

論 三 能 級 變 頻 器*

方 勵 之 李 鉄 城

提 要

本文計算了三能級 ($E_3 > E_2 > E_1$) 量子變頻器輸出的相干部分與非相干部分的綫型。分別對光頻波之間、光頻波與微波間以及微波間的變頻作了討論。三能級量子變頻器有兩類工作方式。在方式 I 中, 泵頻率 $\sim \frac{1}{\hbar}(E_2 - E_1)$, 輸入訊號頻率 $\sim \frac{1}{\hbar}(E_3 - E_2)$, 輸出訊號頻率 $\sim \frac{1}{\hbar}(E_3 - E_1)$ 。在方式 II 中, 泵頻率 $\sim \frac{1}{\hbar}(E_3 - E_2)$, 輸入訊號頻率 $\sim \frac{1}{\hbar}(E_2 - E_1)$, 輸出訊號頻率 $\sim \frac{1}{\hbar}(E_3 - E_1)$ 。本文計算表明對於光頻波段的變頻, 工作方式 II 是比較優越的。

一、引 言

近來, 由於光激射器件的出現, 無線電技術已開始擴展到光頻波段。因此, 設計光頻波段的變頻器已經是必要的了。變頻器的任務是將某一頻率的光訊號變成另一頻率的光訊號, 或者變成微波訊號。訊號頻率的轉換是有很大意義的。例如, 如果能有效地將紅外光訊號轉變成可見光訊號, 則將有助於紅外光的探測。又如在放大器前級裝置適當的變頻器可以擴大放大器的適用帶寬。

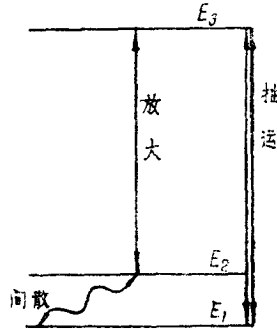
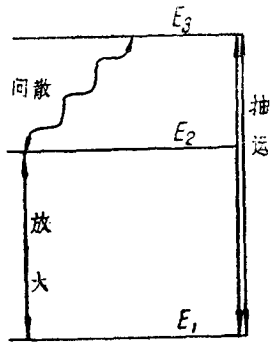
最近有人^[1]提出利用電介質的非綫性機構變頻, 用這種方法只有在滿足所謂匹配條件時才有較高的效率, 否則效率是不高的。如果輸入訊號較弱, 在放大器的前級利用這種變頻器不一定適宜。利用共振體系或近共振體系進行變頻是必要的。

利用共振體系變頻的想法最早由 Scnitzky^[2] 提出, 稍後 Файн^[3] 等也曾經討論過。在微波波段利用這種方法變頻已經實現了^[4]。這種變頻器的原理是很簡單的。例如, 一個三能級 ($E_3 > E_2 > E_1$) 的分子體系, 當用來做放大器時, 是取抽運頻率 $\simeq \frac{1}{\hbar}(E_3 - E_1)$; 工作頻率 $\simeq \frac{1}{\hbar}(E_2 - E_1)$ 或 $\frac{1}{\hbar}(E_3 - E_2)$ 。而當用來做變頻器時, 是取抽運頻率 $\simeq \frac{1}{\hbar}(E_3 - E_2)$ 或 $\frac{1}{\hbar}(E_2 - E_1)$; 輸入頻率 $\simeq \frac{1}{\hbar}(E_2 - E_1)$ 或 $\frac{1}{\hbar}(E_3 - E_2)$; 輸出頻率為 $\frac{1}{\hbar}(E_3 - E_2)$ (見圖 1)。

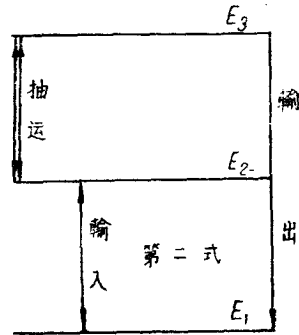
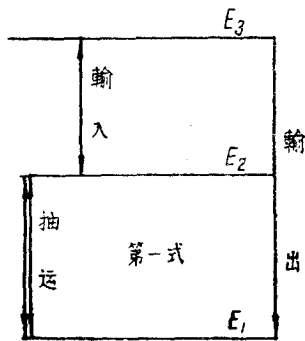
本文的目的主要是分析輸出強度隨輸入頻率及抽運頻率的變化, 及其與輸入強度及抽運強度的關係。並比較兩種不同工作方式(參看圖 1)的三能級變頻器的效果。

我們知道, 輸出躍遷 ($E_3 \rightarrow E_1$) 是自發躍遷。按照文獻[5], 分子在相干場內的自發

* 1963年7月15日收到。



(a) 放大器



(b) 变频器

图 1

跃迁包含两部分：(1)非相干部分，即其相角不能由输入讯号相角及抽运相角确定，这种自发辐射强度取决于分子在能级 3 上的占据几率；(2)相干的自发辐射。这是一种诱生电矩产生的辐射，其相角一般由产生诱生电矩的外场的相角以及分子跃迁能级间的相对相角确定。虽然，各个分子其能级间的相角差是完全无规的，但从本文可以看到，三能级变频器输出的相干部分的相角完全由输入讯号相角及抽运相角确定。因此，利用三能级变频器可以得到一部分完全相干的自发辐射。显然，非相干输出对变频器是不利的(产生噪声)。下面将分别分析这两类输出。

我们所用的方法类似于文献[6],[7]中所用的方法。对分子体系的弛豫机构同样采取强碰撞模型，即一次碰撞后完全失去记忆而回到平衡态的填布。平均碰撞时间为 τ 。

二、计 算

在外场作用下，分子的哈密顿算符为

$$\hat{H} = \hat{H}_0 - \hat{\mu} \cdot (\mathbf{E}' + \mathbf{E}), \quad (2.1)$$

其中 \hat{H}_0 为无外场时分子的哈密顿算符。于此采用了电偶极近似。 $\hat{\mu}$ 为分子的电矩算符；

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}_0 \sin \omega t, \quad \mathbf{E}' = \mathbf{E}'_0 \sin \omega' t, \quad \omega \sim \omega_0 = \frac{1}{\hbar} (E_3 - E_2), \quad \omega' \sim \omega'_0 = \frac{1}{\hbar} (E_2 - E_1).$$

分子的波函数是

$$\Psi = a_1(t) \exp\left[-i \frac{E_1}{\hbar} t\right] \psi_1 + a_2(t) \exp\left[-i \frac{E_2}{\hbar} t\right] \psi_2 + a_3(t) \exp\left[-i \frac{E_3}{\hbar} t\right] \psi_3, \quad (2.2)$$

其中 ψ_1, ψ_2 及 ψ_3 为相应于能级 E_1, E_2 及 E_3 的定态波函数, 薛定谔方程为

$$\frac{da_1}{dt} = y a_2 e^{i(\omega' - \omega'_0)t}, \quad (2.3a)$$

$$\frac{da_2}{dt} = x a_3 e^{i(\omega - \omega_0)t} - y^* a_1 e^{-i(\omega' - \omega'_0)t}, \quad (2.3b)$$

$$\frac{da_3}{dt} = -x^* a_2 e^{-i(\omega - \omega_0)t}, \quad (2.3c)$$

其中 $x = \mu_{23} E_0 / 2\hbar$; $y = \mu_{12} E_0' / 2\hbar$; μ_{23} 及 μ_{12} 为分子的电矩矩阵元, 在写出这个方程时已略去了非共振项。

以下对两类工作方式分别求解。对于工作方式 I, E' 为抽运场强; E 为输入讯号; $|y| \gg |x|$, 所以对 x 可以只解到一级近似, 求得相应于三种初条件的波函数。

(1) 当 $a_1(t_0) = 1, a_2(t_0) = a_3(t_0) = 0$ 时, 解为

$$a_1^1(t) \cong \frac{1}{2} e^{\frac{i}{2}(\omega' - \omega'_0)(t-t_0)} [(1-a)e^{i\gamma(t-t_0)} + (1+a)e^{-i\gamma(t-t_0)}], \quad (2.4a)$$

$$a_2^1(t) \cong \frac{iy^*}{2\gamma} e^{-\frac{i}{2}(\omega' - \omega'_0)(t+t_0)} [e^{i\gamma(t-t_0)} - e^{-i\gamma(t-t_0)}], \quad (2.4b)$$

$$a_3^1(t) \cong -\frac{x^* y^*}{2\gamma} e^{-i\Omega_0 t_0} \left[\frac{e^{i(\gamma-\Omega)(t-t_0)} - 1}{\gamma - \Omega} + \frac{e^{-i(\gamma+\Omega)(t-t_0)} - 1}{\gamma + \Omega} \right], \quad (2.4c)$$

其中

$$a = \frac{\omega' - \omega'_0}{2\gamma}; \quad \gamma = \frac{1}{2} [(\omega' - \omega'_0)^2 + 4|y|^2]^{1/2};$$

$$\Omega = \frac{1}{2} (\omega' - \omega'_0) + (\omega - \omega_0); \quad \Omega_0 = (\omega' - \omega'_0) + (\omega - \omega_0).$$

(2) 当 $a_1(t_0) = 0, a_2(t_0) = 1, a_3(t_0) = 0$ 时, 解为

$$a_1^2(t) \cong \frac{iy}{2\gamma} e^{i(\omega' - \omega'_0)t} [e^{i\Omega_1(t-t_0)} - e^{i\Omega_2(t-t_0)}], \quad (2.5a)$$

$$a_2^2(t) \cong \frac{1}{2\gamma} e^{-\frac{i}{2}(\omega' - \omega'_0)(t-t_0)} [-\Omega_1 e^{-i\gamma(t-t_0)} + \Omega_2 e^{i\gamma(t-t_0)}], \quad (2.5b)$$

$$a_3^2(t) \cong \frac{ix^*}{2\gamma} \left[\frac{\Omega_1}{(\omega - \omega_0) + \Omega_2} e^{i\Omega_2 t_0} (e^{-it(\Omega_2 + \omega - \omega_0)} - e^{-it_0(\Omega_2 + \omega - \omega_0)}) - \frac{\Omega_2}{(\omega - \omega_0) + \Omega_1} e^{i\Omega_1 t_0} (e^{-it(\Omega_1 + \omega - \omega_0)} - e^{-it_0(\Omega_1 + \omega - \omega_0)}) \right], \quad (2.5c)$$

其中

$$\Omega_1 = \frac{1}{2} (\omega' - \omega'_0) - \gamma; \quad \Omega_2 = \frac{1}{2} (\omega' - \omega'_0) + \gamma.$$

(3) 当 $a_1(t_0) = a_2(t_0) = 0, a_3(t_0) = 1$ 时, 解为

$$a_1^3(t) \cong \frac{xye^{i\Omega_0 t_0}}{[(\omega - \omega_0)^2 + (\omega - \omega_0)(\omega' - \omega'_0) - |y|^2]} \left[\frac{\Omega_2 - \Omega_0}{2\gamma} e^{i\Omega_1(t-t_0)} - \frac{\Omega_1 - \Omega_0}{2\gamma} e^{i\Omega_2(t-t_0)} - e^{i\Omega_0(t-t_0)} \right], \quad (2.6a)$$

$$a_2^3(t) \cong \frac{ixe^{i(\omega - \omega_0)t}}{[(\omega - \omega_0)^2 + (\omega - \omega_0)(\omega' - \omega'_0) - |y|^2]} \left[\frac{(\Omega_2 - \Omega_0)\Omega_1}{2\gamma} e^{i(\Omega_1 - \Omega_0)(t-t_0)} - \frac{(\Omega_1 - \Omega_0)\Omega_2}{2\gamma} e^{i(\Omega_2 - \Omega_0)(t-t_0)} - \Omega_0 \right], \quad (2.6b)$$

$$a_3^3(t) \cong 1, \quad (2.6c)$$

处于 E_3 态的几率振幅是 $a_3(t)$ 。采用强碰撞模型,对初始时刻平均后得到处于 E_3 态上的平均几率为

$$\begin{aligned} \bar{A}_I &= \int_{-\infty}^t (f_1 |a_1^3(t)|^2 + f_2 |a_2^3(t)|^2 + f_3 |a_3^3(t)|^2) e^{-(t-t_0)/\tau} \frac{dt_0}{\tau} = \\ &= f_1 \frac{|x|^2 |y|^2 \tau^2}{\gamma^2} \left\{ \frac{1}{2[1 + (\gamma - \Omega)^2 \tau^2]} + \frac{1}{2[1 + (\gamma + \Omega)^2 \tau^2]} + \right. \\ &\quad \left. + \frac{(\gamma^2 - \Omega^2)(2\gamma^2 \tau^2 + 1)\tau^2 - 1}{(1 + 4\gamma^2 \tau^2)[1 + (\gamma - \Omega)^2 \tau^2][1 + (\gamma + \Omega)^2 \tau^2]} \right\} + \\ &\quad + f_2 \frac{|x|^2}{2\gamma^2} \left\{ \frac{\Omega_1^2 \tau^2}{1 + (\Omega_0 - \Omega_1)^2 \tau^2} + \frac{\Omega_2^2 \tau^2}{1 + (\Omega_0 - \Omega_2)^2 \tau^2} + \right. \\ &\quad \left. + \frac{\Omega_1 \Omega_2}{(\Omega_0 - \Omega_1)(\Omega_0 - \Omega_2)} \left[\frac{2 + 4\gamma^2 \tau^2}{1 + 4\gamma^2 \tau^2} - \frac{1}{1 + (\Omega_0 - \Omega_1)^2 \tau^2} - \right. \right. \\ &\quad \left. \left. - \frac{1}{1 + (\Omega_0 - \Omega_2)^2 \tau^2} \right] \right\} + f_3, \quad (2.7) \end{aligned}$$

其中 f_1, f_2 及 f_3 为玻耳兹曼统计因子, $f_1 = z^{-1}$; $f_2 = e^{-\hbar\omega'_0/kT} z^{-1}$; $f_3 = e^{-\hbar(\omega_0 + \omega'_0)/kT} z^{-1}$; $z = 1 + e^{-\hbar\omega_0/kT} + e^{-\hbar(\omega_0 + \omega'_0)/kT}$ 。

自发辐射的相干部分由诱生电矩 $\mu(t) = \langle \Psi(t), \hat{\mu} \Psi(t) \rangle$ 中频率为 $\omega + \omega'$ 的部分决定,其表示式为

$$\mu_{\omega+\omega'}(t) = 2 \operatorname{Re} [e^{-i\omega_0 t} \mu_{13} (f_1 a_1^{1*}(t) a_3^1(t) + f_2 a_1^{2*}(t) a_3^2(t) + f_3 a_1^{3*}(t) a_3^3(t))]. \quad (2.8)$$

同样对 t_0 平均后求得平均诱生电矩为

$$\begin{aligned} \bar{\mu}_I &= \frac{1}{\tau} \int_{-\infty}^t \mu_{\omega+\omega'}(t) e^{-(t-t_0)/\tau} dt_0 = \\ &= f_1 \frac{x^* y^* \mu_{13}}{2\gamma} \left\{ -\tau^2 \left[\frac{(1-a)(\gamma - \Omega)}{1 + (\gamma - \Omega)^2 \tau^2} + \frac{(1+a)(\gamma + \Omega)}{1 + (\gamma + \Omega)^2 \tau^2} - \right. \right. \\ &\quad \left. \left. - \frac{(1-a)(3\gamma - \Omega)}{(1 + 4\gamma^2 \tau^2)[1 + (\gamma - \Omega)^2 \tau^2]} - \frac{(1+a)(3\gamma + \Omega)}{(1 + 4\gamma^2 \tau^2)[1 + (\gamma + \Omega)^2 \tau^2]} \right] \right\} \times \\ &\quad \times \cos(\omega + \omega')t + \tau \left[\frac{-(1-a)}{1 + (\gamma - \Omega)^2 \tau^2} + \frac{(1+a)}{1 + (\gamma + \Omega)^2 \tau^2} + \right. \\ &\quad \left. + \frac{(1-a)[1 - 2\gamma(\gamma - \Omega)\tau^2]}{(1 + 4\gamma^2 \tau^2)[1 + (\gamma - \Omega)^2 \tau^2]} - \right. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& - \frac{(1+a)[1-2\gamma(\gamma+\Omega)\tau^2]}{(1+4\gamma^2\tau^2)[1+(\gamma+\Omega)^2\tau^2]} \sin(\omega+\omega')t \Big\} + \\
& + f_2 \frac{x^*y^*\mu_{13}}{2\gamma^2} \left\{ \left[\left(\frac{4\gamma^2\tau^2}{4\gamma^2\tau^2+1} - \frac{1}{1+(\Omega_0-\Omega_1)^2\tau^2} + \frac{1}{1+(\Omega_0-\Omega_2)^2\tau^2} \right) \times \right. \right. \\
& \times \sin(\omega+\omega')t - \left(\frac{2\gamma\tau}{1+4\gamma^2\tau^2} - \frac{(\Omega_0-\Omega_1)\tau}{1+(\Omega_0-\Omega_1)^2\tau^2} + \right. \\
& \left. \left. + \frac{(\Omega_0-\Omega_2)\tau}{1+(\Omega_0-\Omega_2)^2\tau^2} \right) \cos(\omega+\omega')t \right] \frac{\Omega_1}{\Omega_0-\Omega_1} + \\
& + \left[\left(\frac{4\gamma^2\tau^2}{4\gamma^2\tau^2+1} - \frac{1}{1+(\Omega_0-\Omega_2)^2\tau^2} + \frac{1}{1+(\Omega_0-\Omega_1)^2\tau^2} \right) \times \right. \\
& \times \sin(\omega+\omega')t - \left(\frac{-2\gamma\tau}{1+4\gamma^2\tau^2} - \frac{(\Omega_0-\Omega_2)\tau}{1+(\Omega_0-\Omega_2)^2\tau^2} + \right. \\
& \left. \left. + \frac{(\Omega_0-\Omega_1)\tau}{1+(\Omega_0-\Omega_1)^2\tau^2} \right) \cos(\omega+\omega')t \right] \frac{\Omega_2}{\Omega_0-\Omega_2} \Big\} + \\
& + f_3 \frac{2x^*y^*\mu_{13}}{[(\omega-\omega_0)^2+(\omega-\omega_0)(\omega'-\omega_0)-|y|^2]} \times \\
& \times \left\{ \left[\frac{\Omega_2-\Omega_0}{2\gamma} \frac{1}{1+\tau^2(\Omega_0-\Omega_1)^2} - \frac{\Omega_1-\Omega_0}{2\gamma} \frac{1}{1+\tau^2(\Omega_0-\Omega_1)^2} - 1 \right] \times \right. \\
& \times \cos(\omega+\omega')t + \left[-\frac{(\Omega_2-\Omega_0)(\Omega_1-\Omega_0)}{2\gamma[1+\tau^2(\Omega_0-\Omega_1)^2]} + \right. \\
& \left. \left. + \frac{(\Omega_1-\Omega_0)(\Omega_2-\Omega_0)}{2\gamma[1+\tau^2(\Omega_0-\Omega_2)^2]} \right] \tau \sin(\omega+\omega')t \right\}. \tag{2.9}
\end{aligned}$$

对于工作方式 II, E 为抽运場強, E' 为輸入訊号。一般有 $|x| \gg |y|$, 所以对 y 可求解到一級近似。类似于对方式 I 的計算, 得到相应于三种初条件的波函数:

(1) 当 $a_1(t_0) = 1, a_2(t_0) = a_3(t_0) = 0$ 时, 解为

$$a_1^1(t) \cong 1, \tag{2.10a}$$

$$\begin{aligned}
a_2^1(t) \cong & \frac{-iy^*e^{-i\Omega_0(\omega'-\omega_0)t}}{[(\omega'-\omega_0)^2+(\omega'-\omega_0)(\omega-\omega_0)-|x|^2]} \left\{ \Omega_0 e^{-i(\omega'-\omega_0)(t-t_0)} - \right. \\
& \left. - \frac{1}{2\beta} [\omega_1(\omega_2-\Omega_0)e^{i\omega_2(t-t_0)} - \omega_2(\omega_1-\Omega_0)e^{i\omega_1(t-t_0)}] \right\}, \tag{2.10b}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
a_3^1(t) \cong & \frac{-x^*y^*e^{-i\Omega_0\omega_0 t}}{[(\omega'-\omega_0)^2+(\omega'-\omega_0)(\omega-\omega_0)-|x|^2]} \left\{ e^{-i\Omega_0(t-t_0)} + \right. \\
& \left. + \frac{1}{2\beta} [(\omega_1-\Omega_0)e^{-i\omega_2(t-t_0)} - (\omega_2-\Omega_0)e^{-i\omega_1(t-t_0)}] \right\}. \tag{2.10c}
\end{aligned}$$

(2) 当 $a_1(t_0) = 0, a_2(t_0) = 1, a_3(t_0) = 0$ 时, 解为

$$\begin{aligned}
a_1^2(t) \cong & \frac{-iy}{2\beta} \left[\frac{\omega_2 e^{-i\omega_1 t_0}}{\omega'-\omega_0+\omega_1} (e^{i(\omega'-\omega_0+\omega_1)t} - e^{i(\omega'-\omega_0+\omega_1)t_0}) - \right. \\
& \left. - \frac{\omega_1 e^{-i\omega_2 t_0}}{\omega'-\omega_0+\omega_2} (e^{i(\omega'-\omega_0+\omega_2)t} - e^{i(\omega'-\omega_0+\omega_2)t_0}) \right], \tag{2.11a}
\end{aligned}$$

$$a_2^2(t) \cong \frac{1}{2\beta} e^{\frac{i}{2}(\omega-\omega_0)(t-t_0)} [\omega_2 e^{-i\beta(t-t_0)} - \omega_1 e^{i\beta(t-t_0)}], \tag{2.11b}$$

$$a_3^2(t) \cong -\frac{ix^*}{2\beta} e^{-i(\omega-\omega_0)t_0} [e^{-i\omega_0(t-t_0)} - e^{-i\omega_1(t-t_0)}], \quad (2.11c)$$

(3) 当 $a_1(t_0) = a_2(t_0) = 0$, $a_3(t_0) = 1$ 时, 解为

$$a_1^3(t) \cong -\frac{xy}{2\beta} \left[\frac{1}{\beta + \Omega'} (e^{i(\beta+\Omega')(t-t_0)} - 1) + \frac{1}{\beta - \Omega'} (e^{-i(\beta-\Omega')(t-t_0)} - 1) \right] e^{i\Omega_0 t_0}, \quad (2.12a)$$

$$a_2^3(t) \cong -\frac{ix}{2\beta} [e^{i\beta(t-t_0)} - e^{-i\beta(t-t_0)}] e^{\frac{i}{2}(\omega-\omega_0)(t+t_0)}, \quad (2.12b)$$

$$a_3^3(t) \cong \frac{1}{2} [(1+a')e^{i\beta(t-t_0)} + (1-a')e^{-i\beta(t-t_0)}] e^{-\frac{i}{2}(\omega-\omega_0)(t-t_0)}, \quad (2.12c)$$

其中

$$\beta = \frac{1}{2} [(\omega - \omega_0)^2 + 4|x|^2]^{1/2}; \quad \Omega' = \frac{1}{2} (\omega - \omega_0) + (\omega' - \omega'_0);$$

$$\omega_1 = \frac{1}{2} (\omega - \omega_0) - \beta; \quad \omega_2 = \frac{1}{2} (\omega - \omega_0) + \beta; \quad a' = \frac{\omega - \omega_0}{2\beta}.$$

同样, 利用强碰撞模型, 可以求得 E_3 态上的平均填布数以及频率为 $\omega + \omega'$ 的平均诱生电矩:

$$\begin{aligned} \bar{A}_{II} = f_1 \frac{|x|^2 |y|^2}{[(\omega' - \omega'_0)^2 + (\omega' - \omega'_0)(\omega - \omega_0) - |x|^2]^2} & \left[1 + \frac{(\omega_1 - \Omega_0)^2 + (\omega_2 - \Omega_0)^2}{4\beta^2} + \right. \\ & + \frac{\omega_1 - \Omega_0}{\beta[1 + (\omega_2 - \Omega_0)^2 \tau^2]} - \frac{\omega_2 - \Omega_0}{\beta[1 + (\omega_1 - \Omega_0)^2 \tau^2]} - \\ & \left. - \frac{(\omega_1 - \Omega_0)(\omega_2 - \Omega_0)}{2\beta^2(1 + 4\beta^2 \tau^2)} \right] + f_2 \frac{2|x|^2 \tau^2}{1 + 4\beta^2 \tau^2} + f_3 \frac{1}{4} \times \\ & \times \left[(1+a')^2 + (1-a')^2 + \frac{2(1+a')(1-a')}{1 + 4\beta^2 \tau^2} \right], \quad (2.13) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \bar{\mu}_{II} = f_1 \frac{-2x^* y^* \mu_{13}}{[(\omega' - \omega'_0)^2 + (\omega' - \omega'_0)(\omega - \omega_0) - |x|^2]^2} & \left\{ \left[1 + \frac{\omega_1 - \Omega_0}{2\beta[1 + (\omega_2 - \Omega_0)^2 \tau^2]} - \right. \right. \\ & \left. \left. - \frac{\omega_2 - \Omega_0}{2\beta[1 + (\omega_1 - \Omega_0)^2 \tau^2]} \right] \cos(\omega + \omega')t + \left[-\frac{(\omega_1 - \Omega_0)(\omega_2 - \Omega_0)}{2\beta[1 + \tau^2(\omega_2 - \Omega_0)^2]} + \right. \right. \\ & \left. \left. + \frac{(\omega_1 - \Omega_0)(\omega_2 - \Omega_0)}{2\beta[1 + \tau^2(\omega_1 - \Omega_0)^2]} \right] \tau \sin(\omega + \omega')t \right\} + \\ & + f_2 \frac{x^* y^* \mu_{13}}{2\beta^2} \left\{ \frac{\omega_2}{\Omega_0 - \omega_2} \left[\left(\frac{4\beta^2 \tau^2}{4\beta^2 \tau^2 + 1} - \frac{1}{1 + \tau^2(\Omega_0 - \omega_2)^2} + \right. \right. \right. \\ & \left. \left. \left. + \frac{1}{1 + \tau^2(\Omega_0 - \omega_1)^2} \right) \cos(\omega + \omega')t - \right. \right. \\ & \left. \left. - \left(\frac{2\beta\tau}{4\beta^2 \tau^2 + 1} + \frac{(\Omega_0 - \omega_2)\tau}{1 + (\Omega_0 - \omega_2)^2 \tau^2} - \frac{(\Omega_0 - \omega_1)\tau}{1 + (\Omega_0 - \omega_1)^2 \tau^2} \right) \sin(\omega + \omega')t \right] + \right. \\ & \left. + \frac{\omega_1}{\Omega_0 - \omega_1} \left[\left(\frac{4\beta^2 \tau^2}{4\beta^2 \tau^2 + 1} - \frac{1}{1 + (\Omega_0 - \omega_1)^2 \tau^2} + \right. \right. \right. \\ & \left. \left. \left. + \frac{1}{1 + (\Omega_0 - \omega_2)^2 \tau^2} \right) \cos(\omega + \omega')t - \left(-\frac{2\beta\tau}{1 + 4\beta^2 \tau^2} + \frac{(\Omega_0 - \omega_1)\tau}{1 + (\Omega_0 - \omega_1)^2 \tau^2} - \right. \right. \right. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& - \frac{(\Omega_0 - \omega_2)\tau}{1 + (\Omega_0 - \omega_2)^2\tau^2} \sin(\omega + \omega')t \Big\} + \\
& + f_3 \frac{x^*y^*\mu_{13}}{2\beta} \left\{ \left[-\frac{(1+a')}{1 + (\beta + \Omega')^2\tau^2} + \frac{(1-a')}{1 + (\beta - \Omega')^2\tau^2} + \right. \right. \\
& + \frac{(1+a')[1 - 2\beta(\beta + \Omega')\tau^2]}{(1 + 4\beta^2\tau^2)[1 + (\beta + \Omega')^2\tau^2]} - \frac{(1-a')[1 - 2\beta(\beta - \Omega')\tau^2]}{(1 + 4\beta^2\tau^2)[1 + (\beta - \Omega')^2\tau^2]} \Big] \tau \times \\
& \times \cos(\omega + \omega')t - \left[\frac{(1+a')(\beta + \Omega')}{1 + (\beta + \Omega')^2\tau^2} + \frac{(1-a')(\beta - \Omega')}{1 + (\beta - \Omega')^2\tau^2} + \right. \\
& \left. + \frac{(1+a')(3\beta + \Omega')}{(1 + 4\beta^2\tau^2)[1 + (\beta + \Omega')^2\tau^2]} - \frac{(1-a')(3\beta - \Omega')}{(1 + 4\beta^2\tau^2)[1 + (\beta - \Omega')^2\tau^2]} \right] \tau^2 \sin(\omega + \omega')t \Big\}. \quad (2.14)
\end{aligned}$$

三、討 論

前节的(2.7), (2.9), (2.13)及(2.14)諸式包含了三能級變頻器的相干輸出及非相干輸出的全部性質。由 \bar{A} 及 $\bar{\mu}$ 的表达式不难求出相应于自发輻射輸出的非相干部分及相干部分的共振峯的位置；求出抽运頻率，輸入訊号頻率及其強度与輸出強度之間的关系；輸出強度与分子能級間距、分子体系溫度以及分子体系电矩陣元之間的关系。从而可能有目的地寻求适应于某种需要的變頻器的材料以及工作方式和工作条件。

在进行下面的討論之前，应当指明：严格地说自发輻射的非相干部分的強度是正比于 $|\overline{a_3(t)}|^2$ （这点的詳細証明請參閱文献[5]，它决定于 $\langle E^2 \rangle - \langle E \rangle^2$ ， E 为輻射場強）；相干部分的強度是正比于 $|\overline{\mu(t)}|^2$ 。但是由于我們只討論相干部分及非相干部分的相对性質，以及只关心在共振峯附近的行为，所以用 \bar{A} ， $\bar{\mu}$ 表达式所得到的一般結論是正确的。而 \bar{A} ， $\bar{\mu}$ 的表达式要比 $|\overline{a_3(t)}|^2$ ， $|\overline{\mu(t)}|^2$ 的表达式簡單得多，更便于討論。

下面我們在強抽运近似下討論輸出綫型。即在工作方式 I 中有 $|y|^2\tau^2 \gg 1$ ；方式 II 中有 $|x|^2\tau^2 \gg 1$ 。由此，并考虑到綫型的共振性質， \bar{A} ， $\bar{\mu}$ 可以簡化为

$$\begin{aligned}
\bar{A}_I & \sim f_1 \frac{|x|^2|y|^2\tau^2}{4\gamma^2} \left[\frac{1}{1 + (\gamma - \Omega)^2\tau^2} + \frac{1}{1 + (\gamma + \Omega)^2\tau^2} \right] + \\
& + f_2 \frac{|x|^2\tau^2}{2\gamma^2} \left[\frac{\Omega_1^2}{1 + (\Omega_0 - \Omega_1)^2\tau^2} + \frac{\Omega_2^2}{1 + (\Omega_0 - \Omega_2)^2\tau^2} \right] + f_3, \quad (3.1)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\bar{A}_{II} & \sim f_1 \frac{|x|^2|y|^2\tau^2}{2\beta^2} \left[\frac{1}{[1 + (\Omega_0 - \omega_1)^2\tau^2]^2} + \frac{1}{[1 - (\Omega_0 - \omega_2)^2\tau^2]^2} \right] + \\
& + f_2 \frac{|x|^2}{2\beta^2} + f_3 \frac{1}{4} [(1+a')^2 + (1-a')^2], \quad (3.2)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\bar{\mu}_I & \sim f_1 \frac{x^*y^*\mu_{13}\tau}{2\gamma} \left[\frac{a-1}{1 + (\gamma - \Omega)^2\tau^2} + \frac{a+1}{1 + (\gamma + \Omega)^2\tau^2} \right] \sin(\omega + \omega')t + \\
& + f_2 \frac{x^*y^*\mu_{13}\tau}{2\gamma^2} \left[\frac{\Omega_1}{1 + (\Omega_0 - \Omega_1)^2\tau^2} + \frac{\Omega_2}{1 + (\Omega_0 - \Omega_2)^2\tau^2} \right] \cos(\omega + \omega')t + \\
& + f_3 \frac{x^*y^*\mu_{13}\tau}{\gamma} \left[\frac{1}{1 + (\Omega_0 - \Omega_2)^2\tau^2} - \frac{1}{1 + (\Omega_0 - \Omega_1)^2\tau^2} \right] \sin(\omega + \omega')t, \quad (3.3)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \bar{\mu}_{II} \sim & f_1 \frac{x^* y^* \mu_{13} \tau}{\beta} \left[\frac{1}{1 + (\Omega_0 - \omega_2)^2 \tau^2} - \frac{1}{1 + (\Omega_0 - \omega_1)^2 \tau^2} \right] \sin(\omega + \omega')t - \\ & - f_2 \frac{x^* y^* \mu_{13} \tau}{2\beta^2} \left[\frac{\omega_1}{1 + (\Omega_0 - \omega_1)^2 \tau^2} + \frac{\omega_2}{1 + (\Omega_0 - \omega_2)^2 \tau^2} \right] \sin(\omega + \omega')t + \\ & + f_3 \frac{x^* y^* \mu_{13} \tau}{2\beta} \left[\frac{1 - a'}{1 + (\beta - \Omega')^2 \tau^2} + \frac{1 + a'}{1 + (\beta + \Omega')^2 \tau^2} \right] \cos(\omega + \omega')t. \quad (3.4) \end{aligned}$$

由上面各式可以看出,当 $\hbar\omega_0, \hbar\omega'_0 \leq kT$ 以及抽运频率与分子频率不重合时,情况比较复杂. 这时自发辐射中的相干部分与非相干部分一般含有共振项与非共振项的贡献. 共振项中一般又会出现好几个共振峰(但不超过四个). 正如 Javan^[6] 在讨论量子放大器时所指出的,这种量子力学效应不可能简单地仅仅采用分子各能级填充数的概念及处理方法得到解释. 由于强抽运的耦合作用,使得分子各能级间有很强的关联. 各共振峰的强度关系也比较复杂. 下面就几种实际的特例进行讨论.

(1) 若 $\hbar\omega_0 \gg kT, \hbar\omega'_0 \gg kT$, 显然有 $f_2 \sim f_3 \sim 0, f_1 \sim 1$. 当 ω_0 及 ω'_0 在光频段时就属于这种情形.

$$\bar{A}_I \sim \frac{|x|^2 |y|^2 \tau^2}{2\gamma^2} \left[\frac{1}{2[1 + (\gamma - \Omega)^2 \tau^2]} + \frac{1}{2[1 + (\gamma + \Omega)^2 \tau^2]} \right], \quad (3.5)$$

$$\bar{\mu}_I \sim \frac{x^* y^* \mu_{13} \tau}{2\gamma} \left[\frac{a - 1}{1 + (\gamma - \Omega)^2 \tau^2} + \frac{a + 1}{1 + (\gamma + \Omega)^2 \tau^2} \right] \sin(\omega + \omega')t, \quad (3.6)$$

$$\bar{A}_{II} \sim \frac{|x|^2 |y|^2 \tau^2}{2\beta^2} \left[\frac{1}{[1 + (\Omega_0 - \omega_1)^2 \tau^2]^2} + \frac{1}{[1 + (\Omega_0 - \omega_2)^2 \tau^2]^2} \right], \quad (3.7)$$

$$\bar{\mu}_{II} \sim \frac{x^* y^* \mu_{13} \tau}{\beta} \left[\frac{1}{1 + (\Omega_0 - \omega_2)^2 \tau^2} + \frac{1}{1 + (\Omega_0 - \omega_1)^2 \tau^2} \right] \sin(\omega + \omega')t. \quad (3.8)$$

由上看出,在 I, II 两种情况,输出的相干部分与非相干部分都分别有两个相同的共振峰,即方式 I 中的共振峰位置为 $\Omega = \pm\gamma$ 或 $\omega = \omega_0 - \frac{1}{2} [\omega' - \omega'_0 \mp ((\omega' - \omega'_0)^2 + 4|y|^2)^{1/2}]$.

方式 II 中的两共振峰在 $\Omega_0 = \omega_{1,2}$ 或 $\omega' = \omega'_0 - \frac{1}{2} [\omega_0 - \omega_0 \pm ((\omega - \omega_0)^2 + 4|x|^2)^{1/2}]$.

除 $\bar{\mu}_I$ 外, \bar{A}_I, \bar{A}_{II} 及 $\bar{\mu}_{II}$ 各自的两个共振峰强度相同, $\bar{\mu}_I$ 的两个峰的强度比 $\sim \left| \frac{a-1}{a+1} \right|^2 = \left| \frac{\omega' - \omega'_0 - \sqrt{(\omega' - \omega'_0)^2 + 4|y|^2}}{\omega' - \omega'_0 + \sqrt{(\omega' - \omega'_0)^2 + 4|y|^2}} \right|^2$, 仅当抽运频率与分子频率一致时,两个峰的强度才相同.

为简单起见,我们下面研究当抽运频率与分子频率相同时的情形. 这时有

$$\bar{A}_I \sim \frac{|x|^2}{4} \left[\frac{\tau^2}{1 + (\omega - \omega_0 - |y|)^2} + \frac{\tau^2}{1 + (\omega - \omega_0 + |y|)^2} \right], \quad (3.9)$$

$$\bar{\mu}_I \sim \frac{x^* y^* \mu_{13}}{2|y|\tau} \left[\frac{-\tau^2}{1 + (\omega - \omega_0 - |y|)^2} + \frac{\tau^2}{1 + (\omega - \omega_0 + |y|)^2} \right] \sin(\omega + \omega')t, \quad (3.10)$$

$$\bar{A}_{II} \sim \frac{|y|^2 \tau^2}{2} \left[\frac{1}{[1 + (\omega' - \omega'_0 + |x|)^2 \tau^2]^2} + \frac{1}{[1 + (\omega' - \omega'_0 - |x|)^2 \tau^2]^2} \right], \quad (3.11)$$

$$\bar{\mu}_{II} \sim \frac{x^* y^* \mu_{13}}{|x|\tau} \left[\frac{\tau^2}{1 + (\omega' - \omega'_0 - |x|)^2 \tau^2} - \frac{\tau^2}{1 + (\omega' - \omega'_0 + |x|)^2 \tau^2} \right] \sin(\omega + \omega')t. \quad (3.12)$$

共振峰位置分別在 $\omega = \omega_0 \pm |y|$ 与 $\omega' = \omega'_0 \pm |x|$ 。兩峯強度一樣。為了比較兩種工作方式的優缺點，我們取方式 I 中的 $|x|$ 与 $|y|$ 分別等于方式 II 中的 $|y|$ 与 $|x|$ ；方式 I 中的 ω 与 ω_0 等于方式 II 中的 ω' ， ω'_0 ， $\frac{\bar{A}_{II}}{\bar{A}_I} \sim \frac{2}{1 + (\omega - \omega_0 \pm |x|)^2 \tau^2}$ ；由此式決定兩種工作方式的噪聲比。相干輸出比为 $\frac{|\bar{\mu}_{II}|^2}{|\bar{\mu}_I|^2} \sim 4$ 。由圖 2 看出，方式 II 比方式 I 稍優越些。兩種方式的噪聲功率隨輸入訊號場強的增大而增大。

兩種方式相干的輸出部分的相角均由 $\sin(\omega + \omega')t$ 確定，即由抽運与輸入訊號相角確定¹⁾，但兩共振峰为反相。相干部分的輸出几乎是完全單色的。

由 (3.9)–(3.12) 諸式還看到，兩種方式下的抽運強度只影响共振峰的位置，而与峯的強度无关。這实际上是由于采取了強抽運近似，表現了飽和效应。峯的強度只由輸入訊號強度確定。當

$\hbar\omega_0 \lesssim kT$ ， $\hbar\omega'_0 \gg kT$ 时，即 ω_0 在遠紅外或微波波段而 ω'_0 仍于光頻波段，上面的結果仍然适用。

(2) 若 $\hbar\omega_0 \gg kT$ ， $\hbar\omega'_0 \lesssim kT$ 。當 ω_0 于光頻波段而 ω'_0 于微波波段时就属于这种情况。這在实际应用上也是有价值的，它进行光波与微波之間的轉換。这时 $f_3 \sim 0$ 。在抽運頻率与分子頻率重合时，与(1)比較，多出与 f_2 有关的項：

$$\bar{A}_I(f_2) \sim f_2 \frac{|x|^2}{2} \left[\frac{\tau^2}{1 + (\omega - \omega_0 - |y|)^2 \tau^2} + \frac{\tau^2}{1 + (\omega - \omega_0 + |y|)^2 \tau^2} \right]. \quad (3.13)$$

$$\bar{\mu}_I(f_2) \sim f_2 \frac{x^* y^* \mu_{13}}{2|y|\tau} \left[\frac{\tau^2}{1 + (\omega - \omega_0 - |y|)^2 \tau^2} + \frac{\tau^2}{1 + (\omega - \omega_0 + |y|)^2 \tau^2} \right] \times \cos(\omega + \omega')t, \quad (3.14)$$

$$\bar{A}_{II}(f_2) \sim \frac{1}{2} f_2, \quad (3.15)$$

$$\bar{\mu}_{II}(f_2) \sim f_2 \frac{x^* y^* \mu_{13}}{2|x|\tau} \left[-\frac{\tau^2}{1 + (\omega' - \omega'_0 - |x|)^2 \tau^2} - \frac{\tau^2}{1 + (\omega' - \omega'_0 + |x|)^2 \tau^2} \right] \times \sin(\omega + \omega')t. \quad (3.16)$$

共振峰位置分別在 $\omega = \omega_0 \pm |y|$ 及 $\omega' = \omega'_0 \pm |x|$ 。為比較兩種工作方式。仿照前面(1)的討論，取 $|x|_I = |y|_{II}$ ， $|x|_{II} = |y|_I$ 以及 I 中的 ω ， ω_0 ， ω' 与 ω'_0 为 II 中相应的 ω' ， ω'_0 ， ω 与 ω_0 ，則 $\frac{\bar{A}_{II}(f_2)}{\bar{A}_I(f_2)} \sim \frac{1}{|x|_I^2 \tau^2} [1 + (\omega - \omega_0 \pm |y|)^2 \tau^2]_I$ ， $\frac{|\bar{\mu}_{II}(f_2)|^2}{|\bar{\mu}_I(f_2)|^2} \sim 1$ 。

由圖 3 可以看出，这时工作方式 II 并不比方式 I 优越。从(3.15)式看到，这时方式 II 出现了与輸入強度无关的非相干輸出 $\frac{1}{2} f_2$ ，这是热噪聲。这对方式 II 也是一个不利

1) $\bar{\mu}_I$ 与 $\bar{\mu}_{II}$ 中都含有因子 $x^* y^* \mu_{13} = \frac{1}{4\hbar^2} E_0 E'_0 \mu_{13} \mu_{22} \mu_{21}$ ，故 $\bar{\mu}_I$ ， $\bar{\mu}_{II}$ 与分子各能級間的相角差无关。

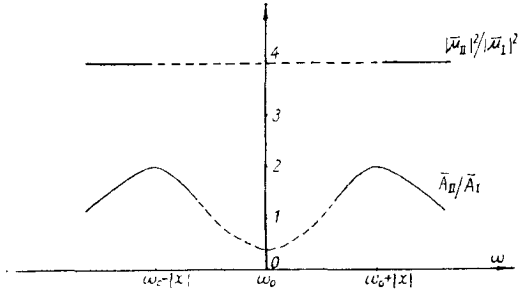


圖 2

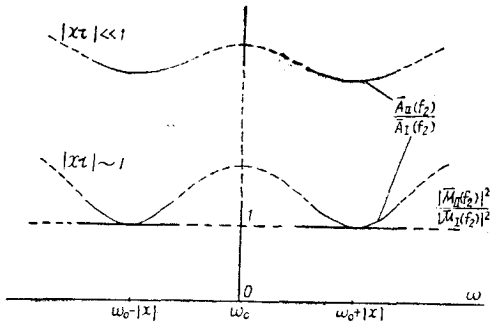


图 3

因素。此外,在共振时有

$$\frac{\bar{A}_I(f_1)}{\bar{A}_I(f_2)} \sim \frac{1}{2} \frac{f_1}{f_2} = \frac{1}{2} e^{\hbar \omega'_0/kT},$$

$$\frac{\bar{A}_{II}(f_1)}{\bar{A}_{II}(f_2)} \sim |y|^{2\tau^2} \frac{f_1}{f_2} = |y|^{2\tau^2} e^{\hbar \omega'_0/kT},$$

$$\frac{|\bar{\mu}_I(f_1)|^2}{|\bar{\mu}_I(f_2)|^2} \sim f_1^2/f_2^2 = e^{2\hbar \omega'_0/kT},$$

$$\frac{|\bar{\mu}_{II}(f_1)|^2}{|\bar{\mu}_{II}(f_2)|^2} \sim 4 \frac{f_1^2}{f_2^2} = 4 e^{2\hbar \omega'_0/kT}.$$

由此,当 $\hbar \omega'_0 \lesssim kT$ 时温度对綫型的影响是很大的。

相干部分输出的相角关系比较复杂。对于工作方式 II, 相角由 $\sin(\omega + \omega')t$ 确定, 即相干输出的相角简单的只由抽运与输入讯号相角确定。而工作方式 I, 相角由 $\sin[(\omega + \omega')t + \delta]$ 确定, 其中 $\delta = \text{tg}^{-1} \left\{ f_2 \left[\frac{\tau^2}{1 + (\omega - \omega_0 - |y|)^2 \tau^2} + \frac{\tau^2}{1 + (\omega - \omega_0 + |y|)^2 \tau^2} \right] / f_1 \left[\frac{-\tau^2}{1 + (\omega - \omega_0 - |y|)^2 \tau^2} + \frac{\tau^2}{1 + (\omega - \omega_0 + |y|)^2 \tau^2} \right] \right\}$ 。在共振峰处有 $\delta(\omega = \omega_0 - |y|) \sim \text{tg}^{-1}(f_2/f_1) = \text{tg}^{-1} e^{\hbar \omega'_0/kT}$; $\delta(\omega = \omega_0 + |y|) \sim \text{tg}^{-1}(-f_2/f_1) = -\text{tg}^{-1} e^{\hbar \omega'_0/kT}$ 。

显然, 两种工作方式都得到几乎单色的输出。只不过工作方式 I 比之工作方式 II 有一个由共振峰位置以及温度决定的相角推迟或超前而已。

(3) 若 $\hbar \omega_0 \lesssim kT$, $\hbar \omega'_0 \lesssim kT$, 这相当于 ω_0, ω'_0 都在微波波段的情况, 即微波之間轉換的情况。仍然只討論抽运频率与分子频率重合的情形。与(2)相比不过出现了与 f_3 有关的項而已。

$$\bar{A}_I(f_3) \sim f_3, \quad (3.17)$$

$$\bar{A}_{II}(f_3) \sim \frac{1}{2} f_3, \quad (3.18)$$

$$\bar{\mu}_I(f_3) \sim f_3 \frac{x^* y^* \mu_{13}}{|y| \tau} \left[\frac{\tau^2}{1 + (\omega - \omega_0 - |y|)^2 \tau^2} - \frac{\tau^2}{1 + (\omega - \omega_0 + |y|)^2 \tau^2} \right] \sin(\omega + \omega')t, \quad (3.19)$$

$$\bar{\mu}_{II}(f_3) \sim f_3 \frac{x^* y^* \mu_{13}}{2|x| \tau} \left[\frac{\tau^2}{1 + (\omega' - \omega'_0 - |x|)^2 \tau^2} + \frac{\tau^2}{1 + (\omega' - \omega'_0 + |x|)^2 \tau^2} \right] \cos(\omega + \omega')t. \quad (3.20)$$

这些結果也是易于理解的。例如,在工作方式 I 中,由于訊号强度弱,即能級 3 及能級 2 間的耦合較弱,因此能級 3 上的填布数仍然近似为 f_3 。而工作方式 II 由于強抽运引起能級 3 与能級 2 之間的強耦合,因而能級 3 的填布数下降至平衡态填布的一半。仿照前面的討論, $\bar{A}_{II}(f_3)/\bar{A}_I(f_3) \sim \frac{1}{2}$, $|\bar{\mu}_{II}(f_3)|^2/|\bar{\mu}_I(f_3)|^2 \sim \frac{1}{4}$ 。因此,就 f_3 項而言,两种方式是差不多的。在共振与近共振时有

$$\bar{A}_I(f_1): \bar{A}_I(f_2): \bar{A}_I(f_3) \sim f_1: 2f_2: 4f_3 \frac{1}{|x|^2 \tau^2}, \quad (3.21)$$

$$\bar{A}_{II}(f_1): \bar{A}_{II}(f_2): \bar{A}_{II}(f_3) \sim f_1: f_2/|y|^2 \tau^2: f_3/|y|^2 \tau^2, \quad (3.22)$$

$$|\bar{\mu}_I(f_1)|^2: |\bar{\mu}_I(f_2)|^2: |\bar{\mu}_I(f_3)|^2 \sim f_1^2: f_2^2: 4f_3^2, \quad (3.23)$$

$$|\bar{\mu}_{II}(f_1)|^2: |\bar{\mu}_{II}(f_2)|^2: |\bar{\mu}_{II}(f_3)|^2 \sim f_1^2: 4f_2^2: 4f_3^2. \quad (3.24)$$

在兩種工作方式下都已出現與輸入無關的非相干輸出。這對於變頻器是不利的。相角關係比較複雜，而且一般得不到單色的相干輸出。

本文的所有結果可以推廣到順磁固體情形，當 $T_1 \sim T_2$ 時，即本文的結果；當 $T_2 \ll T_1$ 時，只須將 τ 換為 T_2 。這些情形與 Javan^[6] 的討論一樣。

順便指出，由於輸出機構為自發輻射，一般效率也不會太高，因此再尋求別的機構來設計變頻器是必要的。

參 考 文 獻

- [1] Armstrong, J. A., Bloembergen, N., Ducuing, J., Pershan, P. S., *Phys. Rev.*, **127** (1962), 1918.
- [2] Townes, C. H., *Quantum Electronics*, (1960) New York.
- [3] Файн, В. М., Ханин, Я. И., Ящин, Э. Т., *ЖЭТФ*, **41** (1961), 986.
- [4] Kellington, C. M., *Phys. Rev. Lett.*, **9** (1962), 57.
- [5] Senitzky, I. R., *Phys. Rev.*, **111** (1958), 3.
- [6] Javan, A., *Phys. Rev.*, **107** (1957), 1579.
- [7] Williams, R. C., *Phys. Rev.*, **126** (1962), 1011.

THEORY OF THREE-LEVEL FREQUENCY CONVERTERS

FANG LI-ZHI LI TIE-CHENG

ABSTRACT

In this paper, the line shapes of the coherent and incoherent output of a three-level ($E_3 > E_2 > E_1$) quantum frequency converter have been calculated. The conversion between two optical frequencies, that between an optical and a microwave, and that between two microwaves are discussed. There are two types of operation of the three-level frequency converter. In type I the pumping frequency $\sim \frac{1}{\hbar}(E_2 - E_1)$, the frequency of the applied signal $\sim \frac{1}{\hbar}(E_3 - E_2)$, and the frequency of the output $\sim \frac{1}{\hbar}(E_3 - E_1)$. In type II the pumping frequency $\sim \frac{1}{\hbar}(E_3 - E_2)$, the frequency of the applied signal $\sim \frac{1}{\hbar}(E_2 - E_1)$, and the frequency of the output $\sim \frac{1}{\hbar}(E_3 - E_1)$. It has been shown that for the conversion between two optical frequencies, type II is better.