第21卷 第3期 物 理 学 报 Vol. 21, No. 3
1965 年 3 月 ACTA PHYSICA SINICA March, 1965

含顺磁杂质超导体的电磁特性*

成 秉 章

在隧道效应实验中发現[1],当超导体中掺有順磁杂質时,其能隙随杂質浓度增加而减小,而当杂質浓度相当大时(如 0.9% 左右),能隙消失,但样品仍然超导. 这是一个很有兴趣的現象,对此在理論上也作了探討. Абрикосов[2] 等在实驗之前已經从理論上預言,含順磁杂質超导体有能隙为零的状态. 以后 Phillips[3] 又解释了它的物理图象,說明它是由于在能隙边緣态密度奇异性消失并向低能量部分扩展的結果.

超导体能隙的变化及消失一定也会在其电磁特性方面引起显著的变化,从电磁吸收的頻率关系可以直接判断理論与实驗是否符合,本文用 Абрикосов[2] 的模型計算了这类超导体的电磁特性,以期与实驗比較.

此外,理論上也討論过[4]含磁性杂質超导体的能隙中可能存在束縛态,这种束縛态的扩展結果也可能产生无能隙超导体. 这是又一种能隙消失的过程. 根据这种看法,当杂質含量很少时,电磁吸收中会出現預峯. 所以在实驗中測量电磁吸收的頻率关系也能查明是否也有这种情形存在.

在磁性杂質超导体中,若假定电子杂質相互作用中交換作用部分远小于非交換作用部分,则在計算电磁吸收的"阶梯图"时,交換作用貢献是二級小量,可以略去. 在这样近似下,經过与非磁性杂質超导体[5]类似的計算,可得积分核表式为

$$Q = \frac{Ne^2}{2m}\int d\omega\left[1 - \frac{\tilde{\omega}_+\tilde{\omega}_- + \tilde{\Delta}_+\tilde{\Delta}_-}{\sqrt{\tilde{\omega}_+^2 - \tilde{\Delta}_+^2}\sqrt{\tilde{\omega}_-^2 - \tilde{\Delta}_-^2}}\right]\frac{1}{\sqrt{\tilde{\omega}_+^2 - \tilde{\Delta}_+^2} + \sqrt{\tilde{\omega}_-^2 - \tilde{\Delta}_-^2} - \dfrac{i}{\tau'}}, \quad (1)$$

$$\frac{1}{\tau'} = \frac{nmp_0}{(2\pi)^2}\int |u_1(\theta)|^2\cos\theta d\Omega,$$

$$\tilde{\omega}_\pm = \tilde{\omega}\left(\omega \pm \frac{\omega_0}{2}\right), \qquad \tilde{\Delta}_\pm = \tilde{\Delta}\left(\omega \pm \frac{\omega_0}{2}\right).$$

这里所用符号与文献[2]相同.

因(1)式可用 $u_+, u_-\left(u = \dfrac{\tilde{\omega}}{\tilde{\Delta}}\right)$ 来表示,所以当考虑被积函数的解析性时,只要考虑 u 在 ω 平面的解析性就可以了,从[2]

$$\frac{\omega}{\Delta} = u\left[1 - \frac{1}{\tau_s\Delta\sqrt{1-u^2}}\right] \quad (2)$$

可得 u 在 ω 平面的分支点为 $\pm u_0$

$$u_0 = \left[1 - \left(\frac{1}{\tau_s\Delta}\right)^{2/3}\right]^{1/2},$$

* 1964 年 8 月 27 日收到.

与 u_0 相应的 ω 为 Ω_0,

$$\Omega_0 = \Delta\left[1-\left(\frac{1}{\tau_s\Delta}\right)^{2/3}\right]^{3/2}.$$

作 $\Delta\tau_t \ll 1$ 的近似,然后按积分(1)的解析性采用与文献[5]中类似的方法,改变积分迴路,最后可得

$$Q = \frac{\sigma\Delta}{2i}\int_c d\omega\,\frac{u_+u_- + 1}{\sqrt{1-u_+^2}\sqrt{1-u_-^2}}, \tag{1'}$$

$$\sigma = \frac{Ne^2\tau_t}{m},$$

$$\frac{1}{\tau_t} = \frac{nmp_0}{(2\pi)^2}\int |u_1(\theta)|^2(1-\cos\theta)d\Omega.$$

将 u_+, u_- 分别在 $\frac{\Omega_0}{\Delta}-\frac{\omega_0}{2\Delta}$ 及 $-\frac{\Omega_0}{\Delta}+\frac{\omega_0}{2\Delta}$ 处展开,则当

(i) $\tau_s\Delta > 1$ 时,其相应电磁吸收的 Q 的虚部为

$$\operatorname{Im} Q = \begin{cases} 0 & \omega_0 < 2\Omega_0, \\ -\dfrac{\pi\sigma\Omega_0}{3}\left[\dfrac{\omega_0-2\Omega_0}{2\Omega_0}\right]^2\left[1-\left(\dfrac{\Omega_0}{\Delta}\right)^{2/3}\right]\left(\dfrac{\Omega_0}{\Delta}\right)^{2/3} & \omega_0 > 2\Omega_0. \end{cases} \tag{3}$$

它与非磁性杂质情形[5]相比有更高次的频率关系，这是由于含非磁性杂质超导体在能隙边緣态密度是奇异的,而含磁性杂质超导体,其能隙边緣态密度的奇异性消失了[3]．从上面也可以看到吸收的临閾值是 $2\Omega_0$,它随杂质浓度变化而变化,并与 Абрикосов 定出的能隙值[2]一致．由于在計算中使用了在 u_0 附近的展开式,所以結果不能被推广到 $\frac{1}{\tau_s}\to 0$ 及 $\tau_s\Delta\to 1$ 的极限情形.

(ii) $\tau_s\Delta \gtrsim 1$ 时,应把(2)展到三級,从而得三次方程

$$u^3 - 3u_0^2u + \frac{2\omega}{\Delta} = 0,$$

其解为

$$u = \frac{1}{2}\left\{\left[\frac{\omega}{\Delta}-\sqrt{\left(\frac{\omega}{\Delta}\right)^2-\left(\frac{\Omega_0}{\Delta}\right)^2}\right]^{1/3}+\left[\frac{\omega}{\Delta}+\sqrt{\left(\frac{\omega}{\Delta}\right)^2-\left(\frac{\Omega_0}{\Delta}\right)^2}\right]^{1/3}\right\} - \\ -\frac{i\sqrt{3}}{2}\left\{\left[\frac{\omega}{\Delta}-\sqrt{\left(\frac{\omega}{\Delta}\right)^2-\left(\frac{\Omega_0}{\Delta}\right)^2}\right]^{1/3}-\left[\frac{\omega}{\Delta}+\sqrt{\left(\frac{\omega}{\Delta}\right)^2-\left(\frac{\Omega_0}{\Delta}\right)^2}\right]^{1/3}\right\}.$$

求出被积函数在割綫两岸的跳跃后,代入(3),即得

$$\operatorname{Im} Q = -\frac{\sigma\Delta}{2}\left[\frac{\omega_0-2\Omega_0}{\Delta}\right]\left[\frac{\omega_0^{2/3}-(2\Omega_0)^{2/3}}{(2\Delta)^{2/3}}\right] \qquad \omega_0 > 2\Omega_0. \tag{4}$$

当 $\tau_s\Delta\to 1$ 时, $\Omega_0\to 0$, 所以有

$$\operatorname{Im} Q = -\frac{\sigma\Delta}{2}\left(\frac{\omega_0}{\Delta}\right)^{5/3} \qquad \omega_0 > 2\Omega_0.$$

(iii) $\tau_s\Delta \ll 1$, 这一极限情况比較簡单．这时有[2]

$$\tilde{\omega} = \omega + \frac{\tilde{\omega}}{2\tau_1\sqrt{\tilde{\Delta}^2-\tilde{\omega}^2}} \approx \omega + \frac{i}{2\tau_1}\operatorname{sign}\omega,$$

$$\tilde{\Delta}=\Delta+\frac{\tilde{\Delta}}{2\tau_2\sqrt{\tilde{\Delta}^2-\tilde{\omega}^2}}\approx\Delta+\frac{i\tilde{\Delta}}{2\tau_2\tilde{\omega}}\operatorname{sign}\omega.$$

代入(1)，在 $\Delta\tau_t\ll 1$ 的近似下，可得

$$Q=2\sigma\tau_s\Delta^2-i\sigma\omega_0. \tag{5}$$

从上面三个不同杂质浓度的情形可以看到：当杂质浓度逐渐增加时（即 $\tau_s\Delta$ 逐渐減小），Q 的虛部的频率关系逐渐与正常态接近，同时其吸收的临閾值也不断减小，最后趋向零．当 $\tau_s\Delta\ll 1$ 时，反映电磁吸收的 $\operatorname{Im}Q$ 与正常态几乎完全一致，但这时仍有反映超导特性的 $\operatorname{Re}Q$．这情况相应前面提及的能隙为零的超导态．因計算中对 Q 的虛部作了近似，略去了超导态对它的較小影响，所以最后結果(5)式实际上与求和规則并不矛盾．

最后再簡单討論一下恆定場情形．在 $\Delta\tau_t\ll 1$ 时，可立刻完成(1)式的积分，卽得

$$Q=\begin{cases}\pi\sigma\Delta\left[1-\dfrac{4}{3\pi\tau_s\Delta}\right] & \tau_s\Delta>1,\\ 2\sigma\Delta\left\{\arcsin\tau_s\Delta-\dfrac{1}{\tau_s\Delta}\left[\dfrac{2}{3}-\dfrac{2+(\tau_s\Delta)^2}{3}\sqrt{1-(\tau_s\Delta)^2}\right]\right\} & \tau_s\Delta<1,\\ 2\sigma\tau_s\Delta^2 & \tau_s\Delta\ll 1.\end{cases}$$

当 $\dfrac{1}{\tau_s}\to 0$ 时，此結果与非磁性杂質情形[5]一致．当 $\tau_s\Delta=1$ 时，超导体能隙虽为零，但因 $Q(0)$ 并不为零，所以穿透深度还是有限的．

在电子自由程远大于穿透深度的 Pippard 极限和杂質散射各向同性时有

$$Q=\begin{cases}\dfrac{3Ne^2\pi^2\Delta}{4mv_0|\mathbf{k}|}\left[1-\dfrac{4}{3\pi\tau_s\Delta}\right] & \tau_s\Delta>1,\\ \dfrac{3Ne^2\pi\Delta}{2mv_0|\mathbf{k}|}\left\{\arcsin\tau_s\Delta-\dfrac{1}{\tau_s\Delta}\left[\dfrac{2}{3}-\dfrac{2+(\tau_s\Delta)^2}{3}\sqrt{1-(\tau_s\Delta)^2}\right]\right\} & \tau_s\Delta<1,\end{cases}$$

其中 v_0 是电子的費米速度，$\mathbf{k}$ 是空間坐标的傅里叶分量．这个結果与非磁性情形[5]有所不同，那里在最低級近似下，Q 与純超导体完全相同，而这里则不然；这是由于前者杂質沒有改变能隙的大小，而后者能隙随杂質浓度变化，所以反映 σ 中 δ 函数強度的 $Q(0)$ 値也要有相应的变化．

工作中曾得到于渌同志的討論和帮助，謹志謝意．

参　考　文　献

[1] Reif, F. and Wolf, M. A., *Phys. Rev. Letters*, **9** (1962), 315.
[2] Абрикосов, А. А., Горьков, Л. П., *ЖЭТФ*, **39** (1960), 1781.
[3] Phillips, J. C., *Phys. Rev. Letters*, **10** (1963), 96.
[4] 于　渌，物理学报，**21** (1965), 75.
[5] Абрикосов, А. А., Горьков, Л. П., *ЖЭТФ*, **35** (1958), 1558.