

桩与滞回阻尼土相互作用时桩基扭转振动时域响应分析

胡昌斌^{1, 2}, 张涛²

(1. 东南大学 交通学院, 江苏 南京 210096; 2. 福州大学 土木工程学院, 福建 福州 350002)

摘要: 考虑桩土相互作用效应, 对均质滞回材料阻尼土中弹性支承桩顶扭转振动时域响应进行解析理论研究。首先建立桩与滞回阻尼土在谐和振动条件下的定解问题, 然后先对土层动力平衡方程进行求解并得到土体振动扭转角形式解, 接着依据平衡条件将该形式解耦合进桩身动力平衡方程, 并通过对桩动力平衡方程的求解, 最终得到桩顶扭转角和速度频率响应解析解和半正弦脉冲激励作用下桩顶速度时域响应的半解析解。通过与其他相关理论解的对比验证该解的正确性和适应性, 并对桩土相互作用时桩顶扭转振动时域特性进行分析, 重点探讨桩周土滞回阻尼、长径比、模量等常规参数对桩顶时域响应的影响, 得到若干结论。

关键词: 土力学; 桩土耦合作用; 时域; 扭转振动; 滞回阻尼

中图分类号: TU 473

文献标识码: A

文章编号: 1000 - 6915(2006)增 1 - 3190 - 08

TIME DOMAIN TORSIONAL RESPONSE OF DYNAMICALLY LOADED PILE IN HYSTERETIC TYPE DAMPING SOIL LAYER

HU Changbin^{1, 2}, ZHANG Tao²

(1. School of Communication and Transportation, Southeast University, Nanjing, Jiangsu 210096, China;
2. College of Civil Engineering, Fuzhou University, Fuzhou, Fujian 350002, China)

Abstract: Considering soil-pile interaction, the dynamic torsional response of a pile in time domain is investigated theoretically. The pile is assumed vertical and with elastic bottom boundaries and the soil is considered as visco-elastic layer with hysteretic type damping. The soil layer alone is solved first and its vibration torsional angle solution with undecided constants is used in the analysis of pile response. Then by solving dynamic equilibrium equation of pile, the pile response to a harmonic load is obtained in a closed form and a semi-analytical solution of the velocity response of pile subjected to a semi-sine wave exciting torsional couple is also given. In comparison with other theories, the correctness and applicability of the theoretical solutions presented herein are verified. Based on the solution, a parametric study is conducted to determine the main features of dynamic response of pile in time domain, and the special influence of hysteretic type damping of soil layer, slenderness ratio, soil modulus are also discussed here.

Key words: soil mechanics; pile-soil interaction; time domain; torsional vibration; hysteretic damping

1 引言

桩基振动理论是动力荷载作用下桩基础设计以

及各种动力试桩方法的理论基础。近年来, 桩基动力瞬态时域响应以其普遍的适应性成为桩振动理论研究的一个新趋势^[1~10]。学者们分别采用解析法、半解析半数值解法、数值法^[1~15]对桩基时域振动理

收稿日期: 2005 - 09 - 28; **修回日期:** 2005 - 11 - 27

基金项目: 福建省自然科学基金资助项目(E0410017); 福州大学科技发展基金项目(2004 - XQ - 20); 福州大学人才基金项目(XJY - 0410)

作者简介: 胡昌斌(1974 -), 男, 1995 年毕业于长安大学公路系公路与城市道路专业, 现任副教授, 主要从事土动力学和道路工程方面的教学与研究工作。E-mail: huchb@sohu.com

论进行了具体研究。

由于桩土耦合作用机制和土工程性质的复杂性，在桩基振动解析方法研究中，学者们往往采用简化的土计算模型或假定来研究桩基振动问题，其中有代表性的工作有：G. Militano和R. K. N. D. Rajapakse^[2]依据平面应变假定对多层土中桩的纵向和扭转振动特性进行的理论研究。一些学者^[4~7]依据Winkler假定分别对成层土、变阻抗桩、缺陷桩的振动响应进行了解析理论研究等。

但应该看到，这些简化的模型忽略了土层层间联系和土层内部竖向应力梯度的变化，无法考虑桩与三维土层的动力耦合作用，波只能水平向传播。因而一般很难准确反映桩土体系的实际振动特性，特别是不能很好反映桩周土的三维波动效应，在应用时带来误差^[8]。相比之下，将桩周土视为三维连续介质，进而考虑桩土的动力相互作用效应，研究桩土耦合作用条件下的桩基时域振动理论，与常规土参数建立明确联系，理论上明显更严格，也更具适用性。

桩基扭转振动是桩基抗震、防震设计理论研究的一个重要方面，而且研究表明，利用桩身扭转波的传播特性进行桩基质量动力检测，对于当前以纵波理论为基础的桩基检测有很好补充判别作用^[6]，但此方面研究还不充分。因此，作为理论研究的进一步延续和深入，本文对三维黏弹性“滞回材料阻尼”土层中，考虑桩土相互作用的、任意激振扭矩作用下，弹性支承桩与土耦合扭转振动桩顶时域响应进行解析理论研究和重点讨论分析。

2 基本假定及定解问题

2.1 计算简图及假设条件

先考虑桩顶在受谐和激振扭矩作用时，弹性支承桩与均质各向同性滞回阻尼土层耦合扭转振动问题。计算简图及坐标规定如图1~3所示，桩长为 H ，桩顶作用有谐和激振扭矩 $me^{i\omega t}$ ， m 为激振扭矩幅值， ω 为激振扭矩圆频率，桩底土对桩的作用简化为线性弹簧 k_b ，其值可采用根据弹性半空间理论推导出的桩端土的扭转刚度系数表达式。桩身材料密度为 ρ_p ，桩身扭转波速为 V_p ，极惯性矩 J_p ，桩截面半径为 r_0 。土的剪切模量为 G_s ，土层密度为 ρ_s ，厚度为 H ，土层底部为弹性支承，并简化为Winkler线性分布式弹簧，其分布式弹簧常数为 k_ϕ 。

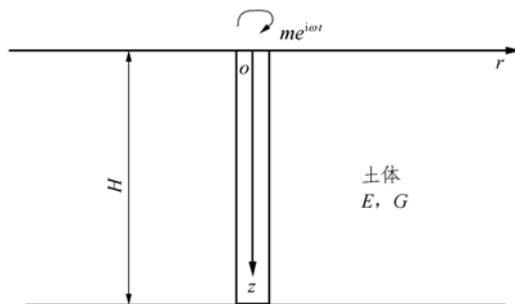


图1 扭转振动的桩土系统

Fig.1 Soil-pile system of torsional vibration

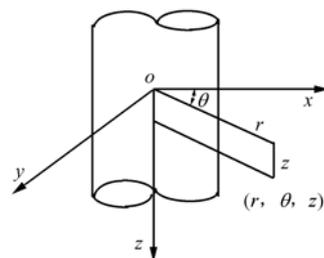


图2 桩土相互作用系统计算坐标系

Fig.2 Coordinate system of soil-pile interaction

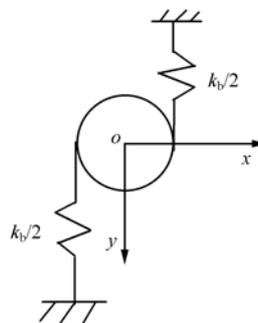


图3 扭转振动时桩端土对桩端的作用模型

Fig.3 Dynamic mechanical model of soil layer under bottom

假设下列条件成立：

- (1) 桩周土为均质、各向同性、线性黏弹性体，土层底部为弹性支承边界；
- (2) 土体材料阻尼为振频无关的滞回阻尼；
- (3) 土层上表面为自由边界，无正应力、剪应力；
- (4) 桩土体系扭转振动时，桩周土水平径向位移可忽略；
- (5) 桩为弹性、竖直、圆形均匀截面桩；
- (6) 桩土系统振动为小变形，桩与周围土体完全连续接触，即桩土接触界面两侧位移、力连续。

2.2 定解问题的建立

在动力荷载作用下的桩基动力响应问题实际上

是一个桩土间的动力相互作用问题，其谐和振动条件下的定解问题应从下面 4 个方面建立：(1) 土体的动力平衡条件；(2) 桩身的动力平衡条件；(3) 土体与桩的连接条件，包括在接触面上桩身和土体位移的相容协调条件、接触面上力的平衡条件；(4) 桩、土体的外部边界条件。以下依次建立。令土层中任一点沿 θ 方向的位移为 $w_\theta(r, z, t)$ ，可建立轴对称黏弹性土层谐和扭转振动的平衡方程：

$$(G_s + iG'_s) \frac{\partial^2}{\partial z^2} w_\theta(r, z, t) + (G_s + iG'_s) \cdot \left(\frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} - \frac{1}{r^2} \right) w_\theta(r, z, t) = \rho_s \frac{\partial^2}{\partial t^2} w_\theta(r, z, t) \quad (1)$$

式中： G_s 为土体的剪切模量， G'_s 为与土体剪切模量相关的黏性系数， $i = \sqrt{-1}$ ， ρ_s 为土体的密度。

谐和振动时 $w_\theta(r, z, t)$ 表示为

$$w_\theta(r, z, t) = u_\theta(r, z) e^{i\omega t} \quad (2)$$

式中： $u_\theta = u_\theta(r, z)$ 为土层沿 θ 方向扭转振动位移的振幅，式(1)可简化为

$$\frac{\partial^2 u_\theta}{\partial z^2} \left(\frac{\partial^2 u_\theta}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial u_\theta}{\partial r} - \frac{u_\theta}{r^2} \right) = - \frac{1}{(1 + iD_s)} \left(\frac{\omega}{V_s} \right)^2 u_\theta \quad (3)$$

式中： $D_s = G'_s / G_s$ 为与土剪应变相关的滞回阻尼比，它与振频无关； ω 为激振频率； V_s 为土介质剪切波速

令 $\theta(z)$ 为桩身单元扭转角振幅，取桩身微元体作动力平衡分析，可得桩扭转振动基本方程：

$$\rho_p \frac{\partial^2}{\partial t^2} [\theta(z) e^{i\omega t}] - G_p \frac{\partial^2}{\partial z^2} [\theta(z) e^{i\omega t}] - \frac{4}{r_0^2} f(z) = 0 \quad (4)$$

式中： $f(z)$ 为桩土交界面处土对桩身的接触剪应力。

土体与桩在接触界面处 ($r = r_0$ 处) 力的平衡条件和位移协调条件可分别表示为

$$f(z) = -p(z) = G_s (1 + iD_s) \left(\frac{\partial}{\partial r} - \frac{1}{r} \right) u_\theta(r, z) \Big|_{r=r_0} e^{i\omega t} \quad (5)$$

$$u_\theta(r, z) \Big|_{r=r_0} = r_0 \theta(z) \quad (6)$$

式中： $p(z)$ 为接触面处桩沿侧壁对土层的反作用力。

土层外部边界条件：

(1) 土层上边界及底部条件为

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial}{\partial z} u_\theta(r, z) \Big|_{z=0} &= 0 \\ \left(\frac{k_\phi}{G_s} u_\theta + \frac{\partial u_\theta}{\partial z} \right) \Big|_{z=H} &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

(2) 水平无限远处：土体应力、位移趋近于 0。桩的外部边界条件：

$$\left. \begin{aligned} G_p J_p \frac{\partial \theta}{\partial z} \Big|_{z=0} &= -m \\ \left(G_p J_p \frac{\partial \theta}{\partial z} + k_b r_0 \theta \right) \Big|_{z=H} &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

式中： J_p 为桩身截面的极惯性矩， $J_p = \pi r_0^4 / 2$ ； m 为桩顶激振扭矩幅值。

由土层及桩身振动的基本动力方程式(3)、(4)结合定解条件(式(5)~(8))就构成了谐和振动时桩、土系统耦合振动的定解问题。

3 定解问题求解

3.1 土层振动问题求解

首先采用分离变量法，令 $u_\theta = R(r)Z(z)$ 并代入式(3)可得

$$\frac{1}{Z} \frac{\partial^2 Z}{\partial z^2} + \left(\frac{\partial^2 R}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial R}{\partial r} - \frac{R}{r^2} \right) \frac{1}{R} = - \frac{1}{(1 + iD_s)} \left(\frac{\omega}{V_s} \right)^2 \quad (9)$$

式(9)可以分解为两个常微分方程：

$$\frac{d^2 Z}{dz^2} + h^2 Z = 0 \quad (10)$$

$$\frac{d^2 R}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{dR}{dr} - \left(\frac{1}{r^2} + q^2 \right) R = 0 \quad (11)$$

常数 h, q 满足以下方程：

$$q^2 = h^2 - \frac{1}{(1 + iD_s)} \frac{\omega^2}{V_s^2} \quad (12)$$

式(10)、(11)的解为

$$Z(z) = C \sin(hz) + D \cos(hz) \quad (13)$$

$$R(r) = AK_1(qr) + BI_1(qr) \quad (14)$$

式中： $I_1(qr)$ ， $K_1(qr)$ 分别为一阶第 1 类、第 2 类虚宗量贝塞尔函数； A, B, C, D 均为由边界条件决定的积分常数。

由土层边界条件(2)可知 $B = 0$ ，由土层边界条件(1)可得 $C = 0$ 以及下式：

$$\tan(Hh) = \frac{K}{Hh} \quad (15)$$

式中： K 为土层底部扭转支承刚度量纲一的参数，且 $K = Hk_\phi / G_s$ 。式(15)是一超越方程，分法编程求解此方程可以得到 Hh_n 和 h_n 的值。至此，土层扭转振动角位移幅值 u_θ 形式解如下：

$$u_\theta = \sum_{n=1}^{\infty} A_n K_1(q_n r) \cos(h_n z) \quad (16)$$

式中： A_n 为一系列待定常数，反映桩土耦合振动特性； q_n 为当 $h = h_n$ 时，由式(12)计算得到的一组参数，即 $q_n = q|_{h=h_n}$ 。由式(5)，(16)，桩周土对桩身的侧壁剪切应力幅值 $\sigma_{r\theta}$ 可进一步表示为

$$\sigma_{r\theta} = -G_s(1 + iD_s) \cdot \sum_{n=1}^{\infty} A_n \cos(h_n z) \left[q_n K_2(q_n r_0) + \frac{1}{r} K_1(q_n r_0) \right] \quad (17)$$

式中： $K_2(q_n r_0)$ 为二阶第 2 类虚宗贝塞尔函数。

3.2 桩扭转振动问题求解

将式(17)代入桩身动力平衡方程，简化可得

$$\frac{\partial^2 \theta(z)}{\partial z^2} + \frac{\omega^2}{V_p^2} \theta(z) - \frac{4G_s}{r_0^2 G_p} (1 + iD_s) \cdot \sum_{n=1}^{\infty} A_n \cos(h_n z) \left[q_n K_2(q_n r_0) + \frac{1}{r_0} K_1(q_n r_0) \right] = 0 \quad (18)$$

则式(18)的解可写为

$$\theta(z) = D_1' \cos\left(\frac{\omega}{V_p} z\right) + D_2' \sin\left(\frac{\omega}{V_p} z\right) + \sum_{n=1}^{\infty} C_n \cos(h_n z) \quad (19)$$

式中： $D_1' \cos\left(\frac{\omega}{V_p} z\right)$ ， $D_2' \sin\left(\frac{\omega}{V_p} z\right)$ 为式(18)的通解；

$\sum_{n=1}^{\infty} C_n \cos(h_n z)$ 为该方程的特解。通解中的 D_1' ， D_2' 均

为可由边界条件确定的常数，特解中的 C_n 为待定系数。将特解表达式代入式(18)，化简后可得

$$C_n = -\frac{4V_p^2 G_s}{(V_p^2 h_n^2 - \omega^2) r_0^2 G_p} (1 + iD_s) \cdot A_n \left[q_n K_2(q_n r_0) + \frac{1}{r_0} K_1(q_n r_0) \right] \quad (20)$$

由桩与土接触界面两侧位移连续协调条件和式(16)和(19)，进一步化简可得

$$D_1 \cos\left(\frac{\omega}{V_p} z\right) + D_2 \sin\left(\frac{\omega}{V_p} z\right) = \sum_{n=1}^{\infty} \phi_n A_n \cos(h_n z) \quad (21)$$

其中，

$$\left. \begin{aligned} D_1 &= r_0 D_1' \\ D_2 &= r_0 D_2' \end{aligned} \right\} \quad (22)$$

$$\phi_n = K_1(q_n r_0) +$$

$$\frac{4V_p^2 G_s (1 + iD_s) [q_n r_0 K_2(q_n r_0) + K_1(q_n r_0)]}{r_0^2 G_p (V_p^2 h_n^2 - \omega^2)} \quad (23)$$

根据固有函数系 $\cos(h_n z)$ 的正交性，得

$$\left. \begin{aligned} \int_0^H \cos(h_n z) \cos(h_m z) dz &= 0 \quad (m \neq n) \\ \int_0^H \cos(h_n z) \cos(h_n z) dz &\neq 0 \quad (m = n) \end{aligned} \right\} \quad (24)$$

并令

$$L_n = \int_0^H \cos^2(h_n z) dz \quad (25)$$

$$N = D_1 \cos\left(\frac{\lambda}{V_p} z\right) + D_2 \sin\left(\frac{\lambda}{V_p} z\right) \quad (26)$$

在式(21)两端同乘以 $\cos(h_k z)$ ，然后在 $[0, H]$ 上积分可得系数 A_n 的表达式：

$$A_n = \frac{1}{\phi_n L_n} \int_0^H N \cos(h_n z) dz \quad (27)$$

由积分式(27)可得 A_n 的具体表达式。至此，即可得到谐和振动条件下桩顶扭转角振幅表达式：

$$\Theta = \frac{D_1}{r_0} \left[\cos\left(\frac{\lambda}{V_p} z\right) + \sum_{n=1}^{\infty} \gamma_n' \cos(h_n z) \right] + \frac{D_2}{r_0} \left[\sin\left(\frac{\lambda}{V_p} z\right) - \sum_{n=1}^{\infty} \gamma_n'' \cos(h_n z) \right] \quad (28)$$

其中，

$$\gamma_n' = \gamma_n \left\{ \left(\frac{1}{\omega/V_p + h_n} \right) \sin\left[\left(\frac{\omega}{V_p} + h_n\right)H\right] + \left(\frac{1}{\omega/V_p - h_n} \right) \sin\left[\left(\frac{\omega}{V_p} - h_n\right)H\right] \right\} \quad (29)$$

$$\gamma_n'' = \gamma_n \left\{ \left(\frac{1}{\omega/V_p + h_n} \right) \left[\cos\left[\left(\frac{\omega}{V_p} + h_n\right)H\right] - 1 \right] + \right.$$

$$\left(\frac{1}{\omega/V_p - h_n} \right) \left\{ \cos \left[\left(\frac{\omega}{V_p} - h_n \right) H \right] - 1 \right\} \quad (30)$$

$$\gamma_n = - \left[\frac{2\bar{\rho}(1 + iD_s)[\bar{q}_n \bar{r}_0 K_2(\bar{q}_n \bar{r}_0) + K_1(\bar{q}_n \bar{r}_0)] \bar{v}^2}{\bar{r}_0^2 (\bar{h}_n^2 - \zeta^2) \phi_n L_n} \right] \quad (31)$$

式中: $\bar{\rho} = \rho_s / \rho_p$, $\bar{v} = V_s / V_p$, $T_c = H / V_p$, $\bar{h}_n = H h_n$, $\bar{r}_0 = r_0 / H$, $\bar{q}_n = q_n H$, $\zeta = \omega T_c$ 。

令 $R = k_p H / (G_p J_p)$, 由桩的边界条件确定待定常数 D_1 和 D_2 , 即可解得桩顶扭转角频率响应函数:

$$H_u(\omega) = \frac{\theta}{m(t)} = - \frac{H}{G_p J_p \theta} \left[(D_1 / D_2) \left(1 + \sum_{n=1}^{\infty} \gamma'_n \right) - \sum_{n=1}^{\infty} \gamma''_n \right] \quad (32)$$

$$\frac{D_1}{D_2} = \frac{\gamma''_n \bar{h}_n \sin \bar{h}_n + \zeta \cos \zeta + R \left[\sin \zeta - \sum_{n=1}^{\infty} \gamma''_n \cos \bar{h}_n \right]}{\gamma'_n \bar{h}_n \sin \bar{h}_n + \zeta \sin \zeta - R \left[\cos \zeta - \sum_{n=1}^{\infty} \gamma'_n \cos \bar{h}_n \right]} \quad (33)$$

求得桩顶扭转角速度频率响应(导纳)函数:

$$H_v(\omega) = i\omega H_u(\omega) = (1 / \rho_p V_p G_p) H'_v \quad (34)$$

$$H'_v = -i \left[(D_1 / D_2) \left(1 + \sum_{n=1}^{\infty} \gamma'_n \right) - \sum_{n=1}^{\infty} \gamma''_n \right] \quad (35)$$

根据傅里叶变换的性质, 由式(34)可得单位脉冲激励的时域速度响应。不过值得注意的是, 就试验依据而言, 滞回阻尼比为常数的假定在正频时合理, 而傅里叶变换要求将频域本构方程延括到负频, 而这一延括必须符合傅里叶积分变换的基本性质, 即任意时间过程的傅里叶谱的实部为 ω 的偶函数, 而虚部为 ω 的奇函数。简单地将滞回阻尼比为常数的假定延括到 $\omega \in (-\infty, 0)$, 显然与这一变换的基本性质相左, 将复模量中虚部如 iD_s 部分修正为 $iD_s \operatorname{sgn} \omega$, $\omega \in (-\infty, \infty)$, 即可合理地实现这一延括, 既符合观测试验结果又满足这一数学变换的要求, 式中 $\operatorname{sgn} \omega$ 为符号函数^[14]:

$$\operatorname{sgn} \omega = \begin{cases} 1 & (\omega > 0) \\ 0 & (\omega = 0) \\ -1 & (\omega < 0) \end{cases} \quad (36)$$

通过以上处理, 即可得到单位脉冲激励作用下的时域速度响应:

$$h(t) = IFT[H_v(i\omega)] = \frac{-1}{2\pi}$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{i}{T_c \rho_p J_p V_p} \left[(D_1 / D_2) \left(1 + \sum_{n=1}^{\infty} \gamma'_n \right) - \sum_{n=1}^{\infty} \gamma''_n \right] e^{i\zeta t'} d\theta \quad (37)$$

式中: $t' = t / T_c$ 为量纲一时间。由卷积定理知, 在任意激振扭矩 $m(t)$ 作用下 ($M(i\omega)$ 为 $m(t)$ 的傅里叶变换), 桩顶时域速度响应为

$$g(t) = f(t)h(t) = IFT[F(i\omega)H(i\omega)] \quad (38)$$

式中: T 为脉冲宽度。当桩顶受到半正弦脉冲激励时, 即 $m(t) = M_{\max} \sin \frac{\pi}{T} t$, $t \in (0, T)$ 。由式(35)可求得半正弦脉冲激励作用下桩顶扭转角速度时域响应为

$$g(t) = M_{\max} IFT \left[- \frac{1}{\rho_p J_p V_p} H'_v \frac{\pi T}{\pi^2 - T^2 \omega^2} (e^{-i\omega t} + 1) \right] = - \frac{M_{\max} V'_v}{\rho_p J_p V_p} \quad (39)$$

式中: V'_v 为量纲一的桩顶扭转角速度时域响应, 其值为

$$V'_v = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \left[H'_v \frac{\pi T'}{\pi^2 - T'^2 \zeta^2} (1 + e^{-i\zeta T'}) \right] e^{i\zeta T'} d\zeta \quad (40)$$

式中: $T' = T / T_c$ 为量纲一的脉冲宽度因子。

3.3 对本文理论解的讨论分析

为校验所得解, 将本文解与已有的国外数值解^[14~15]进行了对比。表 1 为本文解与 R. K. N. D. Rajapakse 和 A. H. Shah^[14]摩擦桩频域解量纲一阻抗函数的对比, $\kappa_{\phi\phi}$ 为桩顶扭转复刚度, 且 $\kappa_{\phi\phi} = 3T_0 / 16G_s r_0^3 \phi_0$, 其中 T_0 为桩顶激振扭矩, ϕ_0 为桩顶扭转角。本文理论解与 W. M. Liu 和 M. Novak^[15]采用有限元结合格林函数求解的端承桩桩顶复刚度频域数值解在 α_H 为 $[0, 1]$ ($\alpha_H = \omega r / V_s$) 之间的频域范围的对比见图 4, 计算模型中, $H / r_0 = 10$, $\rho_s / \rho_p = 1$, 土的滞回材料阻尼比为 0.02。

表 1 本文理论解与 Rajapakse 解量纲一的阻抗函数的对比

Table 1 Comparison of impedance function between analytical solution and Rajapakse solution

a_0	Rajapakse and Shah 解	平面应变解	本文理论解
0.00	(8.28, 0.00)	(7.26, 0.00)	(8.50, 0.00)
0.25	(8.05, 0.19)	(7.25, 0.64)	(8.35, 0.08)
0.50	(7.73, 0.65)	(7.22, 1.29)	(8.08, 0.41)
0.75	(7.45, 1.27)	(7.19, 1.95)	(7.85, 0.87)
1.00	(7.21, 1.96)	(7.14, 2.62)	(7.63, 1.39)
1.25	(7.03, 2.69)	(7.09, 3.30)	(7.44, 1.97)
1.50	(6.89, 3.45)	(7.04, 3.99)	(7.24, 2.54)
1.75	(6.79, 4.21)	(6.89, 4.67)	(7.02, 3.16)
2.00	(6.72, 4.94)	(6.74, 5.34)	(6.81, 3.78)

$a_0 = \omega r_0 / V_s H / r_0 = 10$, $\rho_s / \rho_p = 1$, $G_p / G_s = 100$

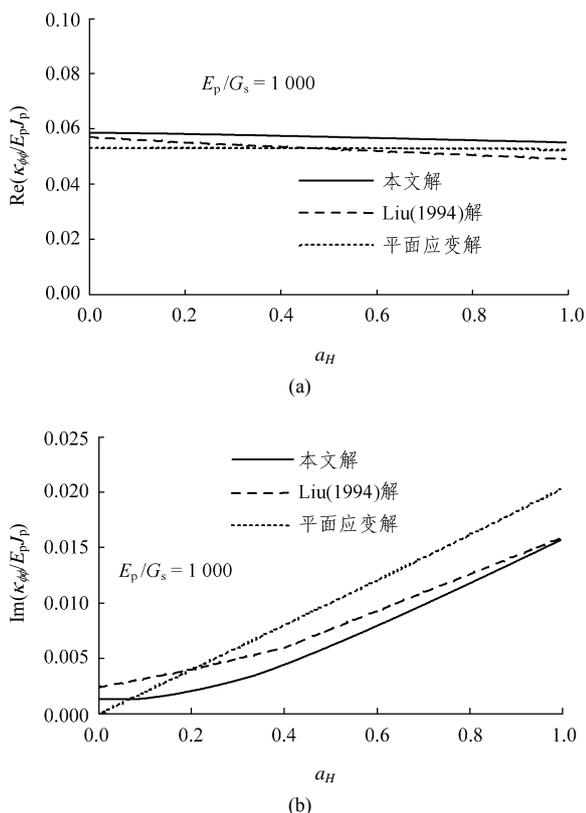


图4 不同理论解端承桩桩顶复阻抗对比分析
Fig.4 Variation of reflective wave with density of soil for different theoretical solutions

由对比可知:

(1) 本文解与各数值理论解符合得很好,且本文解计算量小,繁杂程度低,可计算频域响应也可计算时域响应,更具操作性。

(2) 由图4可知,当桩相对刚度很大时,低频段桩顶刚度基本与振频无关,近似为常数。且阻尼部分低频部分存在平缓段,反映了土层的影响,而平面应变模型不能反映此现象。

(3) 本文解与常规桩土参数建立了明确联系,相比基于平面应变假设的理论解,桩顶响应解析表达考虑因素更为全面,能更好地考虑弹性波向外辐射产生的几何阻尼及材料阻尼。

4 桩顶扭转振动时域响应分析

基于本文解即可进行全面的桩土体系动力特性分析,以下就桩土各常规参数对桩顶时域振动响应的影晌进行分析,具体见图5~9,图中横坐标变量为量纲一的时间因子 $t'(t' = t/T_c)$,纵坐标为速度时域响应量纲一的参数 V'_v 。

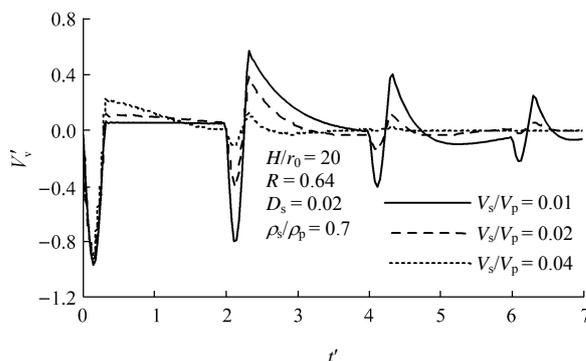


图5 波速比对桩顶反射波曲线的影响
Fig.5 Variation of reflective wave with wave velocity ratio

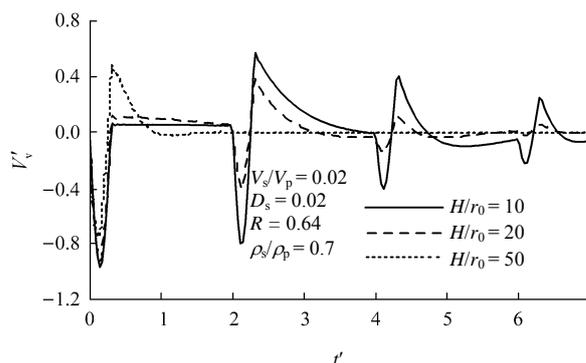


图6 长径比对桩顶反射波曲线的影响
Fig.6 Variation of reflective wave with slenderness ratio

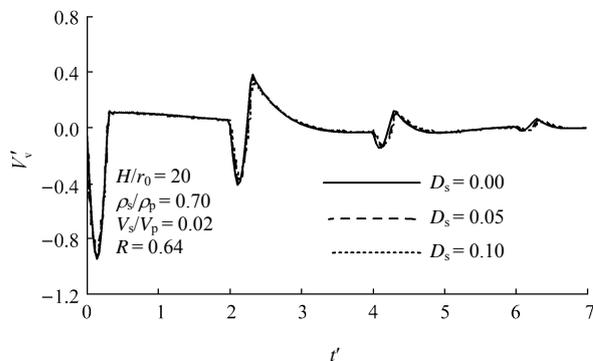


图7 土层滞回阻尼对桩顶反射波曲线的影响
Fig.7 Influence of soil material damping on reflective wave

图5,6反映了波速比、长径比对反射波曲线的影响。由图5,6可知,桩顶反射波幅值及波形受长径比以及桩周土模量显著影响,由于这两种指标直接控制着桩周土材料阻尼及辐射阻尼的大小,随着长径比和波速比的增加,桩周土阻抗作用增大,反射波曲线上桩尖反射信号幅值越来越小,信号趋于不明显,且初始入射波与桩尖第1次反射波之间的波形上抬。而长径比和波速比很小时,桩周土产生的阻抗很小,桩顶反射幅值则很大,且桩底反射结束时的波形上抬程度加大。由图5,6亦可知,桩

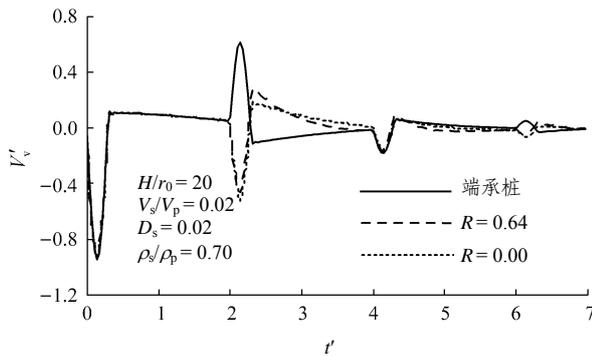


图 8 桩底刚度对桩顶反射波曲线的影响

Fig.8 Influence of stiffness factor at pile bottom on reflective wave

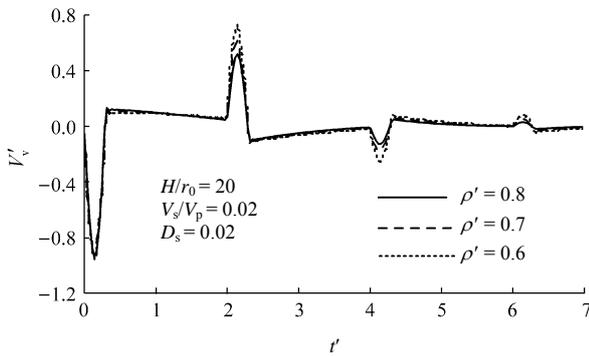


图 9 土层密度对桩顶反射波曲线的影响

Fig.9 Influence of density of soil on reflective wave

顶多次反射呈明显的衰减趋势，这主要是由于反射波在多次振荡的过程中，能量不断耗散的结果。

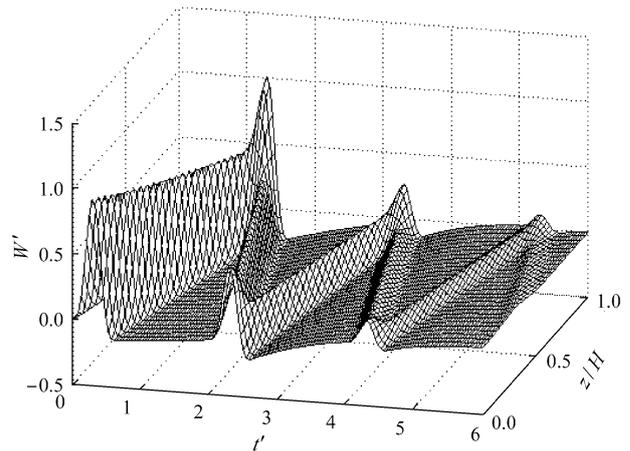
图 7 反映了土层滞回阻尼对桩顶反射波曲线的影响。由图 7 可知，土层滞回材料阻尼(在正常取值范围内)对桩顶反射波曲线基本不产生影响。

图 8 反映了桩底支承刚度因子对反射波曲线的影响，桩底支承刚度的变化只影响桩底特征反映信号的形状特征。由图 8 可知，随着桩底土刚度增大，桩底反射由与入射脉冲相同的反射波逐渐过渡为反向的反射波。

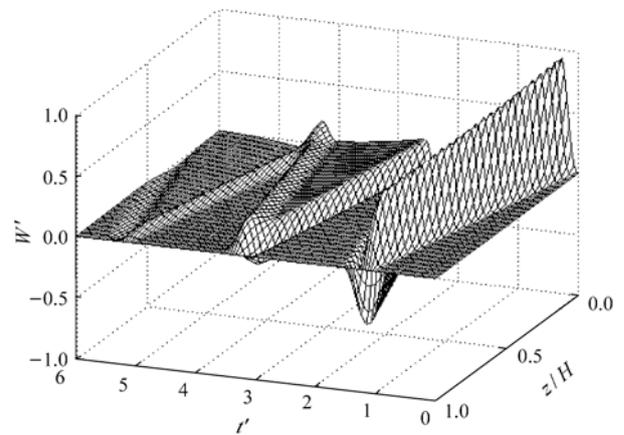
图 9 反映了土层密度对端承桩反射波曲线的影响。由图 9 可知，桩周土层密度对桩底反射信号幅值有一定的影响，而对入射脉冲幅值没有影响(与波速比、长径比的影响特性不同)，桩周土层密度越大，桩底历次反射的峰值也随之减小，这主要是由于惯性作用，桩周动力阻抗作用随土密度增大而增大的缘由所致。

5 桩身扭转振动响应完全时程图

图 10 为依据本文解计算的桩身速度完全时程



(a) 摩擦桩桩身速度完全时程曲线前视图



(b) 端承桩桩身速度完全时程曲线后视图

图 10 桩身速度完全时程曲线图

Fig.10 Time histories of non-dimension velocity along pile length

曲线图，图中 W' 与前面 V'_v 意义相同，图中 $V_s/V_p = 0.02$ ， $H/r_0 = 20$ ， $\rho' = 0.7$ ， $d_s = 0.02$ ，图 10(a) 桩底为弹性支承。由图 10(a)可知，在桩底弹性支承条件下，桩底反射波存在同相叠加现象。图 10(b)中桩底支承是基岩。由图 10(b)可知，在端承桩情况下，桩底处的反射波速度反向叠加，而且可以看到由于传播时的能量耗散，波幅在传递过程中逐渐衰减。

6 结 语

(1) 本文从三维轴对称土模型出发，考虑桩土耦合作用，对单层滞回阻尼土中弹性支承桩桩顶扭转振动时域响应进行解析求解，推导求得桩顶位移、速度频域响应理论解和半正弦脉冲激励作用下桩顶速度时域响应半解析解，为桩基振动理论研究、桩基抗震防震设计以及桩基动测等工作提供了新的

理论支持。

(2) 对比发现, 本文解与其他数值解符合得很好, 且较完整地建立了桩顶响应与桩土常规参数的明确关系, 能较好地考虑弹性波向外辐射产生的几何阻尼及材料阻尼, 可方便地计算桩顶频域以及时域响应, 计算量小、繁杂程度低, 更具适用性。

(3) 分析表明, 桩顶扭转反射波曲线中桩顶特征反射信号幅值受长径比和波速比影响。随着长径比或波速比的增加, 反射波曲线上桩尖反射信号幅值越来越小。桩底支承刚度的变化只影响桩顶特征反射信号的形状特征, 对信号幅值基本不影响, 土层滞回材料阻尼(在正常取值范围内)对反射波曲线影响很小。桩周土层密度影响桩顶反射信号幅值, 而对入射脉冲幅值没有影响, 而波速比、长径比对此幅值则有影响。

(4) 由桩基扭转振动全时程分析图看出, 桩底弹性支承条件下, 桩底的反射波存在同相叠加现象。而在端承桩情况下桩底处的反射波反向叠加, 而且可以看到由于传播时的能量耗散, 波幅在传递过程中逐渐衰减。

参考文献(References):

- [1] Chang D W, Yeh S H. Time-domain wave equation analyses of single piles utilizing transformed radiation damping[J]. Soils and Foundations, JGS, 1999, 39(2): 31 - 44.
- [2] Militano G, Rajapakse R K N D. Dynamic response of a pile in a multi-layered soil to transient torsional and axial loading[J]. Geotechnique, 1999, 49(1): 91 - 109.
- [3] Zeng X, Rajapakse R K N D. Dynamic axial load transfer from elastic bar to poroelastic medium[J]. Journal of Engineering Mechanics, ASCE, 1999, 125(9): 1 048 - 1 055.
- [4] 王 腾, 王奎华, 谢康和. 任意段变截面桩纵向振动的半解析解及应用[J]. 岩土工程学报, 2000, 22(6): 654 - 658.(Wang Teng, Wang Kuihua, Xie Kanghe. A quasi-analytical solution to longitudinal vibration of pile with variable sections and its application[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2000, 22(6): 654 - 658.(in Chinese))
- [5] 王 腾, 王奎华, 谢康和. 变截面桩速度导纳的解析解[J]. 岩石力学与工程学报, 2002, 21(4): 573 - 576.(Wang Teng, Wang Kuihua, Xie Kanghe. Analytical solution on velocity mobility of a pile with variable sections[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2002, 21(4): 573 - 576.(in Chinese))
- [6] 刘东甲, 刘煜洲, 王杰英. 扭转波应用于低应变动力测桩的理论研究[J]. 岩土工程学报, 2003, 25(3): 283 - 287.(Liu Dongjia, Liu Yuzhou, Wang Jieying. Theoretical study on torsional wave applied in low strain dynamic testing of piles[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2003, 25(3): 283 - 287.(in Chinese))
- [7] 刘东甲, 刘煜洲, 王杰英. 单缺陷桩反射波法动测曲线峰-峰点反演的精度研究[J]. 岩石力学与工程学报, 2003, 22(8): 1 383 - 1 389.(Liu Dongjia, Liu Yuzhou, Wang Jieying. Study on peak-peak precision inversion for reflected wave testing curves of single defect piles[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2003, 22(8): 1 383 - 1 389.(in Chinese))
- [8] 胡昌斌, 王奎华, 谢康和. 基于平面应变假定基桩振动理论适用性研究[J]. 岩土工程学报, 2003, 25(5): 595 - 601.(Hu Changbin, Wang Kuihua, Xie Kanghe. Study on theories of axial response of dynamically loaded single piles based on plane strain assumption[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2003, 25(5): 595 - 601.(in Chinese))
- [9] 胡昌斌, 王奎华, 谢康和. 桩与黏性阻尼土耦合纵向振动时桩顶时域响应研究[J]. 振动工程学报, 2004, 17(1): 72 - 77.(Hu Changbin, Wang Kuihua, Xie Kanghe. Time domain axial response of dynamically loaded pile in viscous damping soil layer[J]. Journal of Vibration Engineering, 2004, 17(1): 72 - 77.(in Chinese)).
- [10] 胡昌斌, 王奎华, 谢康和. 考虑桩土相互作用效应的桩顶纵向振动时域响应分析[J]. 计算力学学报, 2004, 21(4): 392 - 399.(Hu Changbin, Wang Kuihua, Xie Kanghe. Time domain analysis of vertical dynamic response of a pile considering the effect of pile-soil interaction[J]. Chinese Journal of Computational Mechanics, 2004, 21(4): 392 - 399.(in Chinese))
- [11] Novak M, Nogami T, Aboul-Ella F. Dynamic soil reactions for plane strain case[J]. Journal of the Engineering Mechanics Division, ASCE, 1978; 104(4): 953 - 959.
- [12] Novak M, Howell J F. Dynamic response of pile foundation in torsion vibration[J]. Journal of Geotechnical Engineering, ASCE, 1977, 103(2): 271 - 285.
- [13] 廖振鹏. 工程波动理论导论[M]. 北京: 科学出版社, 2002.(Liao Zhenpeng. Introduction to Wave Theory in Engineering[M]. Beijing: Science Press, 2002.(in Chinese))
- [14] Rajapakse R K N D, Shah A H. Torsional vibration of elastic foundations embedded in an elastic half-space[J]. Earthquake Engineering and Structural Dynamics, 1987, 16(1): 279 - 297.
- [15] Liu W M, Novak M. Dynamic response of single pile embedded in transversely isotropic layer media[J]. Earthquake Engineering and Structural Dynamics, 1994, 23(3): 1 239 - 1 257..