

确定潜水含水层系统参数的 Boulton-RA GA 方法

高瑞忠¹, 朝伦巴根¹, 朱仲元¹, 贾德彬¹, 柴建华²

(1. 内蒙古农业大学水利与土木建筑工程学院, 呼和浩特 010018; 2. 内蒙古水利科学研究院, 呼和浩特 010020)

摘要: 在对考虑迟后排水的 N. S. Boulton 第二潜水井流模型解析解分析的基础上, 将复合高斯求积法和具有随机搜索寻优特性的实数编码加速遗传算法(RA GA)相结合对其进行优化求解, 提出了确定潜水含水层系统参数的 Boulton-RA GA 法。以计算实例表明, Boulton-RA GA 法可以取得很好的求参效果, 并且与传统方法比较, 方法简单, 快速, 不需要分抽水时间——降深过程的前、后段进行参数确定, 大大简化了潜水含水层的参数确定过程, 对于缩短抽水时间确定含水层系统参数具有重要的意义。

关键词: 含水层系统参数; RA GA; N. S. Boulton 第二潜水井流理论

中图分类号: S276.3

文献标识码: A

文章编号: 1002-6819(2004)06-0023-04

0 引言

根据已知的含水层系统参数, 利用数学模型预测地下水流的未来状况, 称之为正问题; 以地下水动态资料来认识含水层条件, 确定含水层系统参数是地下水资源计算、模拟评价、动态预测和管理中的基本问题, 称之为反问题。Boulton 通过引入迟后排水概念提出了潜水含水层参数的解析解; Prickett 系统阐述了基于 Boulton 标准曲线利用图解法确定潜水含水层参数的过程; Neuman 通过考虑在抽水过程中含水层的弹性释水和各向异性的特点, 给出了潜水含水层水流方程的解析解及推求潜水含水层参数的 Neuman 标准曲线。Huang (1996) 利用非线性最小二乘和有限差分牛顿法(NLN)确定了潜水含水层的水力特征参数; 陈喜等(1998)^[1]将抽水降深——时间过程分为前、后段分别采用单纯形法在计算机上自动优选潜水含水层系统参数; Leng C. H (2003)^[2]利用扩展的卡尔曼滤波器和三次样条函数插值推求了潜水含水层系统的参数; 本文以 Boulton-RA GA 法确定了潜水含水层系统参数。Boulton-RA GA 法不需要分抽水时段的前、后期分别求参, 而且通过计算机运算实现参数的自动优选, 大大简化了潜水含水层的参数确定过程。

抽水条件下, 潜水含水层的水流运动与承压含水层的水流运动的情况不同^[3]:

- 1) 潜水井流的导水系数 $T = Kh$ 随距离 r 和时间 t 而变化, 而承压水井流 $T = KM$, 和 r, t 无关;
- 2) 潜水井流当降深较大时, 垂向分速度不可忽略, 在井附近为三维流。而水平含水层中的承压井流垂向分速度可忽略, 一般为二维流或可近似地当二维流来处理;

理;

3) 从潜水井抽出的水量主要来自含水层的重力疏干。重力疏干不能瞬时完成, 而是逐渐被释放出来, 因而出现明显地迟后于水位下降的现象。虽然潜水面下降了, 但潜水面以上的非饱和带继续向下不断地补给潜水。因此, 测出的给水度在抽水期间是以一个递减的速率逐渐增大的。只有抽水时间足够长, 给水度才实际趋于一个常数。承压水井流则不同, 按泰斯理论, 抽出的水来自含水层贮存量的释放, 因而接近于瞬时完成, 贮水系数是常数。

到目前为止, 还没有同时考虑上述 3 种情况完备的潜水非稳定井流公式。

目前, 有关计算潜水非稳定完整井流的方法主要有:

- 1) 在一定条件下可将承压水完整井流公式应用于潜水完整井流的近似计算。潜水完整井在降深不大的情况下, 即 $s < 0.1H_0$, H_0 为抽水前潜水含水层的厚度, 可以采用修正降深直接利用泰斯公式。
- 2) 考虑井附近流速垂直分量的分析方法——Boulton 第一潜水井流模型。
- 3) 考虑迟后排水的分析方法——Boulton 第二潜水井流模型。
- 4) 既考虑流速的垂直分量又考虑潜水含水层弹性释水的 Neuman 法。

1 理论基础

1.1 Boulton 第二潜水井流模型

1.1.1 假设条件

含水层为均质、各向同性, 隔水底板水平无限延伸; 初始自由水面为水平;

完整井, 井径无限小, 降深远小于潜水流初始厚度的定流量抽水;

水流服从达西定律;

抽水时, 水位下降, 含水层中的水不能瞬时排出, 存在着迟后现象。

1.1.2 数学模型及其解析解

Boulton 提出考虑迟后重力排水的潜水流模型为

收稿日期: 2004-05-17 修订日期: 2004-10-14

基金项目: 国家自然科学基金重点资助项目(50139040)

作者简介: 高瑞忠(1977-), 男, 内蒙古阿拉善盟人, 博士研究生, 研究方向: 水资源优化配置研究。呼和浩特 内蒙古农业大学水利与土木建筑工程学院, 010018

通讯作者: 朝伦巴根(1940-), 男, 内蒙古兴安盟人, 博士生导师, 从事水文水资源的教学与研究工作。呼和浩特 内蒙古农业大学水利与土木建筑工程学院, 010018。Email: Chaolunbagen@cast.org.cn

$$T \left(\frac{\partial^2 s}{\partial t^2} + \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial s}{\partial r} \right) = \mu \frac{\partial s}{\partial t} + \alpha \cdot \mu \cdot \frac{\partial s}{\partial t} \cdot e^{-\alpha(r-v)t} \quad (1)$$

相应的定解条件为

$$s(r, 0) = 0 \quad (2)$$

$$s(r, t) = 0 \quad t > 0 \quad (3)$$

$$\lim_{r \rightarrow 0} \left(r \frac{\partial s}{\partial r} \right) = - \frac{Q}{2\pi T} \quad t > 0 \quad (4)$$

Boulton 求得的解析解为

$$s = \frac{Q}{4\pi T} \frac{2}{x} \left\{ 1 - e^{-u_1} \left[\operatorname{ch} u_2 + \frac{\alpha \eta (1-x^2)t}{2u_2} \operatorname{sh} u_2 \right] \right\} J_0 \left(\frac{r}{vD} x \right) dx \quad (5)$$

式中 s ——定流量抽水, 距抽水井 r 处 t 时刻的降深;

$D = \sqrt{\frac{T}{\alpha\mu}}$ 为疏干因素;

$$u_1 = \frac{\alpha \eta (1+x^2)}{2}; \quad u_2 = \frac{\alpha \sqrt{\eta(1+x^2)^2 - 4\eta k^2}}{2};$$

$$v = \sqrt{\frac{\eta-1}{\eta}} = \sqrt{\frac{\mu}{\mu+\mu'}}; \quad \eta = \frac{\mu+\mu'}{\mu}$$

式中 μ ——贮水系数; μ' ——给水度; $1/\alpha$ ——延迟指数, α 为经验系数; x ——积分变量; r ——观测孔距抽水孔的距离; $J_0(x)$ ——第一类零阶 Bessel 函数。

1.2 Boulton-RA GA 方法的理论基础

因为公式(5)的积分项不能用初等函数表示, 所以传统的方法是通过对其进行简化, 分为抽水前期和后期两部分并函数分别进行数值求解, 并且作出不同参数的标准曲线, 通过匹配标准曲线来进行参数确定, 该法计算繁琐、费时, 而且参数结果也会因人而异。本文直接应用实数编码的加速遗传算法 (Real coding Accelerating Genetic Algorithm-RA GA) 和复合高斯求积法对公式(5)进行求解, 提出确定潜水含水层系统参数的 Boulton-RA GA 法。

1.2.1 实数编码的加速遗传算法 (RA GA)

遗传算法是模拟生物自然选择和群体遗传机理的数值优化方法, 具体地说, 遗传算法把随机生成的可行解作为父代群体, 把适应度函数作为父代个体适应环境能力的度量, 经过选择、杂交、变异生成子代个体, 优胜劣汰, 如此反复迭代, 使个体适应能力不断提高, 优秀个体不断向最优点逼近。

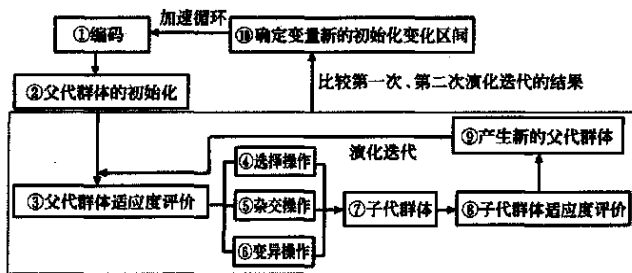


图 1 加速遗传算法计算步骤流程

Fig 1 Flow chart of calculating process of the accelerating genetic algorithm

文献[4], [5]在简单遗传算法 (Simple Genetic

Algorithm) 的基础上对遗传算法进行了改进, 提出了加速遗传算法 (Accelerating Genetic Algorithm), 并且在水科学应用中取得了良好的效果。图 1 给出了加速遗传算法的计算流程图。本文采用的是编码方式为实数的加速遗传算法。

1.2.2 Boulton 模型解析解的分析

为了计算方便, 将公式(5)变为

$$s = \frac{Q}{4\pi T} \frac{1}{x} \left\{ 2 - \left[(e^{u_2-u_1} + e^{-(u_1+u_2)}) + \frac{\alpha \eta (1-x^2)t}{2u_2} (e^{u_2-u_1} - e^{-(u_1+u_2)}) \right] \right\} J_0 \left(\frac{r}{vD} x \right) dx \quad (6)$$

1) 在给定其他参数时, 当 x , 积分函数中的 $\frac{1}{x} \left\{ 2 - \left[e^{u_2-u_1} + e^{-(u_1+u_2)} + \frac{\alpha \eta (1-x^2)t}{2u_2} (e^{u_2-u_1} - e^{-(u_1+u_2)}) \right] \right\}$ 始终大于 0;

2) 采用其级数展开式^[6,7]

$$J_0(z) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-1)^k}{k! \Gamma(k+1)} \left(\frac{z}{2} \right)^{2k} = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-1)^k}{(k!)^2} \left(\frac{z}{2} \right)^{2k} \quad (7)$$

取 $J_0(z)$ 的近似式, k 取偶数时, $\lim_{z \rightarrow 0} J_0(z) = 1$, k 取奇数时, $\lim_{z \rightarrow 0} J_0(z) = 0$ 。对 $k = 4, 8$ 进行分析, $J_0(z)$ 无论 k 为偶数还是奇数, 都会在 $z = 2.404827$ 处近似取得零点。当 z 小于 2.404827 时, $J_0(z) > 0$; 当 z 大于 2.404827 且 k 为偶数时, $J_0(z)$ 会出现小于 0 的区间, 随着 z 的继续增大, $J_0(z)$ 趋于正无穷; 当 z 大于 2.404827 且 k 为奇数时, $J_0(z)$ 始终小于 0, 并且趋于负无穷。

3) 一般在不受其他因素的影响下, 抽水降深应是始终大于 0。由(1)和(2)可知, 为了保证计算抽水降深大于 0, 公式(6)的 $J_0(rx/vD)$ (中的 $rx/vD < 2.404827$, 从而可以确定积分变量 x 的范围为 $[0, 2.404827vD/r]$, 这样, Boulton 模型解析解可以写为

$$s = \frac{Q}{4\pi T} \frac{2.404827 \frac{vD}{r}}{x} \left\{ 2 - \left[(e^{u_2-u_1} + e^{-(u_1+u_2)}) + \frac{\alpha \eta (1-x^2)t}{2u_2} (e^{u_2-u_1} - e^{-(u_1+u_2)}) \right] \right\} J_0 \left(\frac{r}{vD} x \right) dx \quad (8)$$

1.2.3 复合高斯求积法

本文采用数值积分方法中的复合高斯求积法求解公式(8), 其过程如下

$$f(x) = \frac{1}{x} \left\{ 2 - \left[(e^{u_2-u_1} + e^{-(u_1+u_2)}) + \frac{\alpha \eta (1-x^2)t}{2u_2} (e^{u_2-u_1} - e^{-(u_1+u_2)}) \right] \right\} J_0 \left(\frac{r}{vD} x \right)$$

$$s = \frac{Q}{4\pi T} \frac{2.404827 \frac{vD}{r}}{x} \int_{x_i}^{x_{i+1}} f(x) dx$$

式中 M ——积分区间的离散数目。

$$\Delta x = \frac{2.404827 \frac{vD}{r}}{M}; \quad x_{i+\frac{1}{2}} = (x_i + x_{i+1})/2;$$

$$z_i^1 = (x_{i+\frac{1}{2}} - \Delta x/2\sqrt{3}); \quad z_i^2 = (x_{i+\frac{1}{2}} + \Delta x/2\sqrt{3})$$

$$\text{经变换得: } \int_{x_i}^{x_{i+1}} f(x) dx \approx \frac{\Delta x}{2} [f(z_i^1) + f(z_i^2)]$$

如 M 取得足够大, 降深 s 可用下面复合公式近似表示

$$s \approx \frac{Q}{4\pi T} \cdot \frac{\Delta x}{2} \sum_{i=1}^M [f(z_i^1) + f(z_i^2)] \quad (9)$$

1.2.4 Boulton-RA GA 法确定含水层系统参数

综合 1.2.1、1.2.2、1.2.3, 选择导水系数 T 、给水度 μ 、贮水系数 μ' 和 r/D 为优化变量, 利用 RA GA 优化如下目标函数

$$f(T, \mu, \mu', r/D) = \sum_{i=1}^n |s_i - s_i^c| \quad (10)$$

式中 s_i ——抽水 i 时刻的实测降深, m; s_i^c ——抽水 i 时刻的 Boulton-RA GA 计算降深, m; n ——抽水时段内观测的实测降深数目。

2 计算实例

2.1 抽水试验一

选择文献[1]中的抽水试验: 在某地第四系含水层中进行抽水试验, 含水层由含砾石的中砂组成, 厚 7.75 m, 隔水底板为砂岩。抽水井为完整井, 井径 0.32 m, 抽水延续 40 h 50 min, 流量 $Q = 52.8 \text{ m}^3/\text{h}$, 距抽水井 10 m 有一观测孔。

从理论上讲选择优化变量变化范围没有限制, 但好的优化变量变化范围的初选值可以减少 RA GA 的迭代次数, 节省计算时间, 根据含水层岩性描述确定各优化变量的上下限。表 1 给出了 Boulton-RA GA 的运行参数和计算结果。

表 1 文献[1]Boulton-RA GA 的运行参数及两种方法计算结果

Table 1 Parameters and calculated results of the pumping test 1 from Boulton-RA GA and the reference [1]

	优化变量			
	T $/\text{m}^2 \cdot \text{min}^{-1}$	μ	μ'	r/D
优化范围	[0.1, 1.5]	[0.001, 0.25]	[0.00001, 0.01]	[0.1, 5.0]
Boulton-RA GA 计算结果	0.943	0.125	0.0036	0.311
文献[1]计算结果	1.115	0.046	0.0019	0.163

表 2 文献[1]Boulton-RA GA 计算降深与实测降深拟合误差分析

Table 2 Observed values and calculated draw downs error analysis of the pumping test from reference [1] Boulton-RA GA

	平均绝对误差/m	平均相对误差/%	相对误差绝对值落在下列区间的百分比/%		
			[0, 5]	[0, 15]	[0, 20]
文献计算拟合	0.011	4.002	60	96.667	100
Boulton-RA GA 计算降深拟合	0.007	2.561	80	100	100

从表 1 可以看出, Boulton-RA GA 计算的导水系数 T 与文献[1]计算值接近, 其他参数二者相差较大, 但从

表 2 的降深拟合误差分析可知, Boulton-RA GA 计算降深对实测降深的拟合程度要明显优于文献计算值; 图 2 也可以看出, Boulton-RA GA 计算降深可以更好的反映抽水试验的降深——时间关系, 所以可以认为, Boulton-RA GA 法计算的参数是可靠的, 而且精度较高。

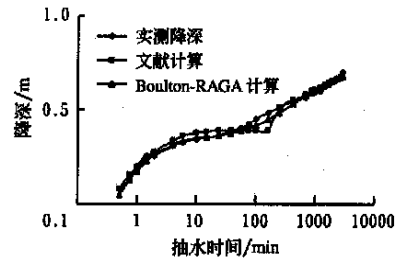


图 2 文献[1]实测降深与各计算降深拟合曲线

Fig 2 Fitted curves of the observed draw downs and calculated draw downs of the Pumping Test 1

2.2 抽水试验二

选择国家自然科学基金重点项目研究区内进行的潜水非稳定流抽水试验资料, 抽水试验场布置在水泉沟移民新村, 距多伦县诺尔镇西 2 km。试验场含水层为第四纪孔隙潜水, 抽水井为完整井, 井径 0.32 m, 抽水延续 2800 min, 流量 $Q = 0.618 \text{ m}^3/\text{min}$ 。图 3 给出了抽水孔和观测孔的布设示意图, 本文给出用 5 号观测孔参数确定过程。

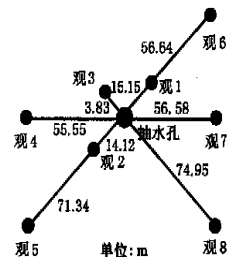


图 3 抽水试验二抽水孔及观测孔布置示意图

Fig 3 Position of the pumping well and observed well of the Pumping Test 2

根据含水层岩性描述确定各优化变量的上下限, 利用 Boulton-RA GA 优化确定各参数, 结果列于表 3。

表 3 抽水试验二 Boulton-RA GA 的运行参数及计算结果

Table 3 Parameters and results of the pumping Test from Boulton-RA GA

	优化变量			
	T $/\text{m}^2 \cdot \text{min}^{-1}$	μ	μ'	r/D
优化范围	[0.1, 1.0]	[0.001, 0.25]	[0.00001, 0.01]	[0.1, 5.0]
Boulton-RA GA 计算结果	0.193	0.100	0.0033	1.579

表4 抽水试验二Boulton-RA GA 计算降深与实测降深拟合误差分析

Table 4 Fitted error analyses of the observed and calculated draw downs of the Pumping Test from Boulton-RA GA

	平均绝对 误差/m	平均相对 误差/%	相对误差绝对值 落在下列区间的百分比/%			
			[0, 5]	[0, 15]	[0, 20]	[0, 30]
Boulton-RA GA 计算降深拟合	0.003	2.556	91.489	95.745	95.745	100

从表4的Boulton-RA GA 计算降深与实测降深拟合误差分析以及图4 实测降深与计算降深的拟合曲线可以看出,计算的降深——时间关系曲线可以很好的反映实际的降深——时间过程,所以可以认为参数确定是可靠的。

同样,我们利用Boulton-RA GA 确定了研究区内其他抽水试验点的含水层系统参数。

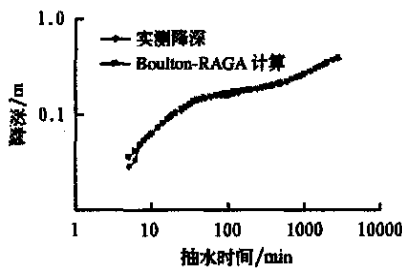


图4 抽水试验二5号观测孔实测降深与计算降深拟合曲线

Fig 4 Fitted curves of the observed draw downs and calculated draw downs of the Pumping Test

3 结论

1) 在对考虑迟排水的N. S Boulton 第二潜水井

流模型解析解分析的基础上,将复合高斯求积法和具有随机搜索寻优特性的实数编码加速遗传算法(RA GA)相结合进行优化求参,提出了确定潜水含水层系统参数的Boulton-RA GA 法。

2) 通过对 $J_0(z)$ 函数的分析,确定了N. S Boulton 第二潜水井流模型的解析解中积分变量的积分范围。

3) 以计算实例的对比分析以及对Boulton-RA GA 计算降深与实测降深的拟合状况分析表明,Boulton-RA GA 法确定潜水含水层系统参数方便、快速、精度高,不必象传统方法分抽水时间——降深过程的前、后段分别进行参数确定。

[参 考 文 献]

- [1] 陈喜 含水层水文地质参数自动优选方法[J] 工程勘察, 1998, (2): 40- 43
- [2] Leng C H, Yeh H D. Aquifer parameter identification using the extended Kalman filter[J]. Water Resour Res, 2003, 39(3), SBH9- 1/15
- [3] 薛禹群 地下水动力学原理[M] 北京: 地质出版社, 1986
- [4] 金菊良, 丁晶 水资源系统工程[M] 成都: 四川科学技术出版社, 2000
- [5] 金菊良, 丁晶 遗传算法及其在水科学中的应用[M] 成都: 四川科学技术出版社, 2002
- [6] 熊洪允, 曾绍标, 毛云英 应用数学基础(下册)[M] 天津大学出版社, 1994
- [7] 王竹溪, 郭敦仁 特殊函数概论[M] 北京大学出版社, 2000
- [8] 朝伦巴根, 高新科 计算机数值方法[M] 北京: 水利电力出版社, 1994
- [9] 朝伦巴根, 等 水文水资源水环境应用软件研制与开发[R] 内蒙古农牧学院水资源研究所, 1992

Boulton-RA GA method for identifying unconfined aquifer parameters

Gao Ruizhong¹, Chaolunbagen¹, Zhu Zhongyuan¹, Jia Debin¹, Chai Jianhua²

(1. College of Hydraulic and Civil Engineering, Inner Mongolia Agricultural University,

Huhot 010018, China; 2. Institute of Inner Mongolia Water Resources, Huhot 010020, China)

Abstract Based on analyzing the solution of the Boulton model introducing the concept of delayed yield and combining the Gauss Integral with Real coding Accelerating Genetic Algorithm (RA GA), a new method was presented——Boulton-RA GA for identifying unconfined aquifer parameters. By actually applying, this approach can be used to quickly identify the aquifer parameters, and the obtained parameters were proved to have good accuracy.

Key words: unconfined aquifer parameter; RA GA; Boulton theory