# 考虑应力梯度的原生裂隙水压致裂法 地应力测量的原理及工程应用

刘亚群,李海波,景锋,罗超文,陈炳瑞,李俊如,周青春 (中国科学院武汉岩土力学研究所,湖北武汉 430071)

**摘要:** 介绍原生裂隙水压致裂法地应力测量的原理及其与经典水压致裂法的异同之处,并探讨在单钻孔中考虑沿 铅直钻孔轴向应力梯度的应力场的反演方法。在求解某液化石油气地下储备库工程应力场的过程中,假定区域应 力场在拟建洞室附近的小区间内呈线性关系,并将参考点选在洞室附近某点,与前人将参考点选在地面并假定区 域应力场从地面至钻孔底部整个深度区间内呈线性关系的研究成果相比,无疑使得计算结果更趋合理。同时将遗 传算法应用于求解应力场任意一点的完全应力张量,得到比较满意的结果。 **关键词:** 岩石力学; 原生裂隙水压致裂法; 应力场; 应力梯度; 遗传算法

**中图分类号:** TU 45 **文献标识码:** A **文章编号:** 1000 - 6915(2007)06 - 1145 - 05

# DETERMINATION OF IN-SITU STRESS BY HYDRAULIC FRACTURING TESTS ON PREEXISTING FRACTURES CONSIDERING STRESS GRADIENT AND ITS ENGINEERING APPLICATION

LIU Yaqun, LI Haibo, JING Feng, LUO Chaowen, CHEN Bingrui, LI Junru, ZHOU Qingchun (Institute of Rock and Soil Mechanics, Chinese Academy of Sciences, Wuhan, Hubei 430071, China)

**Abstract :** The theory of in-situ stress determination based on hydraulic fracturing tests on preexisting fractures(HTPF) is presented. The similarities and differences between the HTPF and the classical hydraulic fracturing(HF) technique are discussed. The inversion method for 3D in-situ stress field considering stress gradient along the vertical borehole axis is also introduced. In the course of searching for the principal stresses of stress field in a liquefied petroleum gas underground storage project, the regional stress field is supposed to be continuous only in a small section near the cavity area and the referential point is also chosen to be located in this area. Compared with previous studies that the regional stress field is assumed to be continuous in the whole depth of the borehole and the referential point is chosen to be at ground surface, the result by the proposed method is more reasonable. The complete stress tensor of regional stress field is obtained based on the genetic algorithm; and the result is satisfactory.

Key words: rock mechanics; hydraulic fracturing tests on preexisting fractures; stress field; stress gradient; genetic algorithm

试周期短、岩壁受力范围较广以及不需要岩石弹性

参数参与计算等优点而广泛地应用于水电、交通、 矿山、石油等岩石工程以及地球动力学研究的各个 领域。由水压致裂法的测试原理可知,它适用于测

1 引 言

水压致裂法由于其测量深度深、操作简单、测

收稿日期: 2006 - 08 - 28; 修回日期: 2006 - 09 - 26

**基金项目:**国家自然科学基金资助项目(50439030)

**作者简介:**刘亚群(1974-),男,1997年毕业于武汉理工大学采矿工程专业,现为博士研究生、助理研究员,主要从事动荷载作用下岩质边坡的数值 模拟及岩土工程现场测试方面的研究工作。E-mail: yqliu@whrsm.ac.cn

试完整脆性岩体的应力。当岩体中存在原生裂隙时, 则必须采用原生裂隙水压致裂法(HTPF)<sup>[1, 2]</sup>。刘允 芳等<sup>[3~5]</sup>在国内首次提出了在单钻孔中仅采用原生 裂隙段重张试验以及其与完整岩体段常规压裂试验 相结合的测试方法,并采用数理统计的最小二乘法 的原理推导了两种测量方法求解应力场的计算公 式。在刘允芳等<sup>[3~5]</sup>提及的工程实例中,由于各原 生裂隙测试段的垂直间距不大, 所以未考虑应力梯 度对应力场的影响。当同一钻孔或不同钻孔中各原 生裂隙测试段的垂直或水平间距不大时,可以忽略 梯度对应力场的影响。但当各测试段间距较大,比 如垂直距离大于 50 m 时,则必须考虑应力梯度的影 响。F. H. Cornet 等<sup>[1. 2. 6~8]</sup>对 HTPF 测试方法及区域 应力场的反演方法进行了比较系统的研究,在考虑 了应力梯度对应力场影响的情况下,分别应用最小 二乘法和 Monte Carlo 技术以及遗传算法成功地求 解了区域应力场的完全应力张量。但 F. H. Cornet 等[1, 2, 7]在求解区域应力场时假定应力场从地面至钻 孔底部整个深度区间内呈线性关系, 而当地质条件 复杂时该假设往往并不成立。此外, F. H. Cornet 等<sup>[1,7]</sup>将参考点选在地面,并假定地表处的应力分 量等于 0, 而试验结果表明近地表处应力分量并不 总是为0,特别是在构造应力作用强烈的地带。

本文较为详细地讨论了原生裂隙水压致裂法的 测试原理及其与经典水压致裂法的异同之处。在求 解青岛液化石油气地下储备库工程区域应力场的过 程中,考虑了垂直应力梯度对应力场的影响,假定 区域应力场在拟建洞室附近的小区间内呈线性关 系,将参考点选在洞室附近某点,并应用遗传算法 求解了区域应力场的完全应力张量,获得了比较满 意的结果。

# 2 HTPF 法的基本原理

## 2.1 HTPF 法简介

原生裂隙水压致裂法是经典(或称常规)水压致 裂法的推广,其测试设备和测试方法与经典水压致 裂法基本相同,都是用跨接的封隔胶囊将原生裂隙 (或完整)岩体与钻孔其他部分隔离开,然后进行注 水压裂试验(包括重张试验以及关闭压力测试)。两 者的不同之处在于试验所确定的参数以及应力场的 计算方法不一样。原生裂隙水压致裂法通过压裂试 验确定原生裂隙面的倾角和方位角以及原生裂隙面 上的法向应力 $\sigma_n$ ,亦即原生裂隙刚刚张开或闭合时的应力<sup>[6]</sup>。而经典水压致裂法确定的是完整岩体的破裂压力、重张压力和瞬时关闭压力等参数。

此外,经典水压致裂法在确定应力场主应力值 时需要引入一些假设,如围岩为线性、均匀、各向 同性的弹性体;围岩为多孔介质时,注入的流体按 达西定律在岩体孔隙中流动;岩体中地应力的一个 主方向为铅垂方向,与铅垂向测孔一致,大小等于 上覆岩层的压力<sup>[3]</sup>。而原生裂隙水压致裂法则不需 要作类似假设。

假设 $\sigma(X)$ 为开展了原生裂隙水压致裂测试的 空间点 X 处的应力张量, $\sigma_n$ 为试验所测的原生裂 隙面上的法向应力<sup>[1, 2]</sup>,则有

$$\boldsymbol{\sigma}(\boldsymbol{X})\boldsymbol{n}\cdot\boldsymbol{n} = \boldsymbol{\sigma}_{n} \tag{1}$$

当针对不同产状(不同倾角和方位角)的原生裂 隙进行足够多次测试后,区域应力场即可确定。

在经典水压致裂法中,由于 $\sigma_n$ 等于该测试段的最小水平主应力值,n平行于最小水平主应力的方向,因而原生裂隙水压致裂法是经典水压致裂法的推广与应用。

## 2.2 试验段的选取原则

最理想的试验段为在长度为 6~8 倍孔径的区间内仅含有唯一一条原生裂隙。若在同一测试段里含有多条原生裂隙,目前国内普遍采用的印模定向技术并不能确定哪条原生裂隙最先张开,从而无法准确确定破裂面的倾角和方位角。此外,为了能准确地评价区域应力场,所选择的测试段原生裂隙的产状(倾角和方位角)应尽可能各不相同。

# 3 反演方法

## 3.1 区域应力场的参数化表征

任意点的完全应力张量需要 6 个参数来描述, 因而完全确定一点的应力状态理论上需要开展最少 6 段不同位置、不同倾角和方位角的原生裂隙的水 压致裂测试以便能求解如下线性系统:

$$\boldsymbol{\sigma}_{n}^{i} = \boldsymbol{\sigma}(\boldsymbol{X}^{i})\boldsymbol{n}^{i} \cdot \boldsymbol{n}^{i}$$
(2)

式中:  $X^{i}$ 为第i测试段的空间位置;  $\sigma_{n}^{i}$ 为试验所 测得的原生裂隙面(其法向为 $n^{i}$ )上的法向应力;  $\sigma(X^{i})$ 为 $X^{i}$ 位置处的应力张量; i = 1, 2, ..., N, N为试验总段数。 当各测试段之间的距离较近时常常可以忽略应 力梯度对地应力场的影响。但当测试段之间的距离 大于 50 m 时,就必须考虑应力梯度的影响。此时区 域应力场可以假定为随深度 Z 变化的线性函数,假 设  $\sigma(Z_c)$  为  $Z_c$  深度处的应力张量(含 4 个未知分 量),  $\alpha$  为垂直应力梯度(含 3 个未知分量,  $\sigma(Z_c)$  和  $\alpha$  的其中一个主方向均假定为垂直向),则

$$\boldsymbol{\sigma}(Z^{i}) = \boldsymbol{\sigma}(Z_{c}) + (Z^{i} - Z_{c})\boldsymbol{\alpha}$$
(3)

其中,

$$\boldsymbol{\sigma}(Z_{c}) = \begin{bmatrix} \sigma_{xx} & \sigma_{xy} & \sigma_{xz} \\ \sigma_{xy} & \sigma_{yy} & \sigma_{yz} \\ \sigma_{xz} & \sigma_{yz} & \sigma_{zz} \end{bmatrix}_{c}$$
$$\boldsymbol{\alpha} = \begin{bmatrix} \alpha_{xx} & \alpha_{xy} & \alpha_{xz} \\ \alpha_{xy} & \alpha_{yy} & \alpha_{yz} \\ \alpha_{xz} & \alpha_{yz} & \alpha_{zz} \end{bmatrix}$$

点 Z<sup>i</sup> 的应力可以通过参考点 Z<sub>c</sub> 应力的线性函数来表达。

通常,式(3)中包含 12 个参数,确定这 12 个参数在实践中往往是行不通的,因为这需要在多个钻 孔里进行多次原生裂隙水压致裂试验才能求得满意 解。

如果试验只在单个或几个相距非常近的垂直钻 孔(地形地貌没有显著变化)里进行,则可以忽略侧 向应力梯度对区域应力场的影响。在这种情况下, 钻孔轴向为 $\alpha$ 的一个主方向,有 $\alpha_{v} = \alpha_{v} = 0$ ,线 性系统的未知数可减少为10个。解该含10个未知 数的线性方程组需要 15~20 段测试数据才能得到 比较满意的解。若获得的有效试验数据仍不足于求 得满意解,则必须做进一步的简化假设。若假设垂 直应力为其中一个主应力,则 $\sigma_{y} = \sigma_{y} = 0$ ,线性 系统的未知数减少到8个。值得注意的是当没有地 形效应以及钻孔是垂直时,式(3)满足平衡条件因而  $\alpha_{zz}$ 等于上覆岩体平均容重,这样线性系统的未知 数减少到7个。若所研究的区域应力场足够小,可 以忽略主应力方向的旋转时,则意味着 $\sigma(Z_c)$ 的3 个主方向与 $\alpha$ 的完全一致,此时未知数可减少至 6 个。若前面的假设都成立,同时还假设区域应力场 自地面开始在整个所研究的空间里持续连续,并且 将参考点 $Z_{c}$ 选在地面,则 $\sigma_{zz}(Z_{c})$ 等于 0,此时未 知数又可减少一个,这样式(3)最多可以简化到只含 有5个未知数<sup>[1,6]</sup>。

由于大多数水压致裂地应力测试均假定侧向应 力梯度可以忽略及垂直应力为其中一个主应力,下 面以这种情况为例,来推导在单个垂直钻孔中仅采 用原生裂隙的水压致裂法来确定区域应力场参数化 的表征方法。由前述可知,此时线性系统的未知数 减少至 7 个,由式(2)和(3)可得

$$\sigma_{n}^{i} = [\boldsymbol{\sigma}(Z_{c}) + (Z^{i} - Z_{c})\boldsymbol{\alpha}]\boldsymbol{n}^{i} \cdot \boldsymbol{n}^{i}$$
(4)

此时区域应力场可由 7 个参数来表征,即 σ(Z<sub>c</sub>)和α分别由 4 个和 3 个参数来表征。因此, 对于第 *i* 段试验,由式(4)可得

$$\sigma_{n}^{i} - [S_{3} + \gamma(Z^{i} - Z_{c})]\cos^{2}\theta_{i} - \frac{1}{2}\sin^{2}\theta_{i}\{S_{1} + S_{2} + (\alpha_{1} + \alpha_{2})(Z^{i} - Z_{c}) + (S_{1} - S_{2})\cos 2(\psi_{i} - \lambda) + (\alpha_{1} - \alpha_{2})(Z^{i} - Z_{c}) + \cos[2(\psi_{i} - \lambda - \eta)]\} = 0$$
(5)

式中:  $S_1$ ,  $S_2$ ,  $S_3$ 为 $\sigma$ ( $Z_c$ )的3个主应力值;  $\lambda$ 为  $S_1$ 的方向(从地理北极算起);  $\alpha_1$ ,  $\alpha_2$ 为 $\alpha$ 的特征 值;  $\eta$ 为 $\alpha_1$ 与 $S_1$ 的夹角;  $\gamma$ 为上覆岩层的平均容重;  $\psi_i$ 为第 *i* 测试段破裂面法向的方位角(从地理北极 算起,向东为正);  $\theta_i$ 为破裂面的法向与铅垂向的 夹角。

确定这 7 个参数需要 8~15 段测试数据才能获 得满意解,取决于测试段原生裂隙产状的离散性。

## 3.2 Misfit 函数的定义

为了准确确定研究区域点的所有应力分量,区 域应力场被确定为沿钻孔轴向且开展了地应力试验 的这样一段小范围。同时还假设应力场在该区间是 连续线性变化的。这样问题即转化为求解式(5)定义 的含 7 个未知数的线性方程组。应力场由包含该 7 个参数的线性组合来表征(σ(Z<sub>c</sub>)包含4个分量,α 包含3个分量)。含有该7个参数的一个组合称为一 个模型。为了求得最优解,特引入Misfit函数,它被 定义为与给定模型对应的破裂面上法向应力的计算 值与方向和位置相近的试验段测试值的偏差<sup>[1.6.9]</sup>,即

$$\phi_j = \sum \left| \sigma_n^{mi} - \sigma_n^{ci} \right| / \delta \sigma_n^i \tag{6}$$

式中:  $\phi_j$ 为模型 *j* 对应的 Misfit 函数,  $\sigma_n^{mi} \approx \sigma_n^{ci}$ 分别为第 *i* 测试段的法向应力的测试值和计算值,  $\delta \sigma_n^i$ 为第 *i* 段与法向应力测试值对应的标准偏差。最优解即为所有组合中 Misfit 函数值最小的组合。

#### 3.3 反演程序

本文应用遗传算法来寻求最优解。遗传算法是 一种自适应优化方法<sup>[10]</sup>,它以生物遗传为基础,根 据达尔文"适者生存"的自然选择原则,其群体通 过多代演绎完成进化过程。通过借鉴模仿自然进化 这一过程,并适当地对求解问题进行编码,遗传算 法能够搜索到问题的最优解。

通常,遗传群体包含数百个待求解模型,这些 群体的进化是通过复制、杂交和变异等步骤来实现 的,具体优化过程如下:首先确定优化模型参数的 变化区间,在此区间内随机产生初始群体,并对每 个模型进行二进制编码(每个二进制字符串有 N<sub>b</sub>字 节,  $N_{\rm b} = 7N_{\rm s}$ ,  $N_{\rm s}$ 为每个参数的字节数); 然后, 通过式(6)计算每个模型的 Misfit 值, 根据 Misfit 值 对父代个体(模型)进行复制、杂交和变异产生新的 种群,重复这一过程直到进化结束。复制过程基于 竞争选择策略将父代中较好的个体复制到下一代; 杂交过程是依据杂交概率对父代模型进行随机配 对,然后交换配对模型中随机选定的字符片段产生 新的模型,这一过程通过不同的组合将会使父代个 体(模型)的特征存活到下一代,并产生一些优秀的 个体;变异过程通常以小变异概率  $P_m(P_m < 1/N_h)$  对 模型的二进制编码串进行扰动,以保持模型群体的 多样性。另外为了避免父代中最佳个体的流失,在 迭代过程中采用了精英策略[11]。

# 4 工程应用

#### 4.1 工程概况

青岛液化石油气地下储库工程场区岩体主要由 燕山期花岗岩体及后期侵入的中酸性岩脉组成,经 长期风化、剥蚀及冲积,成为现在的低山丘陵区。 为了解该储气库洞室深度范围内岩体的地应力情 况,对位于该场区中央的一个垂直钻孔进行了地应 力试验。该钻孔直径 ¢75 mm,钻孔深度 150.15 m。 由于储气库洞室埋深在地表下 80~150 m,故试验 主要在该深度范围内进行。由于抽取的岩芯比较破 碎,并且大都含有原生裂隙,故测试方法必须采用 原生裂隙水压致裂法(HTPF)。

### 4.2 测试结果

现场试验共成功获得 10 段 HTPF 测试数据, 如表 1 所示。

表 1 中, z 为测试段深度,  $\varphi$  为破裂面的方位

表 1 HTPF 现场测试结果 Table 1 Results of HTPF data obtained in a LPG project

z/m	$arphi/(\degree)$	$ heta/(^{\circ})$	σ₀/MPa	
76.30	94.5	75	3.40	
84.70	87.5	65	3.11	
88.60	93.0	85	2.80	
97.82	97.5	65	2.91	*
106.45	95.0	60	3.21	
110.67	107.5	68	3.08	*
118.87	104.5	76	4.31	
124.18	84.5	31	3.93	
128.35	89.5	69	4.68	
136.50	99.5	70	5.01	

注: "\*"为渗透性高于 F. H. Cornet 等<sup>[6]</sup>所建议的标准。

角(从正北算起,向东为正), $\theta$ 为破裂面的法向与 铅垂向的夹角, $\sigma_n$ 为相应测试段的法向应力。

值得注意的是,97.82 和 110.67 m 两个测试段 的渗透率比较高,对测试结果的准确性带来了一定 影响。

## 4.3 地应力场反演结果

在搜寻最优解的过程中,根据式(5)和实际工程 情况选择了 3 个不同的参考点(即 Z<sub>c</sub>分别取深度值 80,110 和 140 m)。然后,针对每一深度,考虑到 97.82 和 110.67 m 这两个测试段的渗透性较大,所 测得的法向应力值与真实值有一定的偏差,从而会 影响到最优解的准确性,又考虑了 4 种不同情况:(1) 所有的测试结果参与计算;(2)97.82 m 的测试结果 不参与计算;(3)110.67 m 测试段的测试结果不参与 计算;(4)97.82 和 110.67 m 这两段测试结果均不参 与计算。最后,对每一种情况,搜寻了 30 000 个不 同的遗传算法解。因此,总共考虑了 360 000 个遗 传算法解,最优解为:

(1) Z<sub>c</sub> = 110 m; N = 8(即 97.82 和 110.67 m 这
 两个测试段测试结果不参与计算,参考点为 110 m)。

(2)  $S_1 = 4.98$  MPa;  $S_2 = 2.00$  MPa;  $S_3 = 2.19$ MPa;  $\lambda = 99.5^{\circ}$ .

(3)  $\alpha_1 = 0.041$  MPa/m;  $\alpha_2 = 0.039$  MPa/m;  $\alpha_3 = \gamma = 0.025$  MPa/m;  $\eta = 6.9^{\circ}$ .

 $S_1$ ,  $S_2$ 为距离地面 110 m 点处应力张量 $\sigma(Z_c)$ 的水平主应力分量值,  $S_3$ 为垂直主应力分量值;  $\lambda$ 为 $S_1$ 的方向(从北算起,向东为正);  $\alpha_1$ ,  $\alpha_2$ 和 $\alpha_3$ 为

14地位力快重的冰埕及二

应力梯度沿钻孔轴线的 3 个主分量值;  $\eta$ 为 $\alpha_1$ 与 $S_1$ 的夹角。

# 5 结论与讨论

(1)本文详细介绍了原生裂隙水压致裂法的测试原理及其与经典水压致裂法的异同之处。推导了基于原生裂隙水压致裂法并考虑沿铅直钻孔轴向应力梯度的区域应力场完全应力张量的计算公式。

(2)本文将遗传算法应用于求解青岛液化石油 气地下储库洞室的区域应力场主应力值,与采用数 理统计原理的最小二乘法相比,具有更简便、更易 实现的优点。

(3) 本文假定区域应力场在拟建洞室附近的小 区间内呈线性关系,并将参考点选在洞室附近某点, 与前人研究工作将参考点选在地面并假定区域应力 场从地面至钻孔底部整个区间呈线性关系相比,无 疑使得计算结果具有更高的可信度和准确性。

(4) 由于受试验点数的限制,本文在求解区域 应力场时作了一些简化,一定程度上降低了计算结 果的准确性。当钻孔轴向平行于应力场其中一个主 方向(比如垂直向时),由于经典水压致裂法可以准 确地确定出最小水平主应力的大小和方向而不需要 作任何假设,而 HTPF 法可以在不作任何假设的情 况下求出其他两个主应力分量值,将 HTPF 法和经 典水压致裂法结合起来,可以在减少测试点数的情 况下准确求出三维应力场,同时又可避免经典水压 致裂法在处理孔隙水压力和岩体抗拉强度时带来的 误差。

(5) 当选择的测试段含有不只一条原生裂隙 时,由于目前国内普遍采用的非实时成像的印模定 向技术并不能确定哪条原生裂隙最先张开,从而无 法准确确定破裂面的倾角和方位角,因而也就无法 准确地解出应力场的各个分量。所以,研制高分辨 率的实时电子成像设备,将测试地应力的大小和方 向两个步骤合二为一,无论是在减少试验步骤和缩 短测试时间方面,还是在提高测试结果的准确性方 面,都具有重要的工程实践意义。

#### 参考文献(References):

- CORNET F H, VALETTE B. In-situ stress determination from hydraulic injection test data[J]. Journal of Geophysical Research, 1984, 89(B13): 11 527 - 11 537.
- [2] HAIMSON B C, CORNET F H. ISRM Suggested Methods for rock stress estimation—part 3: hydraulic fracturing(HF) and/or hydraulic testing of pre-existing fractures(HTPF)[J]. International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences, 2003, 40(7/8): 1 011 - 1 020.
- [3] 刘允芳,罗超文,龚壁新,等. 岩体地应力与工程建设[M]. 武汉: 湖北科学技术出版社, 2000.(LIU Yunfang, LUO Chaowen, GONG Bixin, et al. Geostress of rock mass and engineering construction[M].
   Wuhan: Hubei Science and Technology Press, 2000.(in Chinese))
- [4] 刘允芳. 在单钻孔中水压致裂法的三维地应力测量[J]. 岩石力学 与工程学报, 1999, 18(2): 192 - 196.(LIU Yunfang. 3D geostress measurement by hydraulic fracturing technique in one borehole[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 1999, 18(2): 192 - 196.(in Chinese))
- [5] 尹建民,刘元坤,罗超文,等.原生裂隙水压法三维地应力测量 原理及应用[J]. 岩石力学与工程学报,2001,20(增):1706-1709.
  (YIN Jianmin, LIU Yuankun, LUO Chaowen, et al. 3D geostress determination by hydraulic tests on preexisting fractures and application[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2001, 20(Supp.): 1706-1709.(in Chinese))
- [6] CORNET F H, WILEVEAU Y, BERT B, et al. Complete stress determination with the HTPF tool in a mountainous region[J]. International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences, 1997, 34(3/4): 497.
- [7] CORNET F H. The HTPF and the integrated stress determination methods[C]// Comprehensive Rock Engineering. London: Pergamon Press, 1993: 413 - 432.
- [8] CORNET F H, DOAN M L, FONTBONNE F. Electrical imaging and hydraulic testing for a complete stress determination[J]. International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences, 2003, 40(7/8): 1 225 - 1 241.
- [9] GEPHART J W, FORSYTH D W. An improved method for determining the regional stress tensor using earthquake focal mechanism data: application to the San Fernando earthquake sequence[J]. Journal of Geophysical Research, 1984, 89(B11): 9 305 - 9 321.
- BEASLEY D, BULL D R, MARTIN R R. An overview of genetic algorithms: part 1, fundamentals[J]. University Computing, 1993, 15(2): 58 - 69.
- [11] GOLDBERG D E. Genetic algorithms in search optimization and machine learning[M]. [S. l.]: Addison-Wesley, 1989.