

$r/a=0.616$ 时 $Q$ 增大至临界值,由A型波转变为B型波,后者振荡幅度较大,可以获得更大的能量补充

### 2.4 频率理论值与实验值的比较

频率理论值按(16)式计算,频率实验值是在第一类喷嘴布列下,在激励出某波型的临界气量下测定的,实测表明频率随气量改变很小,频率理论值与实测值比较举例如表2,结果表明两者符合较好。

表2 频率理论值与实测值比较

波型	A ( $m=0, l=1$ )	A	B ( $m=1, l=1$ )	B
$\frac{h}{2a}$	0.148	0.243	0.184	0.243
$\frac{r}{a}$	0.616	0.616	0.370	0.370
$\nu_{理}$	133.3 (1/m in)	138.2	75.1 (1/m in)	82.8
$\nu_{实}$	127.7	132.2	75.2	81.1

### 3 结 语

本文采用“无动力源、无损耗理想流体模型”进行近似分析,得到波型及频率公式与观测结果符合很好。

实验与理论分析表明,喷嘴布列靠近中部最容易激励生成B型波。在“顶底复合吹”炼钢转炉上B型波将在炉膛两侧产生巨大的压差,易于检测,这种波动讯号及其频率检测对炼钢自动控制前景具有重大价值。

### 参 考 文 献

- 1 北京钢铁研究院炼钢室. 埋入式吹炼转炉水力模拟实验研究. 钢铁, 1976, 20 (1): 50
- 2 加藤嘉英. 底吹转炉内的钢浴振动. 铁与钢, 1982, 68 (10): 1604
- 3 潘文全主编. 流体力学基础(下册). 北京: 机械工业出版社, 1982. 231~233
- 4 数学手册编写组. 数学手册. 北京: 人民教育出版社, 1977. 1326~1331

(1996年8月16日收到第1稿,  
1997年2月17日收到修改稿)

## 膜片弹簧应力分布的实验和有限元分析

刘红欣

(上海大学机械工程系, 上海 200072)

**摘要** 本文用光弹性贴片法和非线性有限元法对膜片弹簧在小端加载时, 弹簧上表面全场应力分布作了研究. 实验结果与有限元计算结果吻合良好, 并且得到膜片弹簧在危险工况下, 其最大应力发生在凹槽边缘中部, 否定了目前通用的传统理论所确定的最大应力发生在分离指根部中点的结论。

**关键词** 膜片弹簧, 光弹性贴片法, 有限元, 应力分布

### 引 言

膜片弹簧具有独特的结构和非线性荷载-变形特性等特点, 用作汽车、拖拉机等运输车辆离合器的压紧元件, 有很多优点, 目前已得到广泛的应用<sup>[1-3]</sup>. 在对膜片弹簧进行理论分析时, 通常分成碟型部分(锥部)和分离指部分, 前者是圆锥壳结构形式, 后者可看作为变截面悬臂梁<sup>[1-3]</sup>. 若要精确地分析计算膜片弹簧, 则要用到壳和梁的有限变形理论, 问题相当复杂, 文献[4]建立了全新的膜片弹簧力学数学模型及计算方法,

从理论到实验对膜片弹簧作了非常深入详尽的研究, 使得对此弹簧的理论分析与计算, 摆脱了传统的计算模型与方法. 但是, 正如文[4]最后指出的: 由于膜片弹簧结构形状的复杂性, 其应力分布, 以及分离指与锥部连接部分的应力集中等, 必须依靠实验或有限元手段才能解决. 另外, 根据传统的膜片弹簧计算方法, 认为其最大应力将发生在分离指根部, 即在与锥部连接部分的中点. 文[4, 5]也曾用电测法对膜片弹簧的最大应力以及应力位移特性等作了研究, 并指出了此结论不能成立. 可是要了解整片弹簧表面上全场应力分布等, 用电测法还是有其局限性。

本文用实验应力分析中的光弹性贴片法<sup>[6]</sup>和计算力学中的非线性有限元方法<sup>[7]</sup>, 对工程中这一类膜片弹簧在小端加载(危险工况)时, 弹簧上表面全场应力分布, 分别作了研究. 实验结果与有限元计算结果吻合良好, 并且得到了膜片弹簧在危险工况下, 其最大应力

力学与实践

发生在凹槽边缘中部, 否定了目前通用的传统理论计算方法所确定的最大应力发生在分离指根部中点的结论。文中还给出了应力集中系数和最大主应力与位移关系曲线。

## 2 膜片弹簧应力分布的光弹性贴片实验分析

膜片弹簧结构参见图 1。我们先用典型的 NJ131 型膜片弹簧进行实验研究。

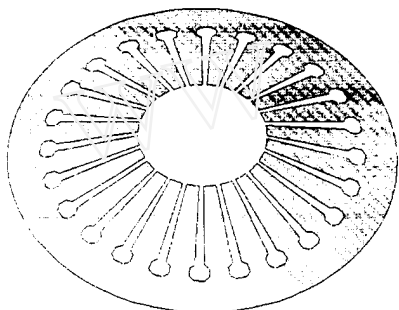


图 1 膜片弹簧结构图

### 2.1 光弹性贴片的制作和粘接

贴片材料由环氧树脂加常温固化剂 593 制成, 它们的配比为 100: 20。因为弹簧为旋转体, 贴片也需曲面成形。因此在操作时, 当贴片材料呈较好韧性的半固化状态时, 将贴片依附在弹簧表面上, 并排出气孔, 以保持良好接触, 待环氧树脂完全固化后, 将其修剪成膜片弹簧的实验形状, 再用与贴片材料相同配方调制成的粘接剂, 将成形的贴片粘贴到弹簧上, 等粘接剂完全固化后, 最后再加工槽与孔。在加工时必须十分小心, 以保证贴片材料的边界开头与膜片弹簧的形状完全一致。

### 2.2 实验结果与分析

实验用反射式光弹仪进行, 入射角与反射角均为  $5^\circ$ ; 光源为白色光。图 2 显示了 NJ131 型膜片弹簧在小端变形时, 从光弹性贴片上获得的等差线条纹图。

由图可见, 分离指根部中点  $C$  处的条纹值约在 2~3 级之间, 而弹簧凹槽内侧面近中部的  $A$  点处条纹值则大于 4, 因此最大应力应发生在  $A$  点附近。另外从条纹分布看到, 锥部外缘上条纹分布比较均匀, 说明沿周线应力近似相等与均匀分布, 在近分离指一侧, 由于分离指的存在, 则对应力分布有很大影响, 造成应力集中现象。

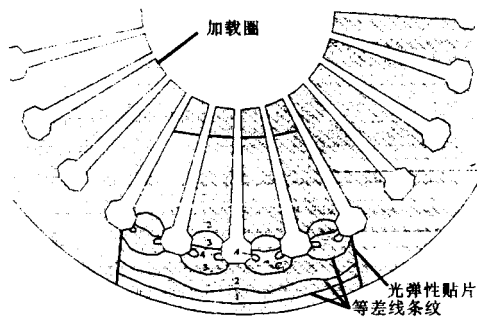


图 2 膜片弹簧上光弹性贴片与等差线条纹图

## 3 膜片弹簧应力分布的非线性有限元分析

### 3.1 有限元模型

这里我们采用非线性有限元方法来分析膜片弹簧的全场应力分布问题。弹簧的有限元模型如图 3 所示。我们用 8 节点壳单元来分析此问题。总共 2112 个节点, 1128 个单元。引入边界条件后, 整个问题的自由度数为 12 096, 经优化后, 半带宽为 312。在 486DX2-66/16MB RAM 的微机 on 计算此问题。CPU 时间为 5.4432min。

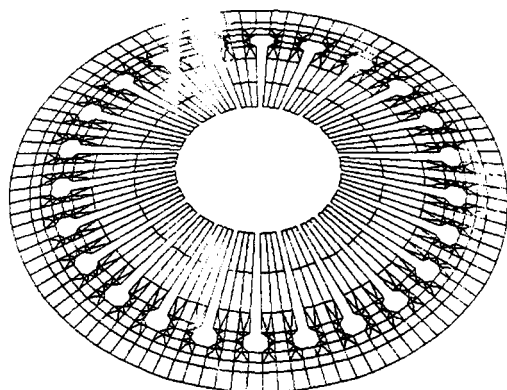


图 3 膜片弹簧有限元分析模型

### 3.2 计算结果与分析

#### 3.2.1 应力集中问题

图 4 显示了膜片弹簧上表面的全场 von Mises 应力分布图, 图 5 为全场最大主应力分布图, 而图 6 则为膜片弹簧的位移场等值线图。从图 4~图 6 见到, 由于所研究对象结构上具有的周期对称性, 问题的处理可以大大简化。但是这里我们仍然给出全场应力和位移结果。

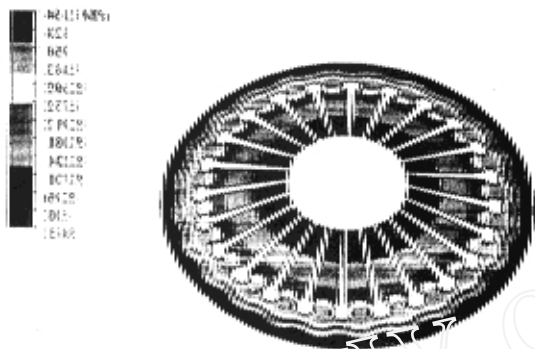


图4 膜片弹簧上应力分布: von Mises 应力分布

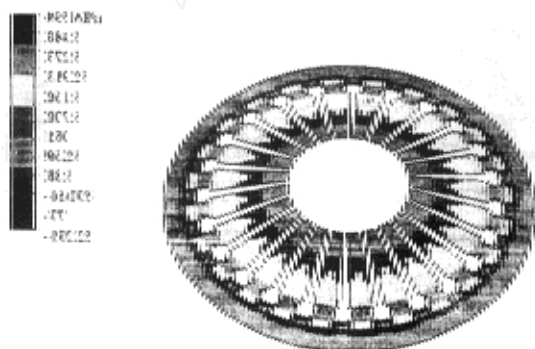


图5 膜片弹簧上应力分布: 最大主应力分布

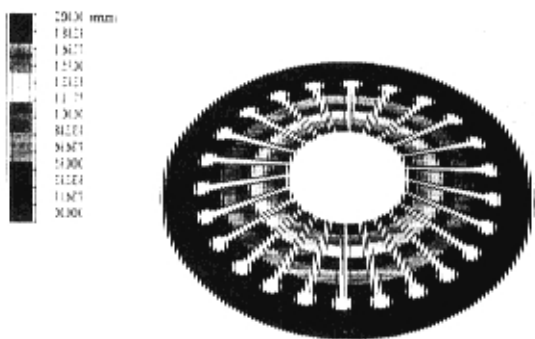


图6 膜片弹簧位移等值线

$$\text{上表面: } k_t = \frac{\sigma_{\max}}{\sigma_c} = 1.72584 \quad (1)$$

$$\text{下表面: } k_b = \frac{\sigma_{\max}}{\sigma_c} = 2.664652 \quad (2)$$

这里,  $\sigma_{\max}$  为凹槽侧面中部附近的最大主应力,  $\sigma_c$  为分离指根部中点处的应力. 某种意义上讲, 上述比数反映了应力集中的程度, 即, 若按照传统理论计算后, 必须乘上此系数  $k_t$ 、 $k_b$  后才能作为最后强度校核的依据. 当然对于不同的膜片弹簧, 由于设计参数不同, 系数  $k_t$ 、 $k_b$  值也将发生变化, 同时又可看到, 有限元计算得到的应力分布与光弹性贴片得到的应力分布十分相近, 形状几乎一致. 由此说明了, 有限元计算结果的可行性和可靠性.

### 3.2.2 最大应力-位移关系曲线

图7给出了膜片弹簧最大应力与弹簧小端位移之间的非线性关系曲线, 从图中曲线的变化规律可见, 当弹簧小端发生位移时, 最大应力呈非线性规律增大, 由于此应力发生在弹簧分离指根部附近, 但位置仍然在分离指上, 这说明了, 分离指的计算必须按非线性理论进行, 即变宽度梁的有限变形理论来计算, 而非小变形梁理论. 此结论从计算角度出发证明了文献[4]提出的关于膜片弹簧分离指计算模型必须采用非线性理论的正确性. 同时又是对文献[4]研究结果的补充, 即完成了应力集中问题的分析和全场应力的分析. 另外, 因为传统理论得不到本文计算的最大应力, 所以在以往的计算方法中, 没有这关系曲线的报道.

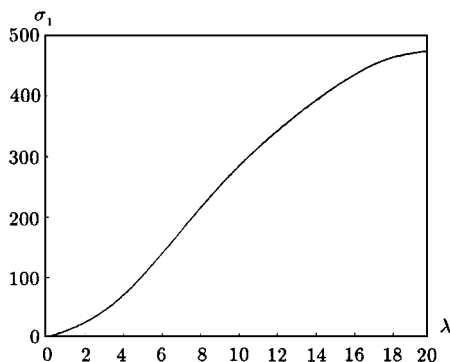


图7 A点最大主应力-位移关系曲线

由图可见, 分离指根部中点处的应力小于凹槽侧面中部附近的应力值, 故最大应力发生区与传统计算理论完全不一致. 这里, 我们将发生在凹槽侧面中部附近的最大主应力与传统计算方法中分离指根部中点处的应力进行比较, 得到

### 3.2.3 与文献中有关结果的比较

图8给出了膜片弹簧分离指根部中点径向应力与小端位移的关系曲线. 文献[5]中的实验结果也同时给出, 以示比较. 由图可见, 在此点位置上, 有限元计算得到的径向应力与其他实验结果相差不大, 并有类似的非线性变化规律. 因为此处的径向应力, 无论实验力学与实践

值, 还是传统理论的计算值, 都有类似结果, 所以也说明了, 此点处的径向应力计算可按传统理论计算得到

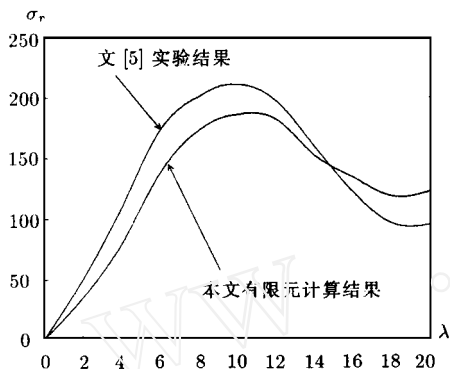


图 8 C 点径向应力-位移关系曲线

#### 4 结论

本文对工程中常用的膜片弹簧的应力分布问题, 用光弹性贴片法和非线性有限元法分别作了分析计算, 首次得到了此类弹簧的全场应力分布, 计算与实验分析, 并取得较为满意的结果。具体结论如下:

(1) 膜片弹簧在小端加载时, 即危险工况时, 其最大应力发生在分离指根部凹槽侧面中部附近, 而不再是传统理论所说的在分离指根部中点位置。同时,

还得到了应力集中系数  $k_{t,b} = \frac{\sigma_{max}}{\sigma_c}$ 。

(2) 由于最大应力发生区的位置已有变化, 则在膜片弹簧强度计算时, 必须以非线性分析得到的结果作为设计计算或强度校核的依据

(3) 给出了膜片弹簧最大主应力与小端位移之间的非线性关系曲线

#### 参 考 文 献

- 1 林世裕 汽车拖拉机碟型弹簧与膜片弹簧设计. 北京: 机械工业出版社, 1965. 20~ 68
- 2 吉林工业大学汽车教研室编 汽车设计. 北京: 机械工业出版社, 1981. 95~ 97
- 3 叶开源, 叶志明 工程中一类非线性弹性元件: 碟型弹簧和膜片弹簧的研究进展 力学与实践, 1989, 11 (6): 6~ 11
- 4 Ye Zhiming, Yeh Kaiyuan A study of Bellville spring and diaphragm spring in engineering *ASME Journal of Applied Mechanics*, 1990, 57 (4): 1026~ 1031
- 5 叶志明, 胡胜强, 谭秀卿, 范海荣 膜片弹簧应变 应力分布的实验研究 机电工程杂志, 1991, 4: 13~ 17
- 6 F 赞德曼等著 光弹性贴片法 (中译本). 北京: 机械工业出版社, 1980. 136~ 159
- 7 O C 监凯维奇 有限元法 (中译本), 上, 下册 北京: 科学出版社, 1985

(本文于 1996 年 11 月 25 日收到)

## 电子秤中平行梁弹性元件的性能分析

查明华 陈晓勤 张如一

(清华大学工程力学系, 北京 100084)

**摘要** 本文对电子秤中平行梁弹性元件的性能用有限元方法和测试技术进行了计算和分析, 得到了满意的结果

**关键词** 平行梁弹性元件, 应变值, 四角偏差

#### 引 言

随着科学技术的进步, 各种机械式衡器逐步替代木杆秤, 但其测量速度与精度仍受到限制, 所以, 近年来相继出现许多电子秤, 电子秤中最关键的问题是要有一个很好的器件来完成力-电转换的过程。这种器件就是称重传感器。目前国内常用的称重传感器有电阻

应变式、电磁力补偿式、电容式、振弦式等, 各有特点, 但在商业称重计量和工业生产中用电阻应变式称重传感器最合适, 这种传感器具有体积小, 反应快, 失真小, 使用简便、价格低廉等优点, 而且完全达到 III 级秤的精度要求

#### 1 平行梁式称重传感器的原理

电阻应变式称重传感器是将电阻应变计贴在专门设计的弹性梁上, 在重量的作用下弹性体发生变形, 电阻应变计也随之变形, 这样就把被测重量的大小转换成应变量的变化, 电阻值也随之变化, 使四臂组成的桥