第 19 卷 第 3 期
1963 年 3 月

物 理 学 报
ACTA PHYSICA SINICA

Vol. 19, No. 3
March, 1963

长金属椭球体頂点处綫形单极子天綫的輻射問題*

任 朗
(唐山鉄道学院)

摘 要

本文分析了竪立在任意长的和任意偏心率的长金属椭球体的頂点上一个与椭球体同軸的并且底饋电的細綫形单极子天綫的輻射問題，获得了輻射場的普遍表示式.

引 言

为了避免強大的风力，有时在火箭、导弹、高速飞机等头頂上装有綫形单极子天綫. 这些火箭、导弹、高速飞机等的身体可以近似地被看成金属椭球体. 由此可見，分析竪立在任意长的和任意偏心率的长金属椭球体的頂点上一个与椭球体同軸的并且底饋电的細綫形单极子的輻射問題是具有实际意义的. 此外，这种分析也可以近似地适用于山頂上的直立天綫以及高鋼建筑物如鉄塔或高楼頂上的直立天綫等.

設 z 軸与所研究的长金属椭球体的軸重合如图 1 所示. 应用椭球坐标 ξ, η, ϕ[1]，則它們与直角坐标 x, y, z 的关系有如下式:

$$\left.\begin{aligned} x &= f(\xi^2 - 1)^{\frac{1}{2}}(1 - \eta^2)^{\frac{1}{2}} \cos\phi, \\ y &= f(\xi^2 - 1)^{\frac{1}{2}}(1 - \eta^2)^{\frac{1}{2}} \sin\phi, \\ z &= f\xi\eta. \end{aligned}\right\} \tag{1}$$

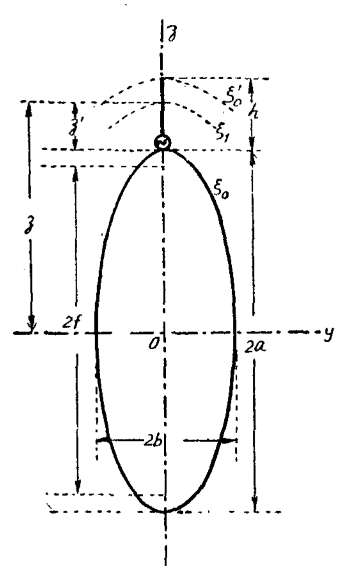

图 1

令所研究的长金属椭球体的表面与同焦点的椭球坐标面中的一个面 ($\xi = \xi_0$)相重合，a 为其长半軸，b 为其短半軸，$2f$ 为其焦距(图 1). 在长金属椭球体的頂点竪立一个长度为 h 的綫形天綫，饋电点是在它的底部(图 1). 通过綫形天綫頂点的椭球面用 ξ_0' 来表示.

問 題 的 解

为了簡便起見，假設椭球体是理想导体，并假設綫形单极子上的电流分布为正弦分

* 1962 年 3 月 19 日收到.

布:

$$I_{z'} = I_m \sin k(h - z'), \tag{2}$$

这里，我們只考虑正弦激励，并利用 $e^{i\omega t}$ 作为时間因子；电流单元 $I_z\, dz'$ 可以被看成为一个电偶极子 $i\omega p_{z'}$，而 $p_{z'}$ 則为偶极子的复量偶极矩．因此，綫形天綫上的等效偶极矩的分布为

$$\begin{aligned} p_{z'} &= -\frac{i}{\omega} I_m \sin k(h - z')dz' \\ &= -\frac{i}{\omega} I_m f \sin kf(\xi_0' - \xi_1)d\xi_1, \end{aligned} \tag{3}$$

其中 $z = f\xi(\eta = 1)$, $h = f(\xi_0' - \xi_0)$, $z' = f(\xi_1 - \xi_0)$, $dz' = fd\xi_1$.

在椭球体和单极子的周围空气中，麦克斯韦方程可以写成(应用高斯单位制)：

$$\nabla \times \mathbf{H} = \frac{1}{c}\frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t}, \nabla \times \mathbf{E} = -\frac{1}{c}\frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t}. \tag{4}$$

在正弦情况下，它們的形式是

$$\nabla \times \mathbf{H} = \frac{i\omega}{c}\mathbf{E}, \nabla \times \mathbf{E} = -\frac{i\omega}{c}\mathbf{H}. \tag{5}$$

利用正交曲綫坐标，方程(5)可以写成：

$$\begin{aligned} &\frac{1}{h_\eta h_\phi}\left[\frac{\partial}{\partial \eta}(h_\phi H_\phi) - \frac{\partial}{\partial \phi}(h_\eta H_\eta)\right]\mathbf{i}_\xi + \frac{1}{h_\phi h_\xi}\left[\frac{\partial}{\partial \phi}(h_\xi H_\xi) - \frac{\partial}{\partial \xi}(h_\phi H_\phi)\right]\mathbf{i}_\eta + \\ &\quad + \frac{1}{h_\xi h_\eta}\left[\frac{\partial}{\partial \xi}(h_\eta H_\eta) - \frac{\partial}{\partial \eta}(h_\xi H_\xi)\right]\mathbf{i}_\phi = \frac{i\omega}{c}(\mathbf{i}_\xi E_\xi + \mathbf{i}_\eta E_\eta + \mathbf{i}_\phi E_\phi), \end{aligned} \tag{6}$$

$$\begin{aligned} &\frac{1}{h_\eta h_\phi}\left[\frac{\partial}{\partial \eta}(h_\phi E_\phi) - \frac{\partial}{\partial \phi}(h_\eta E_\eta)\right]\mathbf{i}_\xi + \frac{1}{h_\phi h_\xi}\left[\frac{\partial}{\partial \phi}(h_\xi E_\xi) - \frac{\partial}{\partial \xi}(h_\phi E_\phi)\right]\mathbf{i}_\eta + \\ &\quad + \frac{1}{h_\xi h_\eta}\left[\frac{\partial}{\partial \xi}(h_\eta E_\eta) - \frac{\partial}{\partial \eta}(h_\xi E_\xi)\right]\mathbf{i}_\phi = -\frac{i\omega}{c}(\mathbf{i}_\xi H_\xi + \mathbf{i}_\eta H_\eta + \mathbf{i}_\phi H_\phi). \end{aligned} \tag{7}$$

因为場源具有軸对称性，所以

$$E_\phi = 0, \frac{\partial}{\partial \phi} = 0. \tag{8}$$

将(8)式代入(6)和(7)式，得

$$\left.\begin{aligned} \frac{i\omega}{c}E_\xi &= \frac{1}{h_\eta h_\phi}\frac{\partial}{\partial \eta}(h_\phi H_\phi), \\ \frac{i\omega}{c}E_\eta &= -\frac{1}{h_\xi h_\phi}\frac{\partial}{\partial \xi}(h_\phi H_\phi), \\ \frac{i\omega}{c}H_\phi &= \frac{1}{h_\xi h_\eta}\left[\frac{\partial}{\partial \eta}(h_\xi E_\xi) - \frac{\partial}{\partial \xi}(h_\eta E_\eta)\right], \end{aligned}\right\} \tag{9}$$

其中

$$h_\xi = f\left(\frac{\xi^2 - \eta^2}{\xi^2 - 1}\right)^{\frac{1}{2}}, \; h_\eta = f\left(\frac{\xi^2 - \eta^2}{1 - \eta^2}\right)^{\frac{1}{2}}, \; h_\phi = f(\xi^2 - 1)^{\frac{1}{2}}(1 - \eta^2)^{\frac{1}{2}}. \tag{10}$$

令 $\mathscr{R} = h_\phi H_\phi$，則(9)式变为

$$\left.\begin{aligned} E_\xi &= \frac{1}{ikh_\eta h_\phi}\frac{\partial \mathscr{R}}{\partial \eta}, \\ E_\eta &= -\frac{1}{ikh_\xi h_\phi}\frac{\partial \mathscr{R}}{\partial \xi}, \\ H_\phi &= \frac{1}{h_\phi}\mathscr{R}. \end{aligned}\right\} \tag{11}$$

将(11)式代入(9)式中的第三式，則得[1]

$$(\xi^2-1)\frac{\partial^2\mathscr{R}}{\partial\xi^2}+(1-\eta^2)\frac{\partial^2\mathscr{R}}{\partial\eta^2}+f^2k^2(\xi^2-\eta^2)\mathscr{R}=0, \tag{12}$$

其中

$$k=\frac{\omega}{c}=\frac{2\pi}{\lambda}. \tag{13}$$

利用分离变数法，令 $\mathscr{R}=\mathscr{R}_\xi(\xi)\mathscr{R}_\eta(\eta)$，并代入(12)式，得[1]

$$(\xi^2-1)\frac{d^2\mathscr{R}_\xi}{d\xi^2}+(f^2k^2\xi^2-e)\mathscr{R}_\xi=0, \tag{14}$$

$$(1-\eta^2)\frac{d^2\mathscr{R}_\eta}{d\eta^2}+(e-f^2k^2\eta^2)\mathscr{R}_\eta=0, \tag{15}$$

其中 e 为一系列的本征值(eigenvalues)．作簡单的变换：

$$\mathscr{R}_\xi(\xi)=(\xi^2-1)^{\frac{1}{2}}R(\xi), \tag{16}$$

$$\mathscr{R}_\eta(\eta)=(1-\eta^2)^{\frac{1}{2}}S(\eta); \tag{17}$$

将此二式代入(14)和(15)式，得

$$(\xi^2-1)\frac{d^2R}{d\xi^2}+2\xi\frac{dR}{d\xi}+\left(e+f^2k^2\xi^2-\frac{1}{\xi^2-1}\right)R=0, \tag{18}$$

$$(1-\eta^2)\frac{d^2R}{d\eta^2}-2\eta\frac{dS}{d\eta}-\left(e+f^2k^2\eta^2+\frac{1}{1-\eta^2}\right)S=0. \tag{19}$$

以上二式正是貝耳金娜[2](M. Г. Белкина)从波方程 $\nabla^2\Pi+k^2\Pi=0$ 所得的二式(他的論文中的 1.5 式)．如将 h_ϕ 和 h_ξ 的值代入(9)式中的第二式，則得

$$E_\eta=-\frac{1}{ikf\sqrt{\xi^2-\eta^2}}\frac{\partial}{\partial\xi}\left[\sqrt{\xi^2-1}\,H_\phi\right]. \tag{20}$$

此式正是貝耳金娜的論文[2]中的(3.2)式（她将此式用在边界上）．貝氏应用此式时并未說明其来源，当然此式的推导并不困难．因此，作者認为解决这类边界値問題时，从麦克斯韦方程出发似乎在系統上比較从波方程出发要完善些．

在 $z'(\xi=\xi_1,\eta=1)$ 处（图 1）的电偶极子在 $\xi<\xi_1$ 范围内所产生的場可以表示为[2]

$$H_\phi^0=k^2p'\frac{4}{f\sqrt{\xi_1^2-1}}\sum_{l=0}^{\infty}\frac{\sigma_{1,l}}{N_{1,l}}R_{1,l}^{(3)}(kf,\xi_1)R_{1,l}^{(1)}(kf,\xi)S_{1,l}^{(1)}(kf,\eta), \tag{21}$$

其中

$$N_{1,l}=2\sum_n{}'(d_n^{1,l})^2\frac{(n+2)!}{(2n+3)!n!},\ \sigma_{1,l}=\frac{1}{2}\sum_n{}'(d_n^{1,l})\frac{(n+2)!}{n!}, \tag{22}$$

$$R_{1,l}^{(1)}(kf,\xi)=\frac{kf}{2\sigma_{1,l}}(\xi^2-1)^{\frac{1}{2}}\frac{1}{kf\xi}\sum_n{}'(-i)^{n-l}\frac{(n+2)!}{n!}d_n^{1,l}J_{n+1}(kf\xi), \tag{23}$$

$$R_{1,l}^{(2)}(kf,\xi)=\frac{kf}{2\sigma_{1,l}}(\xi^2-1)^{\frac{1}{2}}\frac{1}{kf\xi}\sum_n{}'(-i)^{n-l}\frac{(n+2)!}{n!}d_n^{1,l}N_{n+1}(kf\xi), \tag{24}$$

$$R_{1,l}^{(3)}(kf,\xi)=R_{1,l}^{(1)}(kf,\xi)+iR_{1,l}^{(2)}(kf,\xi), \tag{25}$$

$$S_{1,l}^{(1)}(kf,\eta)=\sum_n{}' d_n^{1,l}P'_{n+1}(\eta), \tag{26}$$

$$J_{n+1}(kf\xi)=\sqrt{\frac{\pi}{2kf\xi}}\,J_{n+3/2}(kf\xi), \tag{27}$$

$$N_{n+1}(kf\xi)=\sqrt{\frac{\pi}{2kf\xi}}\,N_{n+3/2}(kf\xi), \tag{28}$$

$$d_n^{1,l}=i^{n-l}\frac{n!}{(n+2)!}a_n^{1,l}, \tag{29}$$

这里 $\sum_n{}'$ 中的一撇表示当 l 为偶数时 n 取偶数 $0, 2, 4, \cdots\cdots, \infty$，而当 l 为奇数时则 n 取奇数 $1, 3, 5, \cdots\cdots, \infty$；$R_{1,l}^{(1)}(kf,\xi)$ 称为第一类椭球型輻径波函数，$S_{1,l}^{(1)}(kf,\eta)$ 称为第一类椭球型角向波函数，$R_{1,l}^{(2)}(kf,\xi)$ 称为第二类椭球型輻径波函数，$R_{1,l}^{(3)}(kf,\xi)$ 称为第三类椭球型輻径波函数，$J_{n+3/2}(kf\xi)$ 和 $N_{n+3/2}(kf\xi)$ 分别为半阶的貝塞耳和紐曼函数，$P_{n+1}^1(\eta)$ 为副拉襄德函数，$a_n^{1,l}$ 为将椭球型輻径波函数展开为球型貝塞耳函数中的系数，$d_n^{1,l}$ 为将椭球型角向波函数展开为副拉襄德函数中的系数[3]。

因此，整个綫形单极子天綫在 $\xi<\xi_1$ 处所产生的場为

$$H_{\varphi1}^0=-\int_{\xi_0}^{\xi_0'}\left\{k^2\frac{i}{\omega}I_m\sin kf(\xi_0'-\xi_1)d(f\xi_1)\frac{4}{f\sqrt{\xi_1^2-1}}\sum_{l=0}^{\infty}\frac{\sigma_{1,l}}{N_{1,l}}\times\right.$$
$$\left.\times R_{1,l}^{(3)}(kf,\xi_1)R_{1,l}^{(1)}(kf,\xi)S_{1,l}^{(1)}(kf,\eta)\right\}. \tag{30}$$

上式的条件 $\xi<\xi_1$ 应該被理解为在从 ξ_0 到 ξ_0' 中的电流单元或电偶极子所产生的場表示为椭球函数必須在椭球体的极点 $(\xi=\xi_0, \eta=\pm1)$ 保持为有限值，因此在(30)式中选用了 $R_{1,l}^{(1)}(kf,\xi)$ 和 $S_{1,l}^{(1)}(kf,\eta)$。下面可以看到(30)式只用于椭球体的边界面上。

为了使次級場(金属椭球体产生的)满足无穷远条件，在下面次級場 H'_ϕ 的表示式中我們选择了第三类椭球型輻径波函数(当然选择第四类椭球型輻径波函数也行)和第一类椭球型角向波函数[2]：

$$H'_\phi=k^2\frac{i}{\omega}I_m\frac{4}{f}\sum_{l=0}^{\infty}A_l(\xi_0,\xi_0')R_{1,l}^{(3)}(kf,\xi)S_{1,l}^{(1)}(kf,\eta), \tag{31}$$

其中 $A_l(\xi_0,\xi_0')$ 是一个待求的系数。

根据金属椭球体表面上的边界条件

$$[E_\eta]_{\xi=\xi_0}=0, \tag{32}$$

并利用(20)式，得

$$\left\{-\frac{1}{ikf\sqrt{\xi^2-\eta^2}}\frac{\partial}{\partial\xi}\left[\sqrt{\xi^2-1}(H_{\phi1}^0+H'_\phi)\right]\right\}_{\xi=\xi_0}=0. \tag{33}$$

将(30)和(31)式代入上式并解之，得

$A_l(\xi_0, \xi_0') =$

$$=\left\{\frac{\frac{\sigma_{1,l}}{N_{1,l}}\left[\int_{\xi_0}^{\xi_0'}\sin kf(\xi_0'-\xi_1)\cdot(\xi_1^2-1)^{-\frac{1}{2}}\cdot R_{1,l}^{(3)}(kf,\xi_1)d(f\xi_1)\right]\cdot\frac{\partial}{\partial\xi}[\sqrt{\xi^2-1}\,R_{1,l}^{(1)}(kf,\xi)]}{\frac{\partial}{\partial\xi}[\sqrt{\xi^2-1}R_{1,l}^{(3)}(kf,\xi)]}\right\}_{\xi=\xi_0} \quad (34)$$

$$=\left\{\frac{\frac{\sigma_{1,l}}{N_{1,l}}Q\frac{\partial}{\partial\xi}[\sqrt{\xi^2-1}\,R_{1,l}^{(1)}(kf,\xi)]}{\frac{\partial}{\partial\xi}[\sqrt{\xi^2-1}R_{1,l}^{(3)}(kf,\xi)]}\right\}_{\xi=\xi_0}, \quad (35)$$

其中

$$Q=\int_{\xi_0}^{\xi_0'}\sin kf(\xi_0'-\xi_1)\cdot(\xi_1^2-1)^{-\frac{1}{2}}\cdot R_{1,l}^{(3)}(kf,\xi_1)d(f\xi_1). \quad (36)$$

在 $\xi>\xi_0'$ 的无限区域内，綫形单极子所产生的場可以表示为[2]

$$H_{\phi 2}^0=-\int_{\xi_0}^{\xi_0'}k^2\frac{i}{\omega}I_m\sin kf(\xi_0'-\xi_1)d(f\xi_1)\frac{4}{f\sqrt{\xi_1^2-1}}\sum_{l=0}^{\infty}\frac{\sigma_{1,l}}{N_{1,l}}R_{1,l}^{(1)}(kf,\xi_1)R_{1,l}^{(3)}(kf,\xi)S_{1,l}^{(1)}(kf,\eta)$$

$$=k^2\frac{i}{\omega}I_m\frac{4}{f}\sum_{l=0}^{\infty}\frac{\sigma_{1,l}}{N_{1,l}}\mathscr{F}R_{1,l}^{(3)}(kf,\xi)S_{1,l}^{(1)}(kf,\eta), \quad (37)$$

其中

$$\mathscr{F}=-\int_{\xi_0}^{\xi_0'}\sin kf(\xi_0'-\xi_1)\cdot(\xi_1^2-1)^{-\frac{1}{2}}R_{1,l}^{(1)}(kf,\xi_1)d(f\xi_1). \quad (38)$$

在(37)式中选用 $R_{1,l}^{(3)}(kf,\xi)$ 而不选用 $R_{1,l}^{(1)}(kf,\xi)$ 是为了滿足无限远条件，即使函数在无限远处有正常特性．在 $\xi>\xi_0'$ 的无限区域内，总場量可以表示为

$$H_\phi=H_{\phi 2}^0+H_\phi'$$

$$=k^2\frac{i}{\omega}I_m\frac{4}{f}\sum_{l=0}^{\infty}\frac{\sigma_{1,l}}{N_{1,l}}\mathscr{F}R_{1,l}^{(3)}(kf,\xi)S_{1,l}^{(1)}(kf,\eta)+$$

$$+k^2\frac{i}{\omega}I_m\frac{4}{f}\sum_{l=0}^{\infty}A_l(\xi_0,\xi_0')R_{1,l}^{(3)}(kf,\xi)S_{1,l}^{(1)}(kf,\eta)$$

$$=k^2\frac{i}{\omega}I_m\frac{4}{f}\sum_{l=0}^{\infty}\mathscr{P}R_{1,l}^{(3)}(kf,\xi)S_{1,l}^{(1)}(kf,\eta), \quad (39)$$

其中

$$\mathscr{P}=\frac{\sigma_{1,l}}{N_{1,l}}\mathscr{F}+A_l(\xi_0,\xi_0'). \quad (40)$$

从(9)式，得

$$E_\xi=\frac{c}{i\omega}\frac{1}{h_\eta h_\phi}\frac{\partial}{\partial\eta}(h_\phi H_\phi)$$

$$=\frac{1}{ikf(\xi^2-\eta^2)^{\frac{1}{2}}}\frac{\partial}{\partial\eta}[(1-\eta^2)^{\frac{1}{2}}H_\phi], \quad (41)$$

$$E_\eta=-\frac{c}{i\omega}\frac{1}{h_\xi h_\phi}\frac{\partial}{\partial\xi}(h_\phi H_\phi)$$

$$= -\frac{1}{ikf(\xi^2-\eta^2)^{\frac{1}{2}}}\frac{\partial}{\partial\xi}[(\xi^2-1)^{\frac{1}{2}}H_\phi]. \tag{42}$$

因此,在 $\xi > \xi_0'$ 的无限空間内的总場量的普遍表示式为

$$H_\phi = \frac{4k^2 i I_m}{\omega f}\sum_{l=0}^{\infty}\mathscr{P}R_{1,l}^{(3)}(kf,\xi)S_{1,l}^{(1)}(kf,\eta), \tag{43}$$

$$E_\eta = -\frac{4kI_m}{\omega f^2(\xi^2-\eta^2)^{\frac{1}{2}}}\sum_{l=0}^{\infty}\mathscr{P}S_{1,l}^{(1)}(kf,\eta)\frac{\partial}{\partial\xi}[\sqrt{\xi^2-1}\,R_{1,l}^{(3)}(kf,\xi)], \tag{44}$$

$$E_\xi = \frac{4kI_m}{\omega f^2(\xi^2-\eta^2)^{\frac{1}{2}}}\sum_{l=0}^{\infty}\mathscr{P}R_{1,l}^{(3)}(kf,\xi)\frac{\partial}{\partial\eta}[\sqrt{1-\eta^2}\,S_{1,l}^{(1)}(kf,\eta)]. \tag{45}$$

現在让我們来求从 ξ_0 到 ξ_0' 区域内的場量. 这时橢球面 ξ 将这个区域分成两部分:一部分是从 ξ 到 ξ_0',另一部分是从 ξ_0 到 ξ. 仍設 ξ_1 为这两部分中的变量,則从 ξ 到 $\xi_0'(\eta=1)$ 中的偶极子在考慮点所产生的場量为

$$(H_\phi^0)_{\xi\to\xi_0'} = -$$

$$\int_{\xi}^{\xi_0'}\left\{k^2\frac{i}{\omega}I_m\sin kf(\xi_0'-\xi_1)d(f\xi_1)\frac{4}{f\sqrt{\xi_1^2-1}}\sum_{l=0}^{\infty}\frac{\sigma_{1,l}}{N_{1,l}}R_{1,l}^{(3)}(kf,\xi_1)R_{1,l}^{(1)}(kf,\xi)S_{1,l}^{(1)}(kf,\eta)\right\}$$

$$= k^2\frac{i}{\omega}I_m\frac{4}{f}\sum_{l=0}^{\infty}\frac{\sigma_{1,l}}{N_{1,l}}\mathscr{C}(\xi)R_{1,l}^{(1)}(kf,\xi)S_{1,l}^{(1)}(kf,\eta), \tag{46}$$

其中

$$\mathscr{C}(\xi) = -\int_{\xi}^{\xi_0'}\sin kf(\xi_0-\xi_1)\cdot(\xi_1^2-1)^{-\frac{1}{2}}R_{1,l}^{(3)}(kf,\xi_1)d(f\xi_1). \tag{47}$$

从 ξ_0 到 $\xi\ (\eta=1)$ 中的偶极子在考慮点所产生的場量为

$$(H_\phi^0)_{\xi_0\to\xi} =$$

$$-\int_{\xi_0}^{\xi}\left\{k^2\frac{i}{\omega}I_m\sin kf(\xi_0'-\xi_1)d(f\xi_1)\frac{4}{f\sqrt{\xi_1^2-1}}\sum_{l=0}^{\infty}\frac{\sigma_{1,l}}{N_{1,l}}R_{1,l}^{(1)}(kf,\xi_1)R_{1,l}^{(3)}(kf,\xi)S_{1,l}^{(1)}(kf,\eta)\right\}$$

$$= k^2\frac{i}{\omega}I_m\frac{4}{f}\sum_{l=0}^{\infty}\frac{\sigma_{1,l}}{N_{1,l}}\mathscr{H}(\xi)R_{1,l}^{(3)}(kf,\xi)S_{1,l}^{(1)}(kf,\eta), \tag{48}$$

其中

$$\mathscr{H}(\xi) = -\int_{\xi_0}^{\xi}\sin kf(\xi_0-\xi_1)\cdot(\xi_1^2-1)^{-\frac{1}{2}}R_{1,l}^{(1)}(kf,\xi_1)d(f\xi_1). \tag{49}$$

因此,在从 ξ_0 到 ξ_0' 区域内任一点的总場量可以表示为

$$H_\phi = (H_\phi^0)_{\xi\to\xi_0'} + (H_\phi^0)_{\xi_0\to\xi} + H_\phi'$$

$$= k^2\frac{i}{\omega}I_m\frac{4}{f}\Bigg[\sum_{l=0}^{\infty}\frac{\sigma_{1,l}}{N_{1,l}}\mathscr{C}(\xi)R_{1,l}^{(1)}(kf,\xi)S_{1,l}^{(1)}(kf,\eta) +$$

$$+\sum_{l=0}^{\infty}\frac{\sigma_{1,l}}{N_{1,l}}\mathscr{H}(\xi)R_{1,l}^{(3)}(kf,\xi)S_{1,l}^{(1)}(kf,\eta)+\sum_{l=0}^{\infty}A_l(\xi_0,\xi_0')R_{1,l}^{(3)}(kf,\xi)S_{1,l}^{(1)}(kf,\eta)\Bigg]$$

$$= k^2\frac{i}{\omega}I_m\frac{4}{f}\sum_{l=0}^{\infty}[\mathscr{L}(\xi)R_{1,l}^{(1)}(kf,\xi)S_{1,l}^{(1)}(kf,\eta)+\mathscr{M}(\xi)R_{1,l}^{(3)}(kf,\xi)S_{1,l}^{(1)}(kf,\eta)], \tag{50}$$

其中

$$\mathscr{L}(\xi)=\frac{\sigma_{1,l}}{N_{1,l}}\mathscr{C}(\xi), \tag{51}$$

$$\mathscr{M}(\xi)=\frac{\sigma_{1,l}}{N_{1,l}}\mathscr{H}(\xi)+A_l(\xi_0,\xi_0'). \tag{52}$$

最后得从 ξ_0 到 ξ_0' 区間的总場量的普遍式如下：

$$H_\phi=\frac{4k^2iI_m}{\omega f}\sum_{l=0}^{\infty}\{\mathscr{L}(\xi)R_{1,l}^{(1)}(kf,\xi)S_{1,l}^{(1)}(kf,\eta)+\mathscr{M}(\xi)R_{1,l}^{(3)}(kf,\xi)S_{1,l}^{(1)}(kf,\eta)\}, \tag{53}$$

$$E_\eta=-\frac{4kI_m}{\omega f^2(\xi^2-\eta^2)^{\frac12}}\sum_{l=0}^{\infty}\Big\{S_{1,l}^{(1)}(kf,\eta)\frac{\partial}{\partial\xi}[(\xi^2-1)^{\frac12}(\mathscr{L}(\xi)R_{1,l}^{(1)}(kf,\xi)+ + \mathscr{M}(\xi)R_{1,l}^{(3)}(kf,\xi))]\Big\}, \tag{54}$$

$$E_\xi=\frac{4kI_m}{\omega f^2(\xi^2-\eta^2)^{\frac12}}\sum_{l=0}^{\infty}\Big\{[\mathscr{L}(\xi)R_{1,l}^{(1)}(kf,\xi)+ + \mathscr{M}(\xi)R_{1,l}^{(3)}(kf,\xi)]\frac{\partial}{\partial\eta}[(1-\eta^2)^{\frac12}S_{1,l}^{(1)}(kf,\eta)]\Big\}. \tag{55}$$

参　考　文　献

[1] 任　朗，物理学报，**17** (1961)，23—30；
Jen Lang (任朗)，*Scientia Sinica*，(中国科学)，**11** (1962)，171—184.
[2] Белкина, М. Г. Характеристики излучения вытянутого эллипсоида вращения, в сборник "Дифракция электромагнитных волн на некоторых телах вращения", Изд. "Сов. Радио" 1957.
[3] Stratton, J. A. and others, Spheroidal Wave Functions, 1956.

RADIATION FROM A LINEAR MONOPOLE ANTENNA AT THE TIP OF A METALLIC PROLATE SPHEROID

JEN LANG

ABSTRACT

The radiation of a thin linear monopole antenna of any length erected at the tip and along the axis of a metallic spheroid of any length and eccentricity is analized. The monopole is excited at its base. General expressions for the fields are obtained.