代入式 (2)、(3)，并略去高阶微量，得到

$$\frac{dQ(x)}{dx}=q(x) \tag{4}$$

$$\frac{dM(x)}{dx}=Q(x)+m(x) \tag{5}$$

这就是一般教材中所给出的剪力、弯矩和载荷集度之间的微分关系[1,2].

(2) 若微段 dx 上没有分布载荷和分布力偶，即 $q(x)=0$，$m(x)=0$，则根据奇异函数的性质[4]，可将式 (2)、(3) 变成

$$dQ(x)=P_i \tag{6}$$

$$dM(x)=M_i \tag{7}$$

这就是微段上单独作用 P_i 和 M_i 的增量关系式[3].

(3) 根据公式 (2)、(3)，就可得到与 P_i 和 M_i 作用相应的剪力图，弯矩图 (图 3)，其中图 3 (b) 的剪力图实际上应画成图 3 (c)，有箭头的线段代表与集中力偶相应的 M_i 个单位的冲量　这样，就避免了集中力、集中力偶作用于梁上一点而产生剪力图、弯矩图的突变与实际梁上剪力、弯矩连续性之间相互矛盾的怪圈，从而为解释集中力、集中力偶作用处剪力图、弯矩图为什么会突变提供了理论基础

综上所述，本文给出的公式 (2)、(3) 是剪力弯矩载荷之间微分关系的一般公式，同时也说明了将各种载荷全部化为横向力是保证载荷图、剪力图、弯矩图正确对应的理论基础；本文结论不仅在教学上有参考意义，而且可推广应用至各类工程结构中去

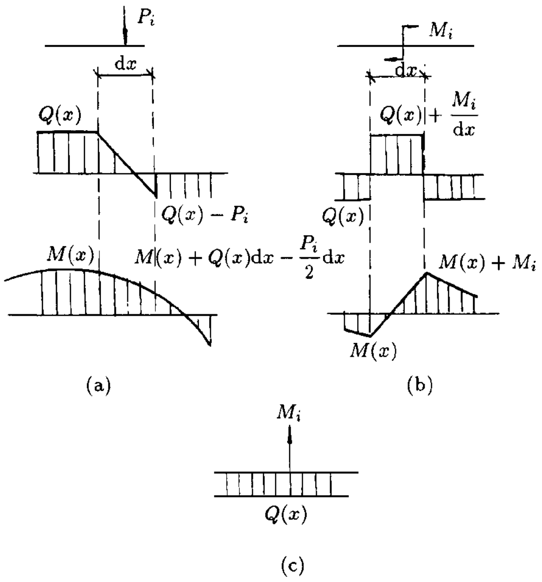

图 3

参 考 文 献

1 孙训方，方孝淑，关来泰　材料力学　北京：人民教育出版社，1979

2 程嘉佩主编　材料力学　北京：高等教育出版社，1989

3 杜庆华，熊祝华，陶学文　应用固体力学基础　北京：高等教育出版社，1987

4 Crandall，Dahl，Lardner 等著　诸关炯等译　固体力学导论　北京：人民教育出版社，1980

(1995 年 12 月 9 日收到第 1 稿，
1996 年 5 月 2 日收到修改稿)

冲击动载荷系数的一般形式

王华杰

(襄樊大学教务处，襄樊　441003)

摘要　本文采用振动分析方法导出了冲击载荷系数的一般表达式，并结合算例进行验证

关键词　线弹性杆件，冲击，动载荷系数

在材料力学教科书中，对线性杆件受冲击作用时的动载荷系数一般是通过几个算例采用能量法来求解的，对不同的算例给出的动载荷系数公式具有不同的形式　本文采用振动分析方法导出了冲击动载荷系数的一般表达式，并结合算例进行了验证　结果说明本文导出的公式适用于任意杆件承受冲击作用时的动载荷计算

设质量为 m 的冲击物以初速 v_0 冲击到杆件上点 c 处　当被冲击杆件的自重与冲击物的重量相比很小而可忽略不计时，冲击物与杆件接触后即可认为附着于杆件上而成为一个系统，在随后的过程中冲击物沿其冲击方向的运动即可用一个单自由度系统的弹性扰动来模拟　其运动方程为

$$m\ddot{\Delta} + k\Delta = F \tag{1}$$

其中 k 是弹性系数，它等于杆件受冲击处 C 点沿冲击方向产生单位静位移所需的外力，F 是冲击物的重力沿冲击方向的分力，Δ 是杆件 C 点沿冲击方向产生的动位移．方程 (1) 的解为

$$\Delta(t) = \frac{F}{k} + A\sin\sqrt{\frac{k}{m}}\,t + B\cos\sqrt{\frac{k}{m}}\,t$$

利用初始条件 $\Delta(0) = \Delta_0$，$\dot{\Delta}(0) = v_0$，可得 $A = v_0\sqrt{\frac{m}{k}}$，$B = \Delta_0 - \frac{F}{k}$．最大动位移为

$$\Delta_d = \frac{F}{k} = \sqrt{\left(\Delta_0 - \frac{F}{k}\right)^2 + \frac{v_0^2 m}{k}}$$

若令：$\Delta_{st1} = \frac{F}{k}$，$\Delta_{st2} = \Delta_0 - \frac{F}{k}$，$\Delta_{st} = \frac{mg}{k}$，则

$$\Delta_d = \left(\frac{\Delta_{st1}}{\Delta_{st}} + \sqrt{\left(\frac{\Delta_{st2}}{\Delta_{st}}\right)^2 + \frac{v_0^2}{g\Delta_{st}}}\right)\Delta_{st} \tag{2}$$

式中的 Δ_{st1} 是冲击物的重力沿冲击方向的分力作用在杆件上所产生的静位移，Δ_{st} 是假定重力沿冲击方向作用在杆件上所产生的静位移．

若令：$a = \frac{\Delta_{st1}}{\Delta_{st}}$，$b = \left(\frac{\Delta_{st2}}{\Delta_{st}}\right)^2$，冲击动载荷系数 $K_d = \frac{\Delta_d}{\Delta_{st}}$，则

$$K_d = a + \sqrt{b + \frac{v_0^2}{g\Delta_{st}}} \tag{3}$$

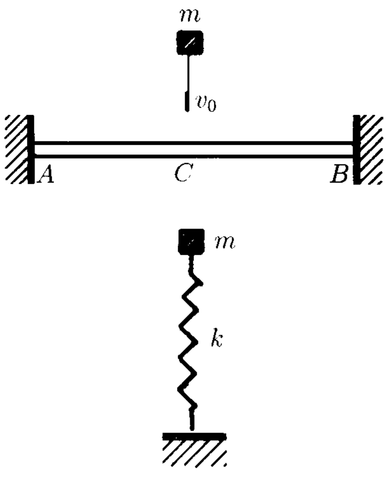

图 1

例 1　简支梁中点受初速为 v_0 的重物冲击

由图 2 可知

$$\Delta_{st1} = \frac{mg}{k}, \Delta_0 = 0,$$

$$\Delta_{st2} = -\frac{mg}{k}, \Delta_{st} = \frac{mg}{k}$$

所以

$$a = 1,\ b = 1$$

代入 (3) 式得

$$K_d = 1 + \sqrt{1 + \frac{v_0^2}{g\Delta_{st}}}$$

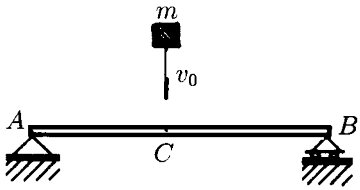

图 2

例 2　竖直放置的悬臂梁受初速为 v_0 的重物水平冲击

由图 3 可知

$$\Delta_{st1} = 0,\ \Delta_0 = 0,\quad \Delta_{st2} = 0,$$

$\Delta_{st1} = \frac{mg}{k}$，所以

$$a = 0,\ b = 0$$

代入 (3) 式得

$$K_d = \sqrt{\frac{v_0^2}{g\Delta_{st}}}$$

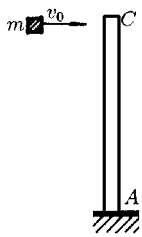

图 3

例 3 匀速降落重物的卷扬机突然刹车

图 4

由图 4 可知

$\Delta_{st1}=\frac{mg}{k}$，$\Delta_0=\frac{mg}{k}$，

$\Delta_{st2}=0$，$\Delta_{st}=\frac{mg}{k}$，

所以

$$a=1,\ b=0$$

代入 (3) 式得

$$K_d=1+\sqrt{\frac{v_0^2}{g\Delta_{st}}}$$

参 考 文 献

1 刘鸿文 材料力学 北京: 高等教育出版社，1983

2 L. 米罗维奇 振动分析基础 上海: 上海交通大学出版社，1980

3 王华杰 正交梁系受集中质量撞击作用的理想刚塑性有限变形分析 襄樊大学学报，1991 (1)

(本文于 1995 年 12 月 2 日收到)

考虑受冲击杆质量的动荷系数的讨论

周润玉

(同济大学工程力学系，上海 200092)

摘要 本文在研究材料力学冲击问题中，考虑受冲击杆件质量，对动荷系数进行了计算，并对有关文献的计算进行了讨论

关键词 受冲击杆质量，动荷系数，计算

如何处理材料力学中冲击问题考虑受冲击杆件质量时，文献 [1]、[2] 等均有论述，文 [1] 中

$$\left.\begin{aligned}K_{d(1)}&=1+\sqrt{1+\frac{2H}{\delta_{j1}\left(1+\frac{m_1}{m^2}\right)}}\\ \delta_{d(1)}&=K_{d(1)}\times\delta_{j1}\end{aligned}\right\}\qquad(1)$$

文 [2] 中

$$\left.\begin{aligned}K_{d(2)}&=1+\sqrt{1+\frac{2h}{\delta_j\left(1+\frac{m_1}{m^2}\right)}}\\ \delta_{d(2)}&=K_{d(2)}\times\delta_j\end{aligned}\right\}\qquad(1)$$

笔者认为文献 [1]、[2] 都是根据能量守恒原理处理冲击问题，是可行的，结果都是正确的 但文 [1] 中是以自重作用下杆的静平衡位置为初始状态的，δ_{j1}是冲击物重量mg 作为静荷时在被冲击点处的静变形 (挠度)，H 是冲击物离杆静平衡位置的高度，文 [2] 中是以杆的未受力状态为初始状态，δ_j 是以 $(m+m_1)g$ 作为静荷时在被冲击点处的静变形 (挠度)，h 是冲击物离未受力状态杆的高度 由于 (1)、(2) 两式中 δ_j (δ_{j1})、h (H) 的含义不同，文 [2] 忽略了此点，才造成文 [1] 法与实验结果不符的结论 实际上，不存在文 [2] 修正文 [1] 的问题 如图所示

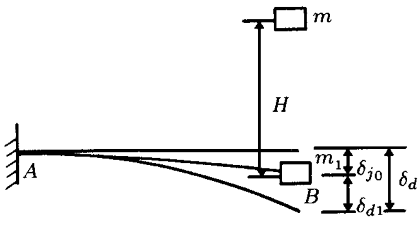

图 1

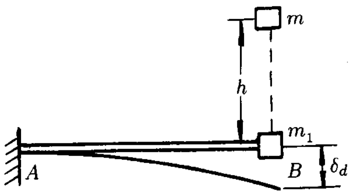

图 2