

周期場透鏡的成象特性*

陈 鑑 冀

提 要

由三个或五个透鏡元素組成的周期場，可以作为离子透鏡使离子束成象。通常它具有比单个透鏡元素強得多的聚焦能力(在相同的电压比下)。这种周期場透鏡曾用于静电加速器离子源初聚系統中，但它的成象特性尚未有詳細的分析。

本文提出一种研究这类透鏡特性的方法。将周期場看作由若干个透鏡元素合成的組合透鏡，然后以 Ferraris 特征行列式求它的基点表示式。作为普遍情况，以浸沒透鏡作为透鏡元素，导得了三个和五个透鏡元素的周期場透鏡基点表示式。式中只包含透鏡元素的基点参量和电极系統的几何参量。式子十分簡洁，便于計算，并有足够的精确度。通过解析表示式中各个因子的分析，可以方便地掌握透鏡的特性。

由短磁透鏡組合的周期磁場是上述普遍情况的一个特例。

文中以等径小間隙双圓筒透鏡为浸沒透鏡元素，对周期場透鏡的特性用导得的基点表示式进行了計算和分析。

一、前 言

周期場的研究，近年来主要集中在利用它控制強流电子束作穩定运动即所謂“广义聚焦”方面。这种周期場一般由很多个透鏡元素組成。但是周期場尚有另一种用途，利用它使离子束成象，即作为透鏡来使用，这是“狭义聚焦”。它的任务是光学性质的成象。这种周期場的透鏡元素較少，常用的有三个或五个透鏡元素組成的周期場。为了区别于前一种用途，我們称这一类周期場为周期場透鏡。

周期場透鏡和单个透鏡元素比較，有更強的成象能力。有一些静电加速器用它作为离子源的初聚系統。初聚系統是离子束从离子源引出后到进入加速管之前所經過的第一个聚焦系統，一般有这样一些基本要求：要能在物离透鏡場的第一界限面(指場和物方无場空間的分界面，如图 9 中 E_1)很近的情况下成实象；要有很小的放大率；以及要能准确地計算出工作区域的全部成象特性，以便审視与加速管的聚焦特性匹配情况。周期場透鏡經過合理的設計基本上可以满足前两点的要求，然而由于缺乏有效的分析方法，限制了这种透鏡的广泛应用。

Dahnick, Neuert 和 Timm^[1] 曾用五个透鏡元素組成的电极系統作初聚系統(电极未严格按周期长度选取)。聚焦特性是用 Timm^[2] 提出的矩陣法进行計算的。步骤是先从电解槽測出电极系統的軸上电位分布，再用一系列折綫来逼近这一分布，然后由矩陣法算出透鏡的电压比和透鏡基点的关系。得到的表示式总是很复杂的，而且很难分析。它

* 1962 年 3 月 26 日收到。

的精确度一般來說也是不高的^[3]。实用上不可能以非常多折綫来逼近軸上电位分布。

另一种方法是将透鏡元素用无場空間隔开, 因此可以引用在透鏡元素单独存在时实验測定的或理論計算得到的基点参量(对于一些簡單的透鏡, 这些数值已有很多人用不同的方法得到, 并且較为精确)。将周期場看成一個共軸透鏡組合, 用通常光学中的办法, 对各透鏡元素依次进行計算, 这是很繁瑣的, 它的精确度也将取决于对各透鏡元素依次計算中誤差的累积。此外, 这只是一种計算方法, 用它来分析聚焦特性的变化趋势显然是不够的。

在研究透鏡的光学成象性質时, 为了使討論容易进行, 一般限制在弱流范围内, 即不考虑空間电荷效应。这一假設对于靜电加速器的实际使用条件是完全合理的, 在这里离子流一般不大于 100 微安, 即使在离子源出口处, 空間电荷的影响也不明显, 甚至观察不到^[4]。

Pierce^[5] 对不考虑空間电荷的周期場有过一般性討論, 但他是从“广义聚焦”的角度, 而不是从“成象”的角度来討論的。

本文为研究周期場透鏡的成象特性提供一种方法。将周期場看作一个組合透鏡, 应用 Ferraris 特征行列式^[6]求它的基点, 可以得到焦点位置、焦距及放大率的解析表示式, 式中只包含透鏡元素的基点参量及电极系統的几何参量。式子很簡洁, 对式中各个因子进行分析, 很容易看出周期場透鏡的聚焦特性随电压比 N 的变化趋势。

选用等径小間隙双圓筒透鏡为透鏡元素, 利用导得的公式, 对周期場透鏡进行了計算和分析。結果表明这种透鏡从狹义聚焦的角度来看具有交替出現的聚焦和散焦的区域, 特性在很大程度上受电极几何参量的影响。得到的結果对掌握周期場透鏡的成象特性和設計靜电加速器的初聚系統是有用的。計算过程也表明了这种方法是簡便的, 具有足够的精确度, 并且很容易分析所選定的周期場的聚焦特性。

二、Ferraris 特征行列式

由一系列共軸透鏡元素組成的系統, 只要知道各个透鏡元素的光学性質及它們之間的距离, 用 Ferraris 特征行列式可以十分方便地求出整个透鏡組合的光学成象特性, 即它的基点。

設 F 和 F' 分別为透鏡的物方和象方焦点, H 和 H' 分別为其主点, O 和 O' 为物和象在軸上的位置。并定义

$$\begin{aligned}x &= FO, & x' &= F'O'; \\f &= FH \text{ (物方焦距)}, & f' &= F'H' \text{ (象方焦距)}.\end{aligned}$$

根据牛頓关系, 橫向放大率 Y 是

$$Y = f/x = x'/f'.$$

凡是在符号右下角标有数字 n 的, 是指属于第 n 透鏡元素, 如标有 $1 \cdot n$, 則指属于由第一到第 n 透鏡元素的組合系統。

透鏡元素間の間隔定义为前一元素的象方焦点到后一元素的物方焦点的距离。因此, 第 $(n-1)$ 元素到第 n 元素間的距离是

$$\Delta_{(n-1),n} = F'_{(n-1)}F_n.$$

上述各量是按矢量定义的, 規定离子束前进的方向为正方向。运算中要注意各量的

三、周期場透鏡的基点公式

3.1 三个浸沒透鏡元素的周期場透鏡

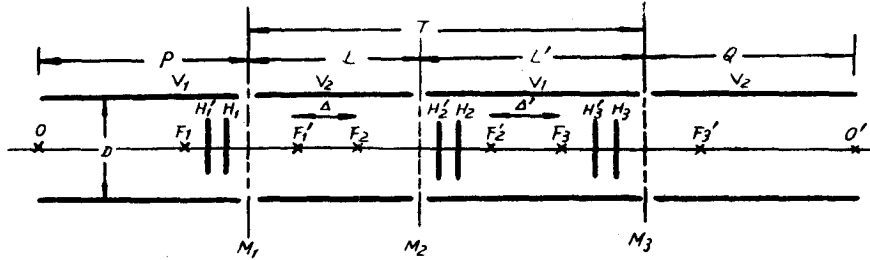


图1 三元素周期場透鏡。P和Q是相对各自参考面的物距和象距。M是間隙中心对称面。設 $V_2 > V_1$ ，电压比 $N = \frac{V_2}{V_1}$ 。

图1是由三个等径双圓筒透鏡元素組成的周期場透鏡。第一和第三透鏡元素是完全相同的，即

$$f_1 = f_3, \quad f'_1 = f'_3;$$

以及

$$F_1M_1 = F_3M_3, \quad F'_1M_1 = F'_3M_3.$$

第二透鏡元素实际上是第一元素物方和象方倒轉后的情况，因此，

$$f_2 = -f'_1, \quad f'_2 = -f_1;$$

以及

$$F_2M_2 = -F'_1M_1, \quad F'_2M_2 = -F_1M_1.$$

根据靜电透鏡的一般特性，主点和焦点的位置是交錯的，而且主点都集中在低电位的一側。因此，从图1，設

$$M_1M_2 = L, \quad M_2M_3 = L', \quad \text{和} \quad M_1M_3 = T \text{ (周期)},$$

則

$$\Delta = L - 2M_1F'_1, \quad (9)$$

和

$$\Delta' = L' - 2F_1M_1. \quad (10)$$

将第二和第三透鏡元素的参量用第一透鏡元素来表示，同时略去符号右下角的标志。利用式(5)–(7)，可以得到下列已經整理的結果：

放大率：

$$Y_{1,3} = f/(\Delta' + x_1/K_{1,3}). \quad (11)$$

焦点位置：

$$F_1F_{1,3} = -\Delta'K_{1,3}, \quad (12.1)$$

$$F'_3F'_{1,3} = \Delta K_{1,3}. \quad (12.2)$$

焦距：

$$f_{1,3} = fK_{1,3}, \quad (13.1)$$

$$f'_{1,3} = f'K_{1,3}. \quad (13.2)$$

式中

$$K_{1,3} = -1/(\delta + 1), \quad (14.1)$$

而

$$\delta = \Delta\Delta'/ff'. \tag{14.2}$$

δ 称为特征因子,它对周期场透镜的特性有很大影响.从式(14.2)可以看出,它既决定于透镜元素特性,也决定于电极的几何安排.

当然,所有透镜元素是由无场空间隔开的.

3.2 五个浸没透镜元素的周期场透镜

电极安排和相应于各透镜元素的光学图象如图 2. 电极的安排应满足 $M_1M_2 = M_3M_4 = L$, $M_2M_3 = M_4M_5 = L'$, 和 $M_1M_3 = M_3M_5 = T$ (周期). 因此, $\Delta_{1,2} = \Delta_{3,4} = \Delta$, 和 $\Delta_{2,3} = \Delta_{4,5} = \Delta'$. Δ 和 Δ' 仍由式(9)及(10)决定.

各透镜元素的光学参量满足下列关系:

$$f_1 = f_3 = f_5 = -f_2 = -f_4 = f,$$

和

$$f'_1 = f'_3 = f'_5 = -f'_2 = -f'_4 = f'.$$

同样,利用式(5)一(7),并代入上列诸关系,经过整理后可得

放大率:

$$Y_{1,5} = f/(\Delta'G_{1,5} + x_1/K_{1,5}). \tag{15}$$

焦点位置:

$$F_1F_{1,5} = -\Delta'G_{1,5}K_{1,5}, \tag{16.1}$$

$$F'_5F'_{1,5} = \Delta G_{1,5}K_{1,5}. \tag{16.2}$$

焦距:

$$f_{1,5} = fK_{1,5}, \tag{17.1}$$

$$f'_{1,5} = f'K_{1,5}. \tag{17.2}$$

式中

$$K_{1,5} = 1/(\delta^2 + 3\delta + 1), \tag{18.1}$$

$$G_{1,5} = -(\delta + 2). \tag{18.2}$$

而

$$\delta = \Delta\Delta'/ff'.$$

$K_{1,5}$ 和 $G_{1,5}$ 是两个以 δ 表征的系数.

比较式(15)一(17)和式(11)一(13),可以看到经过整理后的形式是很相似的.

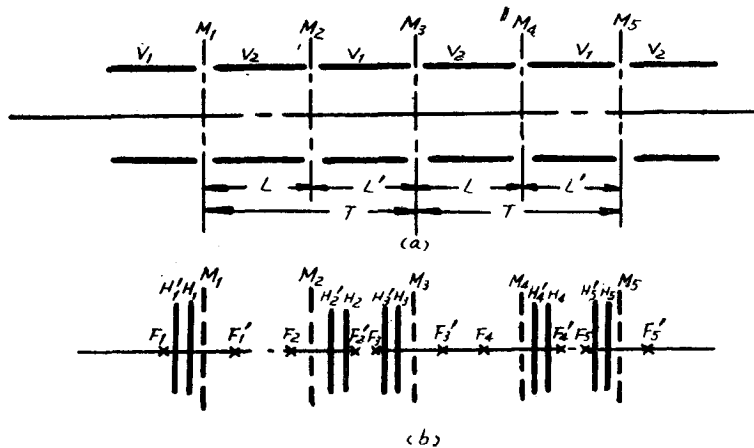


图 2 (a) 五元素周期场透镜电极系统. M 为间隙中心对称面. 设 $V_2 > V_1$. 电压比 $N = V_2/V_1$. (b) 相应于各透镜元素的光学特性.

3.3 周期磁場

有一系列共軸的短磁透鏡,其焦距为 f , 彼此間隔为 L , 則

$$\Delta = \Delta' = L - 2f. \quad (19)$$

因此,式(14.2)可写成

$$\delta = -\Delta^2/f^2, \quad (\because f = -f'). \quad (20)$$

將式(19)和(20)代入式(11)一(14.1)及式(15)一(18),可以分別得到三元素及五元素周期磁透鏡的基点公式。很容易看出,它的光学性質相当于一个对中心面完全对称的厚透鏡。

四、周期場透鏡成象特性(浸沒透鏡元素)

在下面的計算和成象特性討論中,我們用共軸小間隙等径双圓筒透鏡作为透鏡元素。因为曾有許多人對这种透鏡进行了研究,不同方法給出的結果,如 Zworykin 等(理論)^[7], Goddard (理論)^[8], Spangenberg 等(實驗)^[9]及 Klemperer (實驗)^[10]的数据,在實驗或計算誤差範圍內,彼此間的符合是好的(其中焦点位置的数据相差較大)。用 Timm^[2]的計算公式得到的結果和上列数据相差較大,这是因为 Timm 从一个很粗的假定出发,即假設透鏡的軸上电位是綫性变化的,这显然是不精确的。

当圓筒电极的間隙长度在 $D/2$ 以內(D 是圓筒直径),根据 Spangenberg 等的實驗結果,間隙长度的变化对透鏡特性影响不大。小間隙透鏡的間隙长度一般用在 $(0.1-0.2)D$ 左右。过小,可能会引起电极間的击穿。

計算中透鏡元素特性采用 Zworykin 等^[7]的数据。

透鏡元素的電場从中心平面 M 向两端圓筒內滲入,对小間隙等径双圓筒透鏡來說,进入圓筒距离相当于 $D/2$ 处,軸上电位与筒的电位約差 10%, 进入距离相当于 D 处,軸上电位約为筒的电位 97.5%^[10]。因此,要認为各透鏡元素的電場基本上互不干涉,并可利用它单独存在时所測得或計算得到的成象特性,必須使中間的一些圓筒长度至少大于它的直径 D , 两端的圓筒在离間隙 $D/2$ 範圍內,不应有异物或其它透鏡場。

4.1 三元素周期場透鏡

图 3 是 $L = L' = 1.5, 3.5$ 和 $5.0D$ 三种情况下 $-\delta$ 和 N 的关系。 N 是电压比 V_2/V_1 (图 1)。 δ 的絕對值随 N 增大的变化,一般总是先由大变小,然后又变大。 L 和 L' 愈大,发生 δ 极小的 N 值愈小,曲綫回升也較快。当 $\delta = -1$ 时, $K_{1,3} \rightarrow \infty$ 。因此 $K_{1,3}$ 随 N 变化不是連續的,发生这些断点的 N 标示为 N_∞ 。从图 3 可以看到,在 $N = 2.5-18$ 之間, $L = L' = 5.0D$ 的 N_∞ 是 3.2 和 7.8, $L = L' = 3.5D$ 的 N_∞ 是 3.9 和 12.6, $L = L' = 1.5D$ 的 N_∞ 是 8.1。图 4 是 $L = L' = 5.0D$ 时 $K_{1,3}$ 的曲綫,在各个 N_∞ 分別趋向无穷大。

对一定位置的物,和成象有关的因素是透鏡的焦距和焦点对物的距离。周期場透鏡焦距的变化基本上决定于 $K_{1,3}$ 。而焦点位置的移动則决定于 $K_{1,3}$ 及 Δ' 或 Δ [見式(12)]。以 $L = L' = 5.0D$ 为例, $K_{1,3}$ 在一个完整的負区,即 $N = 3.2-7.8$ 之間是从 $-\infty$ 向正方向变化,然后又回到 $-\infty$, $-\Delta'$ 則从 $N = 5.8$ 起由正变負,从式(12.1),則 $F_1 F_{1,3}$ 从 $-\infty$ 变到 $+\infty$ 。因此在这一区域中 $F_{1,3}$ 从物方无穷远移往象方无穷远。这样一次移动意味着無論物在何处,它必然在某一 N 时和物重合,称此 N 为 N'_∞ , 此时成象于无穷远处。因

此象距 Q 随 N 的变化也不是連續的, 在 N'_∞ 时趋向无穷远, N'_∞ 永远大于相应的 N_∞ , 这是十分明显的. 物离透鏡愈远, 即 P 愈大, N'_∞ 愈小, 只有当 $P \rightarrow \infty$ 时, $N'_\infty \rightarrow N_\infty$.

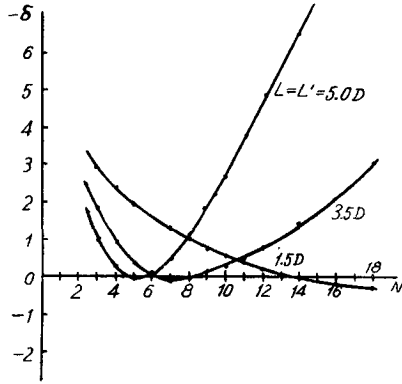


图 3

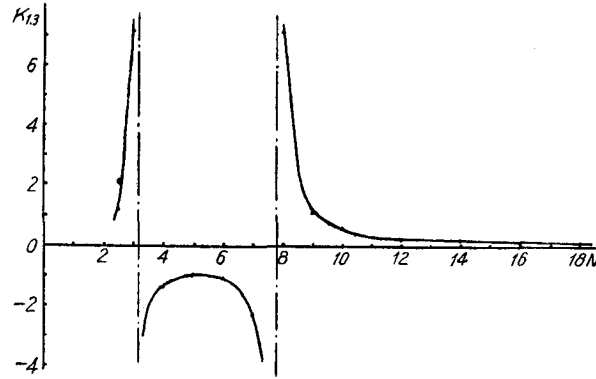


图 4 $L = L' = 5.0D$

$K_{1,3}$ 的曲线为 N_∞ 分割成正负相间的各区. 正区具有会聚透鏡的性质, 负区是发散的. 这是按光学上会聚或发散的概念来定义的. 本文的討論都采用这一定义.

可以看到, 只有在第二个 N_∞ 之后 (如图 4 中 $N > 7.8$), $K_{1,3}$ 才随 N 增大单调地变小, 这时 $f_{1,3}$ 和 $f'_{1,3}$ 也单调地变小. 在这之前的某些区域内, 随 N 增大, $f_{1,3}$ 和 $f'_{1,3}$ 有时反而增大. 然而, 即使在这些情况下, 由于焦点向两方交错移动极为严重, 由于物对焦点 $F_{1,3}$ 的距离 x 被拉大, 以及 $F'_{1,3}$ 向物方移动的结果, 象离透鏡的距离 Q 仍可进一步缩短. 放大率也进一步变小. 透鏡总的成象能力仍是更加增强. 因此, Q 在 N'_∞ 之间的变化是連續的,

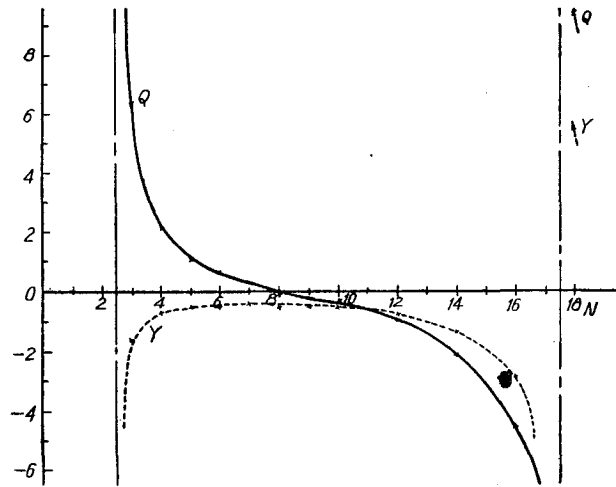


图 5 三元素周期場透鏡
 $L = L' = 1.5D, P = 2.0D$.

而且是单调的. 图 5—8 是 $L = L' = 1.5D$ 和 $5.0D$ 两种电极系統 $P = 2.0D$ 及 $4.0D$ 时的成象特性曲线. 图中 Q 的单位是电极直径 D , Y 是放大率.

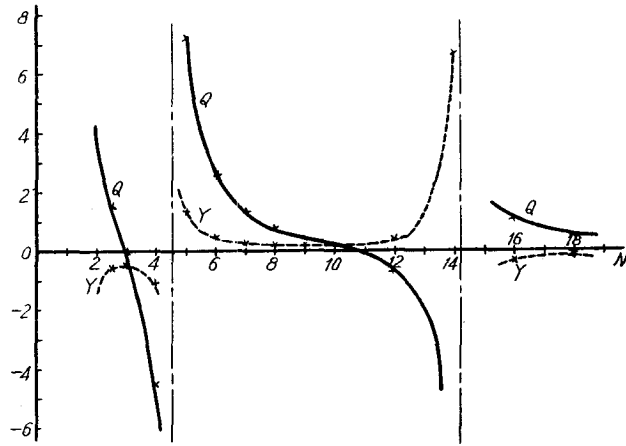


图 6 三元素周期場透鏡
 $L = L' = 1.5D, P = 4.0D$

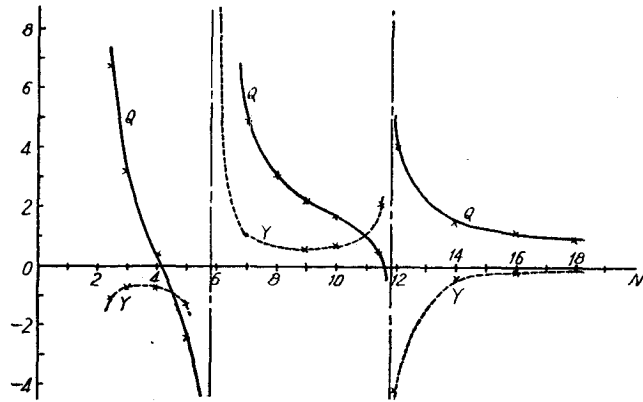


图 7 三元素周期場透鏡
 $L = L' = 5.0D, P = 2.0D$

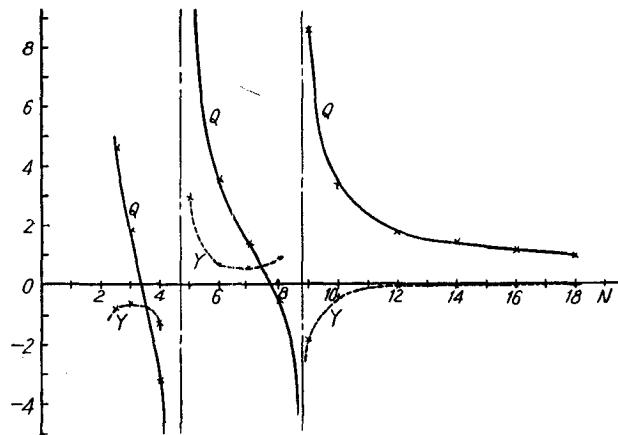


图 8 三元素周期場透鏡
 $L = L' = 5.0D, P = 4.0D$

鏡. 如图 11, $L = L' = 5.0D$, $K_{1.5}$ 具有完整的正区和負区, 最后一个区域是不閉合的正区, 称为終区. 这里 $K_{1.5}$ 具有很小的值, 从 $N = 12-18$, $K_{1.5}$ 从 0.1 降至 0.009, 因此透鏡聚焦能力極強.

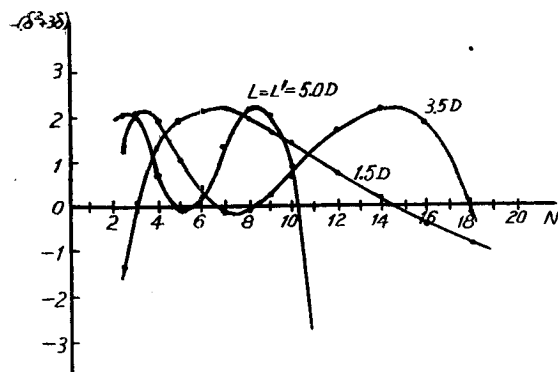
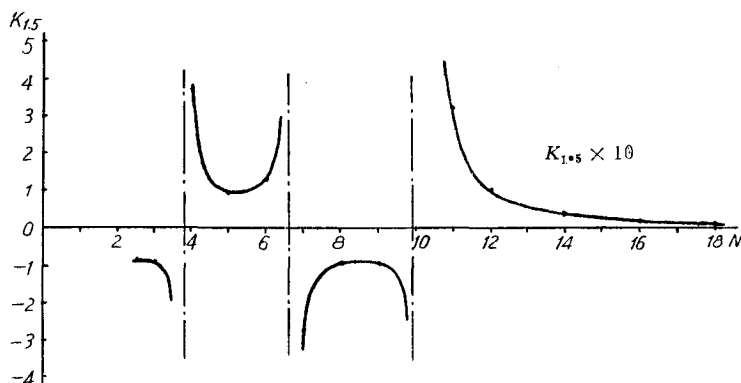


图 10

图 11 $L = L' = 5.0D$

基点在完整的正区或負区内移动的規律, 和前討論相同, 总是从一端无穷远走向另一无穷远, 每移动一次, $F_{1.5}$ 总要和給定的物 O 在某一 N 下重合一次, 此即 N'_∞ . 同样, N'_∞ 不会小于相应的 N_∞ .

用式(15)–(18)計算了 $L = L' = 1.5$ 及 $5.0D$, 在 $P = 2.0$ 及 $4.0D$ 时象的位置 Q 及放大率 Y , 結果表明在图 12–15.

五元素透鏡和三元素透鏡的严格比較是困难的, 因为它们的特性随 N 都不是单调变化的, 但可作一般的观察.

在終区之前, 五元素透鏡变化更复杂一些. 但五元素透鏡的聚焦本領更強. 对 $L = L' = 5.0D$, $P = 4.0D$ 的終区加以比較, 三元素透鏡的 Q 在 $N = 12-18$ 从 $1.76D$ 变到 $0.96D$, 这方面和五元素相仿, 它从 $1.79D$ 变到 $0.98D$. 但五元素的放大率从 0.03 降至 0.001, 而三元素是 0.08 降到 0.01. 对这一五元素透鏡而言, 在 $N = 12$ 时, $F_{1.5}M_1$ 約为 $2D$, 只要使 $P \geq 2.5D$, 就可以从 $N = 12$ 开始的区域中获得即使 N 及 P 有改变但象的位置基本不动的性质 (如 $P \geq 2.0D$, 則 $N > 14$ 也有这一性质). 因为此时 $K_{1.5}$ 非常小, P

即使变动,它的象点总几乎与 $F'_{1,5}$ 重合. 但此时 N 即使变动, $F'_{1,5}$ 的变动也很小, 因此 N 和 P 的变动, 对 Q 的影响甚小. 放大率是有变化的, 但都比 1 小得多. $N > 18$ 后, $K_{1,5}$ 单调变小, 上述性质仍是成立的.

这种透镜有如此强的聚焦能力是值得注意的. 因为尽管从理论上来说, 普通的静电透镜总可以用加大 N 来获得足够强的成像能力, 可是 N 的增加在具体使用条件下总是受到种种限制, 特别是电极间击穿的限制. 在离子源初聚系统中, 物方空间的电位取决于离子源吸极电压, 一般是几千伏, 加大 N , 意味着电极间电位差的极度提高, 显然要受到击穿的限制. 何况, N 愈来愈高也意味着电源供给愈来愈困难. 从作为初聚系统来说, 象方空间电位又取决于加速管入口的成像要求, 不可能任意提高.

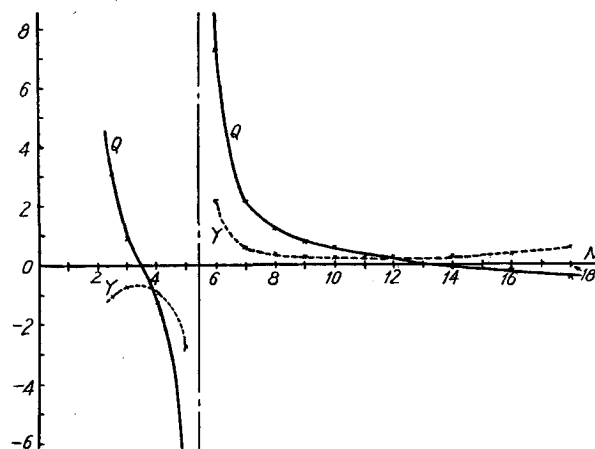


图 12 五元素周期场透镜
 $L = L' = 1.5D, P = 2.0D$

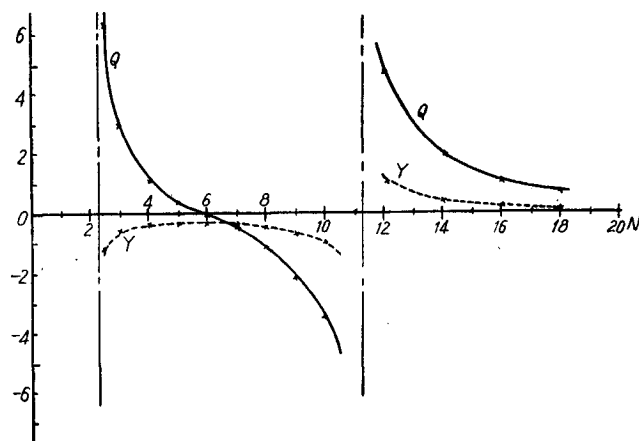


图 13 五元素周期场透镜
 $L = L' = 1.5D, P = 4.0D$

因此, 在特定的条件下, 利用周期场透镜来获得很强的聚焦能力是十分合适的.

最后, 对北京大学楼格同志的宝贵帮助和有益的讨论表示衷心感谢. 作者也十分感谢叶铭汉同志对这一工作经常的关心和帮助.

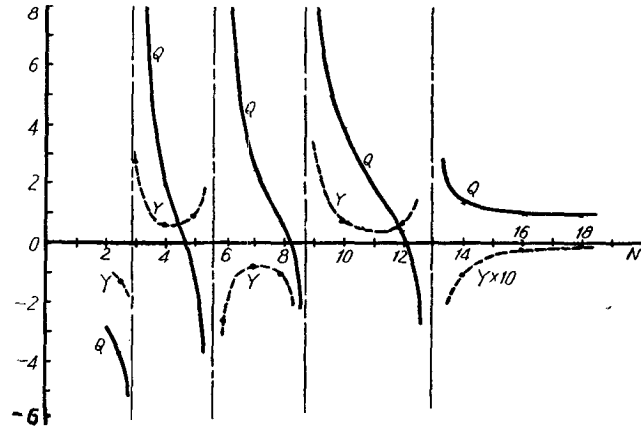


图 14 五元素周期场透镜
 $L = L' = 5.0D, P = 2.0D$

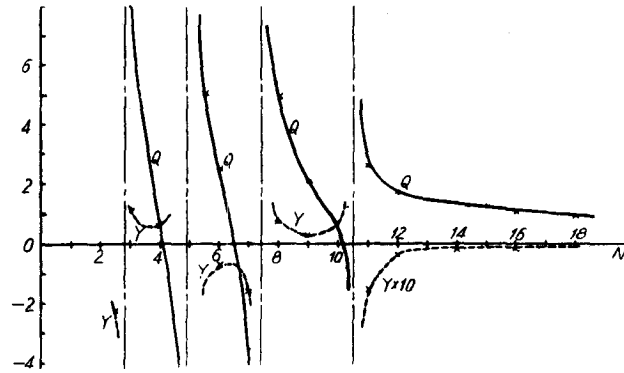


图 15 五元素周期场透镜
 $L = L' = 5.0D, P = 4.0D$

参 考 文 献

- [1] Dahnick, W., et al., *Z. Naturforschg*, **10a** (1955), 603.
- [2] Timm, U., *Z. Naturforschg*, **10a** (1955), 593.
- [3] Sonoda, M., et al., *J. Phy. Soc. Japan*, **15** (1960), 1680.
- [4] Johnson, C. H., et al., *Rev. Sci. Instr.*, **28** (1957), 942.
- [5] Pierce, J. R., *Theory and Design of Electron Beams* 2nd Ed. Von Nostrand, 1954.
- [6] Rosin, S., and Clark D. H., *J. Opt. Soc. Amer.*, **31** (1941), 198.
- [7] Zworykin, V. K., et al., *Electron Optics and the Electron Microscope*, John Wiley, 1948.
- [8] Goddard, L. S., *Proc. Cambridge Phil. Soc.*, **42** (1946), 106.
- [9] Spangenberg, K. R., *Vacuum Tubes*, McGraw-Hill, 1948.
- [10] Klemperer, O., *Electron Optics*, 2nd Ed., Cambridge, 1953.

THE IMAGE-FORMING CHARACTERISTICS OF PERIODIC FIELD LENSES

CHEN CHIEN-POU

ABSTRACT

A periodic field formed with three or five lens elements can be used as an image-forming lens in ion-optics. Generally, it possesses much stronger focusing ability than a single lens element under the same voltage ratio. Periodic field lenses have been used as initial focusing systems of ion sources in some electrostatic accelerators, yet its image-forming characteristics have not been fully studied.

This paper proposes a method to investigate the image-forming characteristics of periodic field lenses. Treating periodic field lens as a lens-element-combination, the expressions of its cardinal points can be obtained by using Ferrarias characteristic determinant. For a general case, with immersion lens as lens element, the expressions of cardinal points of periodic field lenses of three and five lens elements have been given. In these expressions only cardinal parameters of lens element and geometrical parameters of electrode system are involved. These derived expressions are quite simple in form, easy for calculation with sufficient accuracy. Thus there is no difficulty in studying the general characteristics of these lenses.

Using these expressions, the image-forming characteristics of some periodic field lenses with symmetrical two-tube lens of small gap-spacing as lens element have been calculated and analysed.