_i - \theta) - W_i \cos \alpha_i = 0 \quad (2)$$

再根据平行土条底部方向力的平衡，有

$$T_i + (P_i - P_{i+1})\cos(\alpha_i - \theta) - W_i \sin \alpha_i = 0 \quad (3)$$

同时根据安全系数的定义及摩尔-库仑准则，可得

$$T_i = \frac{c'_i l_i}{F_s} + (N_i - u_i l_i) \frac{\tan \phi'_i}{F_s} \quad (4)$$

式中： l_i ， c'_i ， ϕ'_i ， W_i 分别为分条的横向边长、分条岩土层的黏聚力、内摩擦角和分条的重力，且 $l_i = b_i \sec \alpha_i$ ， b_i 为分条水平宽度。综合式(1)~(4)，可求出土条两侧条间合力之差：

$$P_i - P_{i+1} = \frac{\frac{c'_i b_i}{F_s} \sec \alpha_i + m - W_i \sin \alpha_i}{\cos(\alpha_i - \theta) \left[1 + \frac{\tan \phi'_i}{F_s} \tan(\alpha_i - \theta) \right]} \quad (5)$$

其中，

$$m = \frac{\tan \phi'_i}{F_s} (W_i \cos \alpha_i - u_i b_i \sec \alpha_i)$$

对整个滑动土体来说，为了要维持力的平衡，必须满足水平和竖直方向的平衡条件：

$$\sum (P_i - P_{i+1}) \cos \theta = 0 \quad (6)$$

$$\sum (P_i - P_{i+1}) \sin \theta = 0 \quad (7)$$

因为 θ 是一个常数， $\sin \theta$ 和 $\cos \theta$ 不可能为 0，因此式(6)，(7)实际上是同一个平衡条件，即

$$\sum (P_i - P_{i+1}) = 0 \quad (8)$$

同样，对整个滑动土体，还必须满足力矩平衡条件，即

$$\sum (P_i - P_{i+1}) \cos(\alpha_i - \theta) R_i = 0 \quad (9)$$

式中： R_i 为各土条底部中点离转动中心的距离。如果取滑动面为圆柱面， R_i 即为圆弧半径，而且对所有土条都是常数，因此上式可写成

$$\sum(P_i - P_{i+1}) \cos(\alpha_i - \theta) = 0 \quad (10)$$

将式(5)分别代入式(8)和(10), 可得

$$\sum \frac{c'_i b_i \sec \alpha_i + m - W_i \sin \alpha_i}{F_s \left[1 + \frac{\tan \phi'_i}{F_s} \tan(\alpha_i - \theta) \right]} = 0 \quad (11)$$

$$\sum \frac{c'_i b_i \sec \alpha_i + m - W_i \sin \alpha_i}{F_s \left[1 + \frac{\tan \phi'_i}{F_s} \tan(\alpha_i - \theta) \right]} = 0 \quad (12)$$

而土坡的几何形状及滑动面已定, 同时土质指标又已知时, 只有 θ 及 F_s 两个未知数, 问题因而得解。

Spencer 法的具体解题步骤如下:

(1) 任意选择一圆弧滑动面, 划分垂直土条, 令其宽度相同, 在图上量出土条中心高 h 及底坡倾角 α_i ;

(2) 选定若干个 θ 值, 对于每一个 θ 都可求出不同的 F_s 值, 用力的平衡方程式(11)得到的 F_s 值以 F_{sf} 表示, 而以力矩平衡方程式(12)求得的为 F_{sm} ;

(3) 作出 $F_{sf} - \theta$ 及 $F_{sm} - \theta$ 关系曲线, 并绘于同一图中, 如图 2 所示, 2 条曲线的交点即为同时满足式(11)及(12)的安全系数 F_{s0} 及条间力的坡度 θ_0 。

从式(11), (12)可以看出, 仅依据这 2 个公式是无法建立明确的结构功能函数的, 因而无法采用经典的解析方法进行可靠度计算。

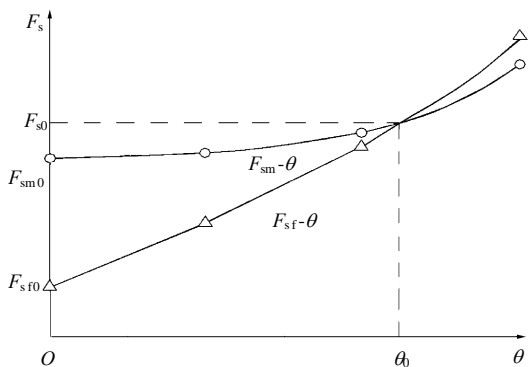


图 2 $F_s - \theta$ 关系曲线

Fig.2 Relation curves between F_s and θ

3 Spencer 模式下验算点的差分计算

3.1 差分与导数

设函数 $f(x)$ 以及自变量的一系列互不相等的

值 x_0, x_1, \dots, x_n , 定义 $f(x)$ 在点 x_0, x_1, \dots, x_n 处的 n 阶差商为

$$f[x_0, x_1, \dots, x_n] = \frac{f[x_1, x_2, \dots, x_n] - f[x_0, x_1, \dots, x_{n-1}]}{x_n - x_0} \quad (13)$$

导数与差商之间存在如下关系:

$$f[x_0, x_1, \dots, x_n] = \frac{y^{(n)}(\xi)}{n!} \quad (14)$$

式中: ξ 为 x_0, x_1, \dots, x_n 之间的某一个数。

在式(13)中如果基点 x_0, x_1, \dots, x_n 相邻两点间等距, 且相邻两点的步长为 h , 记 $y = f(x)$, $f(x)$ 在 x_0, x_1, \dots, x_n 处的值分别为 y_0, y_1, \dots, y_n , 记 $\Delta y_i = y_{i+1} - y_i$ 为一阶差分, 相应 n 阶差分记为 $\Delta^n y_i = \Delta^{n-1} y_{i+1} - \Delta^{n-1} y_i$ 。则由数学归纳法可得到 n 阶差分和 n 阶差商的关系为

$$f[x_0, x_1, \dots, x_n] = \frac{\Delta^n y_0}{n! h^n} \quad (15)$$

由式(14)和(15)可以得到差分与导数的关系为

$$\frac{y^{(n)}(\xi)}{n!} = \frac{\Delta^n y_0}{n! h^n} \quad (16)$$

即

$$y^{(n)}(\xi) = \frac{\Delta^n y_0}{h^n} \quad (17)$$

如果采用差分近似计算, 则在 x_0 处函数的一阶导数为

$$y^{(1)}(x_0) \approx \frac{y(x_0 + h) - y(x_0)}{h} \quad (18)$$

通过差分近似求导数, 不必得到函数的显式表达式, 为隐式功能函数导数及偏导数求解提供了方便。

3.2 验算点的差分求解

设一穿过不同地层的岩质边坡, 变异性较大的物理力学参数个数为 n 。为说明本文方法思路和原理, 假设这些参数是相互独立且服从正态分布的随机变量。按照可靠性一般原理, 将基本随机变量表示为随机向量组形式 $\mathbf{X} = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$, 其相应均值为 $\{u_1, u_2, \dots, u_n\}$, 方差为 $\{\sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_n\}$, 则 Spencer 模式下边坡稳定极限状态方程形式为

$$g(\mathbf{X}) = F_s - 1 = g(x_1, x_2, \dots, x_n) - 1 = 0$$

采用验算点方法求解该极限状态的可靠度。根据验算点的求解步骤, 先求出极限状态方程在验算点处的偏导数 $\frac{\partial g}{\partial x_i}$, 并求极限状态曲面在当前设计点处法线的方向余弦 $\cos \theta_i$, 则有

$$\cos \theta_i = \frac{-\left. \frac{\partial g}{\partial x_i} \right|_{P^*} \sigma_i}{\left[\sum_{i=1}^n \left(-\left. \frac{\partial g}{\partial x_i} \right|_{P^*} \sigma_i \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}}} \quad (19)$$

式中: $\left. \frac{\partial g}{\partial x_i} \right|_{P^*}$ 为极限状态函数在设计验算点 P^* 处偏导数的值。

设 $g_i^* = g(x_1^*, x_2^*, \dots, x_i^* + h, \dots, x_n^*)$, $g_i = g(x_1^*, x_2^*, \dots, x_i^*, \dots, x_n^*)$, 由于 $g(\mathbf{X})$ 为隐函数, 根据式(18), 上式中偏导数 $\frac{\partial g}{\partial x_i^*}$ 采用差分近似计算为

$$\frac{\partial g}{\partial x_i^*} = \frac{g_i^* - g_i}{h} \quad (20)$$

设可靠度指标为 β , 根据其几何意义, 有

$$x_i^* = u_i + \beta \sigma_i \cos \theta_i \quad (21)$$

因为 P^* 为极限状态曲面上的一点, 故有

$$g(\mathbf{X}^*) = g(x_1^*, x_2^*, \dots, x_n^*)$$

$$\begin{aligned} &g(u_1 + \beta \sigma_1 \cos \theta_1, u_2 + \beta \sigma_2 \cos \theta_2, \dots, \\ &u_n + \beta \sigma_n \cos \theta_n) = g(\beta) = 0 \end{aligned} \quad (22)$$

由于 $g(\mathbf{X}^*)$ 没有显式表达式, β 无法直接从式(22)中解出, 在本文采用近似计算方法。将 $g(\beta)$ 在 β_0 处进行 Taylor 级数展开, 并取一次近似线性项^[4], 有

$$g(\beta) \approx g(\beta_0) + \frac{\partial g}{\partial \beta} (\beta - \beta_0) \approx 0 \quad (23)$$

式(23)中具有两项, 就第一项 $g(\beta_0)$ 而言, 对于一般的边坡工程, β_0 可从 2.0 左右开始, 根据式(21)可以算得相应的 $x_i^{(\beta_0)*}$, 根据隐函数可以求得相应的 $g(x_i^{(\beta_0)*}) = g(\beta_0)$ 。对于第二项 $\frac{\partial g}{\partial \beta} (\beta - \beta_0)$, 由于 $g(\beta)$ 没有显式函数形式, 关键在于 $\frac{\partial g}{\partial \beta}$ 。由式(21)和(22)的关系, 根据复合函数求导法则, 将 $\frac{\partial g}{\partial \beta}$ 在相应于 β_0 的点 $\mathbf{X} = \{x_1^{(\beta_0)*}, x_2^{(\beta_0)*}, \dots, x_i^{(\beta_0)*}, \dots, x_n^{(\beta_0)*}\}$ 求导^[4], 有

$$\begin{aligned} \frac{\partial g}{\partial \beta_0} &= \frac{\partial g}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial \beta_0} = \frac{\partial g}{\partial x_1^{(\beta_0)*}} \sigma_1 \cos \theta_1 + \\ &\frac{\partial g}{\partial x_2^{(\beta_0)*}} \sigma_2 \cos \theta_2 + \dots + \frac{\partial g}{\partial x_n^{(\beta_0)*}} \sigma_n \cos \theta_n = \end{aligned}$$

$$\sum_{i=1}^n \frac{\partial g}{\partial x_i^{(\beta)*}} \sigma_i \cos \theta_i \quad (24)$$

式中: $\frac{\partial g}{\partial x_i^{(\beta)*}}$ 为在 $\mathbf{X} = (x_1^{(\beta_0)*}, x_2^{(\beta_0)*}, \dots, x_i^{(\beta_0)*}, \dots, x_n^{(\beta_0)*})$ 点处的差分偏导数值, 可采用差分方法近似计算。

这样可以求得第一次迭代的可靠度指标 $\beta^{(1)}$ ^[4] 为

$$\beta^{(1)} = \beta^{(0)} - g(\beta_0) / \left(\frac{\partial g}{\partial \beta} \right) \quad (25)$$

然后将 $g(\beta)$ 重新在 $\beta^{(1)}$ 进行 Taylor 级数展开, 求得 $\beta^{(2)}$, 比较 $|\beta^{(1)} - \beta^{(2)}| \leq \varepsilon$ (ε 为求解精度, 预先设定的任意小正数)是否满足, 如果不满足, 则一直重复计算到满足精度要求为止, 此时 β 指标即为所求的可靠度指标。

因此在 Spencer 模式下, 边坡的稳定可靠度计算过程可以概括如下:

- (1) 确定边坡地质体变异性较大的物理力学参数 $\mathbf{X} = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$, 计算各随机参数的统计特征平均值 u_i 和均方差 σ_i ;
- (2) 确定初次验算点 $(x_1^*, x_2^*, \dots, x_n^*)$, 一般取相应随机变量各自的平均值(即均值点);
- (3) 取步长 $h_i = \Delta x_i^* = \alpha x_i^*$ (α 为步长系数), 按 Spencer 法的具体解题步骤(1)~(3), 求 $g_i = g(x_1^*, x_2^*, \dots, x_i^* + h, \dots, x_n^*)$ 和 $g_i^* = g(x_1^*, x_2^*, \dots, x_i^* + h, \dots, x_n^*)$;
- (4) 按式(20)求解近似偏导数 $\frac{\partial g}{\partial x_i^*}$, 按式(19)求

方向余弦 $\cos \theta_i$;

- (5) 取可靠度指标 β 为 2.0 左右, 采用步长为 $\Delta \beta = \alpha \beta$, 首先按式(21)求迭代点 $(x_1^{(\beta)*}, x_2^{(\beta)*}, \dots, x_n^{(\beta)*})$, 然后计算偏导数值 $\frac{\partial g}{\partial x_i^{(\beta)*}}$;

- (6) 按式(24)计算 $\frac{\partial g}{\partial \beta_0}$, 按式(25)展开, 反复计算直到 $|\beta^{(1+n)} - \beta^{(1)n}| \leq \varepsilon$, 得到第一轮可靠度指标 $\beta^{(1)n}$, 并由式(22)得到相应的验算点 $\mathbf{X}^{(1)*} = (x_1^{(1)*}, x_2^{(1)*}, \dots, x_n^{(1)*})$;

- (7) 置 $\mathbf{X}^{(1)*}$ 为初次验算点, 返回步骤(3)开始下一轮迭代, 直到 $|\beta^{(m)n} - \beta^{(m-1)n}| \leq \varepsilon_0$ (指标 $\beta^{(r)s}$ 中 r 为迭代轮数, s 为该轮收敛时的迭代次数, ε_0 为预先设定的精度), 则可得到最终的稳定可靠度和相应验算点。

4 算 例

4.1 工程概况及分析结果

娄底—上瑞高速公路连接线上的石埠塘斜坡由3层性质不同的岩体组成,地质钻孔勘探表明,其中存在一折线形的地质弱面,如图3所示,该弱面是潜在的滑面。各层岩体的物理力学参数及变异性见表1。

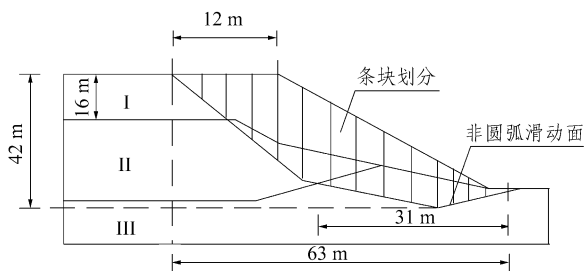


图3 边坡剖面图

Fig.3 Cross section of slope

表1 岩体物理力学参数及变异性

Table 1 Physico-mechanical parameters and variability of different rock strata

层号	c		φ		$f = \tan \varphi$		γ	
	u_c/kPa	σ_c	$u_\varphi/(\text{°})$	σ_φ	u_f	σ_f	$u_\gamma/(\text{kN} \cdot \text{m}^{-3})$	σ_γ
I	78.67	8.19	22.98	2.92	0.424	0.051	26.4	0.93
II	94.76	7.37	20.00	2.46	0.364	0.043	27.5	0.76
III	56.11	6.14	18.93	2.00	0.343	0.035	25.4	1.10

根据岩层的物理力学参数表可知,在岩层的力学参数中,黏聚力 c 和摩擦因数 f 的变异性相对较大,而容重的变异则较小,为了计算不致过于复杂,故不考虑容重 γ 的变异性,将其当作定量参数分析,把 $c_1, c_2, c_3, f_1, f_2, f_3$ 作为随机参数。为了方便起见,将其写为随机向量的形式 $\{c_1, c_2, c_3, f_1, f_2, f_3\} = \mathbf{X} = \{x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6\}$ 。则边坡的稳定极限状态方程为

$$Z = g(f_1, f_2, f_3, c_1, c_2, c_3) =$$

$$F(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6) - 1 = 0 \quad (26)$$

式中: $F = (x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6)$ 为用Spencer分析模式求解的安全系数表达式。 F 与各随机变量间的关系式不能明确表示,可根据Spencer计算模式的原理编程求解。将整个潜在的滑体划为14个条块。

首轮迭代计算从岩体强度参数的平均值开始,为 $\mathbf{X}_1^0 = \{78.67, 94.76, 56.11, 0.424, 0.364, 0.343\} = \{x_1^0, x_2^0, x_3^0, x_4^0, x_5^0, x_6^0\}$,按Spencer模式迭代计算,得其稳定性系数 $F_s = F(\mathbf{X}) = 1.21$,采用差分方法,在求偏导数时,取步长系数 $\alpha = 0.03$,设迭代收敛精度误差 $\varepsilon \leq 0.05$ 。经3轮迭代计算,得到最后收敛的稳定性指标为 $\beta = 2.423$ 。相应的验算点为 $\mathbf{X}^{(e)} = \{71.543, 98.236, 59.256, 0.401, 0.386, 0.308\}$ 。

4.2 误差比较

由于蒙特卡洛方法的准确性,其计算结果通常用来对新方法进行检验。采用该方法计算时,对基本任意抽样,每抽一组则按Spencer法的步骤(1)~(3)计算稳定性系数,当计算次数达到 1×10^6 万次时,开始计算稳定性系数小于1的次数占总的计算次数的百分比。然后每增加 1×10^4 次稳定性计算后,求1次百分比,直到前后两次百分比小于0.001。由于蒙特卡洛模拟法直接计算失稳概率,因此,其计算结果不存在 β 指标。本文方法与蒙特卡洛方法各自计算结果如表2所示。

表2 本文方法和蒙特卡洛方法计算值比较

Table 2 Comparison of calculation results between Monte Carlo and difference methods

计算方法	β	迭代次数	$P_f/10^{-2}$	误差
蒙特卡洛		110×10^4	2.273	准精确解
本文方法	2.422 7	78	2.134	6.11%

两者的绝对误差为

$$|2.134 - 2.273| \times 10^{-2} = 0.139 \times 10^{-2}$$

以蒙特卡洛方法的解为准精确解,其相对误差为

$$\left| \frac{2.134 - 2.273}{2.273} \right| \times 100\% = 6.11\%$$

可以看出,本文方法计算值与准精确值相当接近。而且在本例中,只进行了很少次数的迭代,计算量和计算时间都比蒙特卡洛法大大减少。

5 结 语

以Spencer平面模式为例,利用可靠度分析的验算点方法,将无法表达为结构基本随机参数多元显式函数的极限状态方程在形式上表达为单一的几

何可靠度指标的函数形式,然后把 Taylor 级数展开、差分求导和复合函数间接求导方法结合起来,推导了一种实用的可靠度指标求算迭代方法,为解决在大多数情况下边坡可靠度分析因无法建立显式状态方程,从而无法进行可靠度分析的问题提供了一种方法。但是本文的推导均基于平面问题,需要在此基础上,结合边坡稳定性分析方法的最新研究成果^[8~10],把该方法推广到三维模式,这是作者目前正在努力从事的研究。

参考文献(Reference):

- [1] 赵国藩. 工程结构可靠性理论及其应用[M]. 大连: 大连理工大学出版社, 1996.(Zhao Guofan. Reliability Theory of Engineering Structure and Its Application[M]. Dalian: Dalian University of Technology Press, 1996.(in Chinese))
- [2] 苏永华, 方祖烈, 高 谦. 用改进的响应面方法分析特殊地下岩体空间的稳定可靠性[J]. 岩石力学与工程学报, 2000, 19(1): 55 - 58.(Su Yonghua, Fang Zulie, Gao Qian. Reliability analysis of special underground rockmass space by response surface method[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2000, 19(1): 55 - 58.(in Chinese))
- [3] 苏永华, 赵明华, 刘晓明. 响应面方法在边坡稳定可靠度分析中的应用[J]. 岩石力学与工程学报, 2006(待刊).(Su Yonghua, Zhao Minghua, Liu Xiaoming. Application of response surface method to stability reliability analysis for slope[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2006(to be press).(in Chinese))
- [4] 张小庆, 康海贵, 王复明. 求解隐式功能函数可靠度的一种新方法[J]. 大连理工大学学报, 2003, 43(5): 650 - 653.(Zhang Xiaoqing, Kang Haigui, Wang Fuming. A new method for reliability problem without explicit performance function[J]. Journal of Dalian University of Technology, 2003, 43(5): 650 - 653.(in Chinese))
- [5] 刘 宁. 可靠度随机有限元法及其工程应用[M]. 北京: 中国水利水电出版社, 2001.(Liu Ning. Stochastic Finite Element of Reliability and Its Application to Engineering[M]. Beijing: China Water Power Press, 2001.(in Chinese))
- [6] 桂劲松, 康海贵. 结构可靠度分析的响应面法及其 Matlab 实现[J]. 计算力学学报, 2004, 21(6): 683 - 688.(Gui Jinsong, Kang Haigui. Response surface method for structural reliability analysis and its realization with Matlab[J]. Chinese Journal of Computational Mechanics, 2004, 21(6): 683 - 688.(in Chinese))
- [7] 贡金鑫, 仲伟秋, 赵国藩. 结构可靠指标的通用计算方法[J]. 计算力学学报, 2003, 20(1): 12 - 18.(Gong Jinxin, Zhong Weiqiu, Zhao Guofan. A general approach for computing structural reliability index[J]. Chinese Journal of Computational Mechanics, 2003, 20(1): 12 - 18.(in Chinese))
- [8] 张均锋, 王思莹, 祁 涛. 边坡稳定分析的三维 Spencer 法[J]. 岩石力学与工程学报, 2005, 24(19): 3 434 - 3 439.(Zhang Junfeng, Wang Siying, Qi Tao. Three-dimensional Spencer method for slope stability analysis[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2005, 24(19): 3 434 - 3 439.(in Chinese))
- [9] 张均锋, 丁 桦. 边坡稳定性分析的三维极限平衡法及应用[J]. 岩石力学与工程学报, 2005, 24(3): 365 - 370.(Zhang Junfeng, Ding Hua. Generalized 3D limit-equilibrium method for slope stability analysis and its application[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2005, 24(3): 365 - 370.(in Chinese))
- [10] 张均锋. 三维简化 Janbu 法分析边坡稳定性的扩展[J]. 岩石力学与工程学报, 2004, 23(17): 2 876 - 2 881.(Zhang Junfeng. Extension of three-dimensional simplified Janbu's method for slope stability analysis[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2004, 23(17): 2 876 - 2 881.(in Chinese))