基于布尔剪枝的多值广义量词 Tableau 推理规则简化方法

刘 全[1)] 孙吉贵[2)] 崔志明[1)]

[1)](苏州大学计算机科学与技术学院 苏州 215006)

[2)](吉林大学计算机科学与技术学院 长春 130012)

摘 要 Tableau 作为自动推理的有效方法之一在许多领域中有重要的应用. 该文作者在已提出的布尔剪枝方法基础上,对含广义量词(交和并)规则的简化方法进行研究,建立了一套含广义量词的一阶多值逻辑公式的简化 Tableau 推理方法. 通过实例分析,对简化前后结果对比表明,改进后的 Tableau 方法,在推理效率上有很大的提高.

关键词 布尔剪枝;多值逻辑;广义量词;Tableau;集合的上集/下集

中图法分类号 TP301

A Method of Simplifying Many-Valued Generalized Quantifiers Tableau Rules Based on Boolean Pruning

LIU Quan[1)] SUN Ji-Gui[2)] CUI Zhi-Ming[1)]

[1)](*School of Computer Science and Technology*, *Soochow University*, *Soochow* 215006)

[2)](*College of Computer Science and Technology*, *Jilin University*, *Changchun* 130012)

Abstract As one of effective automated reasoning methods, Tableau has been apply to many important fields. Tableau methods with generalized quantifiers are very difficulty for computer to implement. Because the number of the branches extended is very large, a Boolean pruning method was proposed in many-valued logic. Tableau rules with such quantifiers can been simplified by providing a link between signed formulas and upset/downset in Boolean set lattices. On the basis of the presented Boolean pruning method, authors research on simplifying Tableau reasoning method for generalized meet and join to build a set of reasoning methods with generalized quantifiers in first-order many-valued logic. Through the analyses of examples and compare its performance to former approach, the result shows the improved Tableau method can have a great enhancement of the inference efficiency.

Keywords Boolean pruning; many-valued logic; generalized quantifiers; Tableau; upset/downset in set

1 引 言

自动推理作为自动定理证明的扩展是人工智能研究的基础工作,许多重要的人工智能系统都是以推理为其核心部分. 其中的 Tableau 方法,由于具有通用性、直观性及易于计算机实现等特点,已经成为重要的自动推理方法之一. 20 世纪 90 年代,随着多值逻辑在证明理论、代数学、公理化等方面研究的不断深入,Tableau 方法也被引入到多值逻辑中,并在

收稿日期:2003-10-26;修改稿收到日期:2005-04-12. 本课题得到国家自然科学基金(60273080,60473003)资助. 刘 全,男,1969 年生,博士,副教授,研究方向为智能信息处理、自动推理、地理信息系统. E-mail: quanliu@suda.edu.cn. 孙吉贵,男,1963 年生,博士,教授,博士生导师,研究方向为人工智能、自动推理、行末推理. 崔志明,男,1961 年生,教授,博士生导师,研究方向为知识工程、智能信息处理.

形式校验、自然语言处理、模糊控制、专家系统、数据库及知识表示等许多领域得到较好的应用.

在多值逻辑中，含量词的 Tableau 方法是由 Carnielli(1987)引入，后来由 Zabel(1993)在理论上找到了可满足的扩展规则，并给出了可靠性和完备性的证明[1,2]. 该方法的基本思想是：对于含量词的带符号公式 $S(\lambda x)\phi(x)$，找出形如 $\bigvee_{i\in I}\bigwedge_{j\in J_i}S_{ij}\phi(z_{ij})$ 的公式. 这里 $S_{ij}\subseteq N$，其中 N 为真值集合，Z_{ij} 为属于下列两种情况的基项：(1)在证明过程中未出现过的 Skolem 常数 c；(2)任意基项 t. 这个思想可表示为含 Skolem 项和符号的规则，形式可以用图 1 方式表示.

$S(\lambda x)\phi(x)$

$S_{11}\phi(z_{11})$ $\vdots$ $S_{1s_1}\phi(z_{1s_1})$ $I_1\phi(t_1)$	… … …	$S_{r1}\phi(z_{r1})$ $\vdots$ $S_{rs_r}\phi(z_{rs_r})$ $I_r\phi(t_r)$

图 1　Zabel 含量词 Tableau 扩展规则

这里 $(Q(\lambda))^{-1}(S)=\{\{I_1,I_2,\cdots,I_r\}\mid\varnothing\neq I\subseteq N,Q(\lambda)(I)\in S\}$，$I_i=\{k_{i1},k_{i2},\cdots,k_{i|I_i|}\}$. $I=\{1,2,\cdots,r\}$，$s_i=|I_i|+1$，$S_{ij}=\{k_{ij}\}$，对于 $S_{i(|I_i|+1)}=I_i$，$z_{i(|I_i|+1)}=t$. 对于某一个 j，当 $I_j=\{i_j\}$ 时，其对应的扩展只包含 $I_j\phi(t)$ 即可，另外还可删除其中的形如 $N\phi(t)$ 的带符号重言公式.

从以上扩展规则可以看出，由于 $(Q(\lambda))^{-1}(S)$ 中的每个真值集合都必须扩展，使得分枝数可接近 2^n-2 个，Tableau 搜索空间变得非常的庞大. S 中每增加一个 $i\in N$，它的 Tableau 扩展分枝数可最大增加 $2^{|N|}-1$ 个分枝，这对 $|N|$ 较大的情况，Tableau 变得很难实现，因此探索多值逻辑简化的 Tableau 扩展规则是非常有必要的.

在文献[3]中，我们提出了布尔剪枝方法，将带符号的公式与集合的上集/下集联系起来，使含经典量词(全称量词 $\forall$ 和存在量词 $\exists$)的一阶多值逻辑公式的扩展规则得到简化. 但对 Carnielli[1] 中提到的广义量词(并 $\sqcup$ 和交 $\sqcap$)没有考虑. 本文在布尔集格上，对广义量词规则的简化方法进行研究，建立了一套含广义量词的一阶多值逻辑公式的简化 Tableau 方法. 通过实例分析，对简化前后进行对比，结果表明，改进后的 Tableau 方法，在推理效率上有较大的提高.

本文将真值集合看成是格结构. 格 L 是一个偏序集 $\langle N,\leq\rangle$，对于 N 中的任何两个元素，有唯一上确界(上确界运算记为 $\sqcup$，也称为并)和唯一下确界(下确界运算记为 $\sqcap$，也称为交). 对于任何有穷格，都有唯一的最小元素和最大元素. 一个特殊情况的格 $2^N=(2^N,\varnothing,N,\cap,\cup)$ 称为 N 的布尔集格，这里 $\cap$ 是集合的交运算，$\cup$ 是集合的并运算. $\varnothing\neq F\subseteq N$，产生的关于布尔集格 2^N 的集合的上集为 $U(F)=\{X\mid X\subseteq N,X\cap F\neq\varnothing\}$. $\varnothing\neq I\subseteq N$，产生的关于布尔集格 2^N 的集合的下集为 $D(I)=\{X\mid X\subseteq N,\varnothing\neq X\subseteq I\}$. 为了节省篇幅，这里使用的未解释的记号和概念以及 Tableau 推理的基本知识，请参见文献[3～5].

2　含广义量词的四值逻辑 Tableau 实例

例 1.　考虑真值集合 $FOUR=\{\bot,\mathrm{f},\mathrm{t},\top\}$，定义量词 Π，$Q(\Pi)=\sqcap$，这里 $\sqcap$ 为格中的交操作. 四值逻辑格结构如图 2 所示，四值布尔集格如图 3 所示.

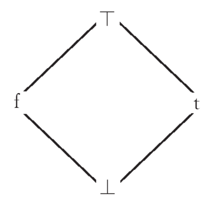


图 2　四值逻辑格结构

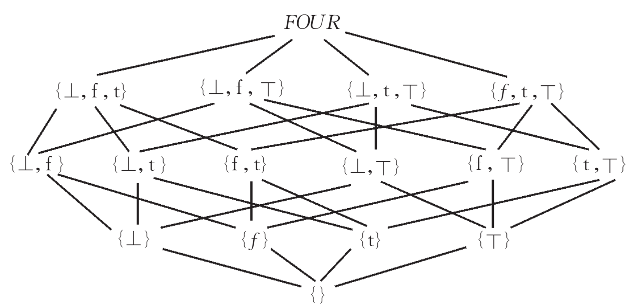


图 3　四值布尔集格

那么对应于集合 $\{\bot\}$，$\{\mathrm{f}\}$，$\{\bot,\mathrm{f}\}$ 和 $\{\}$ 的布尔集合分别为

$$(Q(\Pi))^{-1}(\{\bot\})=\{\{\bot\},\{\bot,\mathrm{f}\},\{\bot,\mathrm{t}\},\{\mathrm{f},\mathrm{t}\},\{\bot,\top\},\{\bot,\mathrm{f},\mathrm{t}\},\{\bot,\mathrm{f},\top\},\{\bot,\mathrm{t},\top\},\{\mathrm{f},\mathrm{t},\top\},FOUR\},$$

$$(Q(\Pi))^{-1}(\{\mathrm{f}\})=\{\{\mathrm{f}\},\{\mathrm{f},\top\}\},$$

$$(Q(\Pi))^{-1}(\{\bot,\mathrm{f}\})=(Q(\Pi))^{-1}(\{\bot\})\cup(Q(\Pi))^{-1}(\{\mathrm{f}\}).$$

对于一阶三值 Kleene 逻辑，根据图 1，可以对 $\{0\}(\forall x)\phi(x)$ 进行扩展，其中 $(Q(\forall))^{-1}(\{0\})=\left\{\{0\},\left\{0,\frac{1}{2}\right\},\{0,1\},\left\{0,\frac{1}{2},1\right\}\right\}$. 扩展结果如图 4 表示.

同理，根据图 1，以 $\{\bot\}$ 为例，Tableau 扩展结果如图 5.

$\{0\}(\forall x)\phi(x)$

$\cancel{\{0\}\phi(c)}$	$\{0\}\phi(c)$	$\{0\}\phi(c)$	$\{0\}\phi(c)$
	$\left\{\frac{1}{2}\right\}\phi(d)$	$\left\{\frac{1}{2}\right\}\phi(d)$	
		$\{1\}\phi(e)$	$\{1\}\phi(e)$
$\{0\}\phi(t_1)$	$\left\{0,\frac{1}{2}\right\}\phi(t_2)$	$\cancel{\left\{0,\frac{1}{2},1\right\}\phi(t_3)}$	$\{0,1\}\phi(t_4)$

图 4　$\{0\}(\forall x)\phi(x)$的扩展结果

$\{\bot\}(\Pi x)\phi(x)$

$\{\bot\}\phi(c)$	$\{\bot\}\phi(c)$	$\{\bot\}\phi(c)$	$\{\mathrm{f}\}\phi(c)$	$\{\bot\}\phi(c)$	$\{\bot\}\phi(c)$	$\{\bot\}\phi(c)$	$\{\bot\}\phi(c)$	$\{\mathrm{f}\}\phi(c)$	$\{\bot\}\phi(c)$
	$\{\mathrm{f}\}\phi(d)$	$\{\mathrm{t}\}\phi(d)$	$\{\mathrm{t}\}\phi(d)$	$\{\top\}\phi(d)$	$\{\mathrm{f}\}\phi(d)$	$\{\mathrm{f}\}\phi(d)$	$\{\mathrm{t}\}\phi(d)$	$\{\mathrm{t}\}\phi(d)$	$\{\mathrm{f}\}\phi(d)$
					$\{\mathrm{t}\}\phi(e)$	$\{\top\}\phi(e)$	$\{\top\}\phi(e)$	$\{\top\}\phi(e)$	$\{\mathrm{t}\}\phi(e)$
									$\{\top\}\phi(f)$

图 5　$\{\bot\}(\Pi x)\phi(x)$的扩展结果

3　利用布尔剪枝方法简化 Tableau 分枝

从例 1 可以看出，随着真值集合的扩大，Tableau 扩展分枝可呈幂指数增大，本文通过布尔集格的性质对含广义量词的 Tableau 规则进行简化.

定义 1.　令 L 为格，元素 $x\in L$ 称为交(并)-不可简化的，如果 $x\neq\top(x\neq\bot)$ 并且对于 $\forall a,b\in L$，有 $x=a\sqcap b(x=a\sqcup b)\rightarrow x=a(x=b)$ 成立.

L 的交、并-不可简化的元素的集合分别可以表示为 $MI(L)$，$JI(L)$.

定义 2.　令 L 为格，$i\in L$. 那么$\Uparrow i=\{x\in L\mid x\geq i\}$ 和 $\Downarrow i=\{x\in L\mid x\leq i\}$ 分别称为 i 的上集和下集. i 和 j 的间隔定义为$[i,j]=\{x\in L\mid i\leq x\leq j\}$.

引理 1.　令 L 为分配格，$i\in L$. 当 $a_1,a_2,\cdots,a_r\in L$ 且 $a_1\sqcap a_2\sqcap\cdots\sqcap a_r\leq i$，那么存在 $1\leq i\leq r$，使得 $a_i\leq i$.

引理 1 证明见文献[6].

定理 1.　设 $L=\langle N,\sqcap,\sqcup\rangle$ 为真值有穷集合 N 上的格，定义分布量词 Π 和 Σ 如下：

$$Q(\Pi)=\sqcap,$$
$$Q(\Sigma)=\sqcup,$$

则有下列式子成立：

(1) 如果 $i\in MI(L)$，那么 $(Q^{-1}(\Pi))(\{i\})=U(\{i\})\cap(D(\Uparrow i)\cup\{\varnothing\})$.

(2) 如果 L 是分配格并且 $i\in MI(L)$，那么 $(Q^{-1}(\Pi))(\Downarrow i)=U(\Downarrow i)$.

(3) 对于任何$i\in N$和分配格 L：$(Q^{-1}(\Pi))(\{i\})=(\bigcap_{m\in M_i}U(\Downarrow m))\cap(D(\Uparrow i)\cup\{\varnothing\})$，其中 M_i 是 $MI(L)\cap\Uparrow i$中的最小元素.

(4) 对于任何 $i\in N$ 和分配格 L：$(Q^{-1}(\Pi))(\Downarrow i)=\bigcap_{m\in M_i}U(\Downarrow m)$，其中 M_i是 $MI(L)\cap\Uparrow i$ 中的最小元素.

(5) 对于任何 $i\in N$：$(Q^{-1}(\Pi))(\Uparrow i)=D(\Uparrow i)$.

(6) 如果 $i\in JI(L)$，那么 $(Q^{-1}(\Sigma))(\{i\})=U(\{i\})\cap(D(\Downarrow i)\cup\{\varnothing\})$.

(7) 如果 L 是分配格并且 $i\in JI(L)$，那么 $(Q^{-1}(\Sigma))(\Uparrow i)=U(\Uparrow i)$.

(8) 对于任何$i\in N$和分配格 L：$(Q^{-1}(\Sigma))(\{i\})=(\bigcap_{j\in J_i}U(\Uparrow j))\cap(D(\Downarrow i)\cup\{\varnothing\})$，其中 J_i是 $JI(L)\cap\Downarrow i$ 中的最小元素.

(9) 对于任何 $i\in N$ 和分配格 L：$(Q^{-1}(\Sigma))(\Uparrow i)=\bigcap_{j\in J_i}U(\Uparrow j)$，其中 J_i是 $JI(L)\cap\Downarrow i$ 中的最小元素.

(10) 对于任何 $i\in N$：$(Q^{-1}(\Sigma))(\Downarrow i)=D(\Downarrow i)$.

证明.

(1) 如果 i 是交-不可简化的，那么 $\sqcap X=i$，即有 $i\in X$，因此

$$\begin{aligned}(Q^{-1}(\Pi))(\{i\})&=\{X\subseteq N\mid i\in X\text{ 且 }X\geq_L i\}\\&=\{X\subseteq N\mid\{i\}\cap X\neq\varnothing\}\cap\\&\quad\ \{X\subseteq N\mid X\geq_L i\}\end{aligned}$$

(根据 $U(F)$ 的定义)

$$\begin{aligned}&=U(\{i\})\cap\{X\subseteq N\mid X\subseteq_L\Uparrow i\}\\&=U(\{i\})\cap(D(\Uparrow i)\cup\{\varnothing\}).\end{aligned}$$

(2) 如果 i 是交-不可简化的，那么 $M_i=\{i\}$，它是式(4)的一种特例.

(3) 如果 i 是交-不可简化的，符合式(1)的情况.

如果 i 不是交-不可简化的，那么$(Q^{-1}(\Pi))(\{i\})$可能包含其它的分布，因为$\sqcap X=i$，未必有 $i\in X$：对于分布 X 有$\sqcap X=i$，X 中包含 $X\geq_L i$ 中的所有元素(例如，在四值逻辑中的$\bot=\mathrm{f}\cap\mathrm{t}$). 这种分布通常是很难描述的.

在分配格的情况下，假设 $X\in(Q^{-1}(\Pi))(\{i\})$，即$\sqcap X=i$，因此 $X\geq_L i$，由 D 的定义可得，$X\in D(\Uparrow I)$. 令 $X=\{x_1,x_2,\cdots,x_r\}$ 且$\sqcap X=i$，对于在分配格中的

交-不可简化的 m，有$m\geq_L i=\sqcap\{x_1,x_2,\cdots,x_r\}$，即有当 $1\leq j\leq r$，$m\geq_L x_j$，因此对于任何交-不可简化的 $m\geq_L i$，存在 $X\in U(\Downarrow m)$.

反之，假设 $X\in(U(\Downarrow m))\cap(D(\Uparrow i)\cup\{\varnothing\})$，根据 D 的定义，即有$\sqcap X\geq_L i$. 由$X\in\bigcap\limits_{m\in M}U(\Downarrow m)$，有$\{x_1,x_2,\cdots,x_{|M|}\}\subseteq X$ 使得对于每个 x_j 存在一个 $m_j\in M$ 且 $x_j\leq_L m_j$ 使得 $i\leq_L\sqcap X\leq_L\sqcap\{x_1,x_2,\cdots,x_{|M|}\}\leq_L\sqcap\{m_1,m_2,\cdots,m_{|M|}\}=\sqcap M=i$.

(4)假设 $X\in(Q^{-1}(\Pi))(\Downarrow i)$，使得 $X\leq_L i$. 令 $M=M_i$，$X=\{x_1,x_2,\cdots,x_r\}$且$\sqcap X\leq_L i$，对于在分配格中的交-不可简化的 m，有 $m\geq_L i\geq_L\sqcap\{x_1,x_2,\cdots,x_r\}$，即有当 $1\leq j\leq r$，$m\geq_L i\geq_L x_j$，因此对于任何交-不可简化的 $m\geq_L i$，$X\in U(\Downarrow m)$.

反之，假设 $X\in\bigcap\limits_{m\in M}U(\Downarrow m)$，存在$\{x_1,x_2,\cdots,x_{|M|}\}\subseteq X$ 使得对于每个 x_j 存在一个 $m_j\in M$ 且 $x_j\leq_L m_j$ 使得$\sqcap X\leq_L\sqcap\{x_1,x_2,\cdots,x_{|M|}\}\leq_L\sqcap\{m_1,m_2,\cdots,m_{|M|}\}=\sqcap M=i$.

(5)令$X\in(Q^{-1}(\Pi))(\Uparrow i)$，因此$\sqcap X\geq_L i$ 当且仅当$\varnothing\neq X\subseteq\Uparrow i$. 因此，根据 D 的定义，有$(Q^{-1}(\Pi))(\Uparrow i)=\{X\subseteq N\mid\varnothing\neq X\subseteq\Uparrow i\}$.

(6)～(10). 根据式(1)～(5)的对偶性可证.

证毕.

根据定理 1，对于广义量词，下列 Tableau 推理规则是可以满足的：

(1)如果 i 是交-不可简化的，L 为分配格，那么由定理 1 的(1)，(2)有：

规则(1)　　规则(2)

$$\dfrac{\{i\}(\Pi x)\phi(x)}{\begin{array}{c}\{i\}\phi(c)\\ \Uparrow i\phi(t)\end{array}}\qquad\qquad\dfrac{\Downarrow i(\Pi x)\phi(x)}{\Downarrow i\phi(c)}$$

(2)如果 i 是并-不可简化的，L 为分配格，那么由定理 1 的(6)，(7)有：

规则(6)　　规则(7)

$$\dfrac{\{i\}(\Sigma x)\phi(x)}{\begin{array}{c}\{i\}\phi(c)\\ \Downarrow i\phi(t)\end{array}}\qquad\qquad\dfrac{\Uparrow i(\Sigma x)\phi(x)}{\Uparrow i\phi(c)}$$

(3) 对于任意 i，$M=\min(MI(L)\cap\Uparrow i)=\{m_1,m_2,\cdots,m_r\}$，$J=\max(JI(L)\cap\Downarrow i)=\{j_1,j_2,\cdots,j_s\}$，$L$ 是分配格，由定理 1 的(3)，(8)，(4)，(9)有：

规则(3)　　规则(8)　　规则(4)　　规则(9)

$$\dfrac{\{i\}(\Pi x)\phi(x)}{\begin{array}{c}\Downarrow m_1\phi(c_1)\\ \vdots\\ \Downarrow m_r\phi(c_r)\\ \Uparrow i\phi(t)\end{array}}\qquad\dfrac{\{i\}(\Sigma x)\phi(x)}{\begin{array}{c}\Uparrow j_1\phi(c_1)\\ \vdots\\ \Uparrow j_s\phi(c_s)\\ \Downarrow i\phi(t)\end{array}}\qquad\dfrac{\Downarrow i(\Pi x)\phi(x)}{\begin{array}{c}\Downarrow m_1\phi(c_1)\\ \vdots\\ \Downarrow m_r\phi(c_r)\end{array}}\qquad\dfrac{\Uparrow j(\Sigma x)\phi(x)}{\begin{array}{c}\Uparrow j_1\phi(c_1)\\ \vdots\\ \Uparrow j_s\phi(c_s)\end{array}}$$

(4)对于任意 i，任意格 L，由定理 1 的(5)，(10)有：

规则(5)　　规则(10)

$$\dfrac{\Uparrow i(\Pi x)\phi(x)}{\Uparrow i\phi(t)}\qquad\qquad\dfrac{\Downarrow i(\Sigma x)\phi(x)}{\Downarrow i\phi(t)}$$

4　实例分析

在例 1 中，利用四值布尔集格(见图 3)，对集合$\{\bot\}$，$\{\mathrm{f}\}$，$\{\bot,\mathrm{f}\}$可以简化表示为

$(Q(\Pi))^{-1}(\{\bot\})=\Uparrow\{\mathrm{f},\mathrm{t}\}\cup\Uparrow\{\bot\}$，

$(Q(\Pi))^{-1}\{\{\mathrm{f}\}\}=\Uparrow\{\mathrm{f}\}\cap\Downarrow\{\mathrm{f},\top\}\}$，

$(Q(\Pi))^{-1}\{\{\bot,\mathrm{f}\}\}=\Uparrow\{\mathrm{f}\}\cup\Uparrow\{\bot\}=U(\{\bot,\mathrm{f}\})$.

利用布尔剪枝方法，简化后的广义量词的 Tableau 规则为

$$\dfrac{\{\bot\}(\Pi x)\phi(x)}{\begin{array}{c|c}\{\mathrm{f}\}\phi(c) & \{\bot\}\phi(c)\\ \{\mathrm{t}\}\phi(d) & \end{array}}\qquad\dfrac{\{\mathrm{f}\}(\Pi x)\phi(x)}{\begin{array}{c}\{\mathrm{f}\}\phi(c)\\ \{\mathrm{f},\top\}\phi(c)\end{array}}\qquad\dfrac{\{\bot,\mathrm{f}\}(\Pi x)\phi(x)}{\{\bot,\mathrm{f}\}\phi(c)}$$

与例 1 相比，$\{\bot\}(\Pi x)\phi(x)$的扩展分枝由 10 个减少为 2 个.

当 i 是 L 的底(顶)元素，形如$\Uparrow i\phi$($\Downarrow i\phi$)是重言式，可以从以上 Tableau 规则中删除. 从定理 1 导出的规则中可以看出，规则(1)，(2)可以看成为规则(3)，(4)的特殊情况：如果 i 为交-不可简化的，那么 $M=\{i\}$，因此规则(3)可简化为规则(1)，规则(4)可简化为规则(2). 由于$\{i\}=\Uparrow i\cap\Downarrow i$，那么对于规则(1)有：

$\{i\}(\Pi x)\phi(x)$	①	
$(\Uparrow i\cap\Downarrow i)(\Pi x)\phi(x)$	②	由于$\{i\}=\Uparrow i\cap\Downarrow i$
$\Uparrow i(\Pi x)\phi(x)$	③	由②得
$\Downarrow i(\Pi x)\phi(x)$	④	由②得
$\{i\}\phi(c)$	⑤	由④根据规则(2)
$\Uparrow i\phi(t)$	⑥	由③根据规则(5)

如果 $i=\top$，那么 $M=\varnothing$，那么(3)和(5)演化为同一情况，$\{\top\}(\Pi x)\phi(x)$等价于$\Uparrow\top(\Pi x)\phi(x)$. 同样，(8)和(10)演化为同一情况，$\{\bot\}(\Sigma x)\phi(x)$等价于$\Downarrow\bot(\Sigma x)\phi(x)$.

例 2.　考虑真值集合 $NINE=\{\bot,A,B,C,D,E,F,G,\top\}$，定义量词 Π，$Q(\Pi)=\sqcap$，这里$\sqcap$为格中的交操作. 九值逻辑格结构如图 6 所示.

如果采用图 1 方法进行 Tableau 扩展，$(Q(\Pi))^{-1}(\{\Downarrow D\})=\{\{\bot\},\{A\},\{B\},\{D\},\{\bot,A\},\{\bot,B\},\{\bot,D\},\{A,B\},\cdots\}$，扩展后可以产生几百个分枝.

通过图 6 可知，D 的交—不可简化的表示是 $F\sqcap G$，因此利用布尔剪枝方法化简的 Tableau 推理为

$$\begin{array}{l} \Downarrow D(\Pi x)\phi(x) \\ \hline \Downarrow F(\Pi x)\phi(x) \\ \Downarrow G(\Pi x)\phi(x) \\ \Downarrow F\phi(c) \\ \Downarrow G\phi(d) \end{array}$$

$\Downarrow D(\Pi x)\phi(x)$扩展将几百个分枝简化为 1 个分枝.

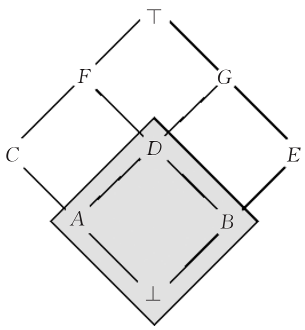


图 6 NINE 中的$\Downarrow D$

5 结 论

本文给出了一种含广义量词的 Tableau 推理方法,并用布尔剪枝方法进行了简化,通过实例可以看出,改进后的 Tableau 方法,在推理效率上有较大的提高. 同时该方法可以进一步引申到无穷值逻辑和含模糊量词(如 T-算子和 S-算子)的模糊逻辑中,对于无穷值逻辑和模糊逻辑的 Tableau 推理方法研究具有一定的借鉴意义.

参 考 文 献

1 Carnielli W. A.. Systematization of finite many-valued logics through the method of Tableaux. Journal of Symbolic Logic, 1987, 52(2): 473～493

2 Zabel R.. Proof theory of finity-valued logics[Ph. D. dissertation]. Institut für Algebra und Diskrete Mathematic, TU Wien, 1993

3 Liu Quan, Sun Ji-Gui. A Boolean pruning method for improving Tableau reasoning efficiency in first-order many-valued logic. Chinese Journal of Computers, 2003, 26(9): 1165～1170(in Chinese)
(刘 全,孙吉贵. 提高一阶多值逻辑 Tableau 推理效率的布尔剪枝方法. 计算机学报, 2003, 26(9): 1165～1170)

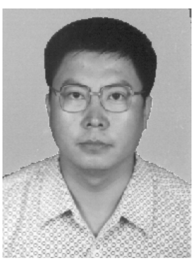
4 Fitting M. C.. First-Order Logic and Automated Theorem Proving. New York: Springer Verlag, 1996

5 Fitting M. C.. Types and Tableau. New York: Springer Verlag, 2000

6 Davey B. A., Priestley H. A.. Introduction to lattices and order. Cambridge Mathematical Textbooks. Cambridge: Cambridge University Press, 1990

7 Liu Quan, Sun Ji-Gui. Semantic Tableau method in non-classical logics. Journal of Computer Science, 2002, 29(5): 72～75(in Chinese)
(刘 全,孙吉贵. 非经典逻辑的语义 Tableau 方法. 计算机科学, 2002, 29(5): 72～75)

8 Bertossi L., Schwind C.. Analytic Tableaux and database repairs. In: Eiter T. ed.. Foundations of Information and Knowledge Systems, Lecture Notes in Computer Science 2284. New York: Springer, 2002, 32～48



LIU Quan, born in 1969, Ph. D., associate professor. His research interests include intelligent information processing, automated reasoning and GIS.

SUN Ji-Gui, born in 1963, Ph. D., professor, Ph. D. supervisor. His research interests include artificial intelligence, automated reasoning.

CUI Zhi-Ming, born in 1961, professor, Ph. D. supervisor. His research interests include knowledge engineering, intelligent information processing.

Background

This work is a part of both the projects "Automated Reasoning in Non-classical Logics" (No. 60273080) and "Constraint Reasoning and Constraint Programming" (No. 60473003) supported by the National Natural Science Foundation of China. The purpose of these projects is to research on many fields of the Tableau methods and application such as technologies and tactics in non-classical logics, theories and methods about connection Tableau, technologies in improving inference efficiency of Tableau with equality and so. These methods have been applied to the fields of database repairs, natural language understand, and theory of diagnosis. Authors have been implemented theorem proving system using SWI- PROLOG language in microcomputer.

This paper belongs to the part of Tableau in many-valued logics. It dedicate to the Tableau methods with quantifiers that are an important part of the project. On the basis of the Boolean pruning method, authors research on simplifying Tableau reasoning method for generalized meet and join to build a set of reasoning methods with generalized quantifiers in first-order many-valued logic.

Now more than 15 papers were published in three years, including 3 in international conferences, 6 in EI citation.