碟形弹簧特性曲线非线性有限元计算

苏　军　　吴建国

(江苏理工大学材力教研室, 镇江 212013)

摘要　本文利用有限单元法, 在改进加载方法的前提下, 详细计算了多种碟形弹簧的非线性特性曲线, 得到了与精确解和实验值符合得非常好的精度很高的结果

关键词　碟形弹簧, 非线性有限元

碟形弹簧是一种结构简单、尺寸紧凑、弹簧载荷-变形特性曲线可任意设计、应用广泛的一种弹簧, 可以认为是一个圆锥形的薄壳结构 其主要尺寸有内径 D_i, 外径 D_o, 锥高 H, 厚度 t 一般在一端受载, 另一端支于某一支承面上 其主要结构和尺寸见图 1. 一般常

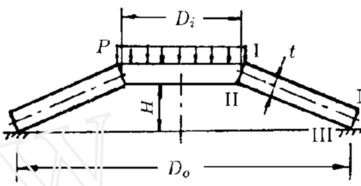

图 1

用范围为 $H/t = 1.5 \sim 2.5$, $m = D_o/D_i = 1 \sim 4$.

碟形弹簧的计算一般人常采用传统近似计算法 Almen-Laszlo 公式 它是假定矩形剖面不变形, 而只是绕某一点作刚性翻转而得到的 碟形弹簧的精确解是利用圆锥薄壳的一块微元之平衡, 建立微分方程并对其进行数值积分而得出的 这两种方法的详细推导和计算参见文献[1]、[2].

应用有限单元法(FEM)计算碟形弹簧, 虽已有人算过[3,4], 但都不太理想 有的非线性曲线计算不完全, 有的应力曲线未给出 过去总认为用现有的非线性程序不能计算出碟形弹簧的全部特性曲线[3]. 笔者在计算之初亦总是报出"载荷步大于增量步"之错误, 使计算亦如文[3]一样只能进行几小步. 后来, 我们改进了加载方法, 使得对于各种碟形弹簧都能顺利计算出全部载荷特性曲线, 不仅给出了完整的非线性载荷-位移特性曲线图, 还给出了应力曲线, 得到了相当精确的结果

我们采用了两种单元进行计算 其一是二维轴对称单元, 其二是三维块单元 由于结构和载荷都是轴对称的, 因而采用轴对称单元是显而易见的. 至于三

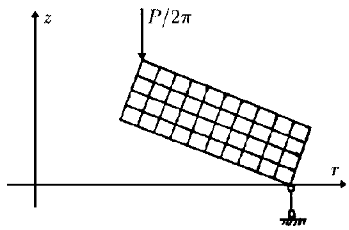

图 2

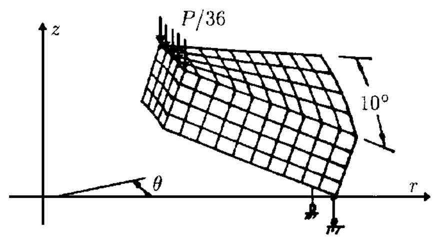

图 3

维单元, 主要是为了作结果对比 每种单元又都作了多种粗细不同的网格划分, 以寻求最佳网格剖分. 实际采用的有限元计算网格如图 2 和图 3. 载荷条件为上表面最内圈上的压力, 其合力为 P. 位移约束条件为下表面竖直方向的位移约束 而对碟形弹簧在径向的位移则未作任何约束, 这一点有别于 A-L 公式中翻转中心的假定, 较之更接近实际情况 对三维单元还有 θ 方向的斜约束(图中未画出).

计算采用通用非线性有限元程序 ADINA 进行. 所有计算的二维、三维单元均采用非线性单元, 有限元方程为完全的拉格朗日非线性方程, 而材料为线弹性的弹簧钢 由于几何形状很规则, 编制了网格自动生成程序. 计算中只需输入内径 D_i、外径 D_o、厚度 t 和锥高 H (或锥角 α), 就能自动生成节点坐标、单元信息、载荷条件、位移约束条件等全部数据, 自动记入数据文件并直接进入有限元计算, 计算后亦能根据计算结果自动绘出载荷-变形特性曲线和应力图等, 使得计算显得非常方便、简捷、实用

对于文[2]中给出的精确解的几种碟簧(外径 100, 内径 50, 厚 2, 锥高分别为 0.8、2.4、4.0, 以上尺寸单位为mm, $E = 2.06\times10^{5}$MPa, $\mu = 0.3$), 用二维轴对

称元计算的结果与 A-L 公式的计算结果、精确解三种方法计算的压平点($\lambda=H$)时的载荷值 P_H (单位: N) 比较见表 1.

表 1

弹簧参数	精确解	FEM		A-L	
		计算值	误 差	计算值	误 差
$D_i=50, D_o=100, t=2, H=2.4$	2339	2332	0.3%	2504	7.05%
$D_i=50, D_o=100, t=2, H=4.0$	3854	3796	1.5%	4173	8.27%
$D_i=45, D_o=100, t=2, H=2.4$	2244	2230	0.62%	2378	6.0%
$D_i=55, D_o=100, t=2, H=4.0$	2474	2474	0.0%	2672	8.0%
$D_i=50, D_o=100, t=2, H=0.8$	785	784	0.13%	835	6.37%

由表 1 可见, 有限元计算值与精确解的误差极小, 大多为百分之零点几, 最大者亦仅为 1.5%, 而 A-L 公式的计算值则普遍高于精确解, 其误差达 6%～8% 以上.

计算的碟簧四角点处(I、II、III、IV 点, 见图 1)的切向应力值与精确解和 A-L 公式的计算结果比较见表 2.

从该表 2 亦可看出, 有限元计算的应力值与精确解的误差远小于 A-L 公式的计算误差. 虽然在最大压应力 σ_I 的结果中, 二者相差不大, 但 σ_{II}、σ_{III}、σ_{IV} 的计算中, A-L 公式的误差则已大到不能容许的程度, 而有限元法则仍保持较小的误差. 对于表 2 中的第二种碟簧, 输出的应力曲线见图 4.

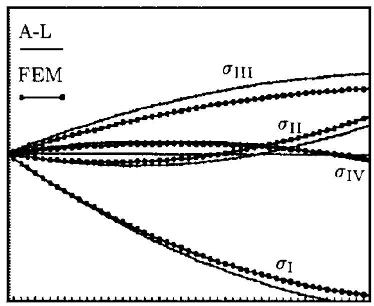

图 4

三维单元的计算结果与二维轴对称单元基本相似, 其误差略大于二维单元. 对上述的二种碟簧, 其计算的压平点载荷值 P_H 结果对比如表 3.

表 2

弹簧参数	计算方法	σ_I		σ_{II}		σ_{III}		σ_{IV}	
		计算值	误差	计算值	误差	计算值	误差	计算值	误差
$D_i=50, D_o=100$	精确解	-1269		468.6		617.3		-109.1	
	FEM	-1320	4%	472.8	0.89%	590.2	4.4%	-108.2	0.82%
$H=2.4, t=2.0$	A-L	-1320	4%	404	13%	719.4	16.5%	-142.7	30.8%
$D_i=50, D_o=100$	精确解	-2549		335.3		1310		103.4	
	FEM	-2642	3.6%	349.4	4.2%	1256	4.1%	106.1	2.6%
$H=4.0, t=2.0$	A-L	-2710	6.3%	165	50.8%	1520	16%	82.2	20.5

表 3

弹 簧 参 数	精确解	二维单元		三维单元		A-L 法	
		计算值	误差	计算值	误差	计算值	误差
$D_i=50, D_o=100, t=2, H=2.4$	2339	2332	0.3%	2418	3.4%	2504	7.05%
$D_i=50, D_o=100, t=2, H=4.0$	3854	3796	1.5%	3942	2.3%	4173	8.27%

(下转第 40 页)

$$e_{均} = \frac{13.4 + 13 + 11.9 + 10.8 + 13.5}{5} = 12.5\ \mathrm{cm}$$

所以桅杆初偏心率[1]

$$\epsilon = \frac{M}{N} \cdot \frac{A_{\mathrm{II}}}{W_x} = 12.5 \times \frac{615}{2.48 \times 10^4} = 0.31$$

说明由加工引起的初偏心对应力有影响

(3) 根据桅杆截面形式, 长细比, 偏心方向和偏心率, 由钢结构设计规范 TJ17-74 查得桅杆在弯矩作用平面内稳定系数 $\varphi_y = 0.41$, 于是桅杆(桅杆材料为 16Mn 钢)稳定许用应力值为[1]

$$\frac{\sigma_y}{K_y} = \varphi_y[\sigma] = 92.6\ \mathrm{MPa}$$

而在主变形作用面内, 桅杆最大受压纤维处的应力[1]为

$$\sigma = \frac{N}{A} + \frac{M_x}{W_x} = -89.6\ \mathrm{MPa}$$

则 $\sigma <92.6\ \mathrm{MPa}$, 说明桅杆是稳定安全的

(4) 桅杆截面在测试过程中出现平面外弯矩 M_y 和扇性正应力 σ_W, 主要原因可能与基础箱沉降不等有关, 其数值不大, 可概括在桅杆的总安全度内

(5) III-III 截面实测应力值与计算值相差较大桅杆接近底座部分应力状态可能较复杂, 有待进一步测试分析

参 考 文 献

1 西安冶金建筑学院, 重庆建筑工程学院, 哈尔滨建筑工程学院, 合肥工业大学. 钢结构. 北京: 中国建筑工业出版社, 1982. 155～159

(1996 年 12 月 9 日收到第 1 稿
1997 年 2 月 16 日收到修改稿)

(上接第 50 页)

现将计算结果与这实验值进行对比. 对文[5]中提供的 Almen 做的 5 种碟簧实验曲线中的第 5 种, 在图 5 中补画了有限的计算值. 由图可见, 图中有限元曲线与实验曲线非常接近, 几乎重合; 而 A-L 曲线则明显高于实验曲线. 由此可见, 有限元计算结果不仅与精确解符合很好, 与实验情况亦符合很好.

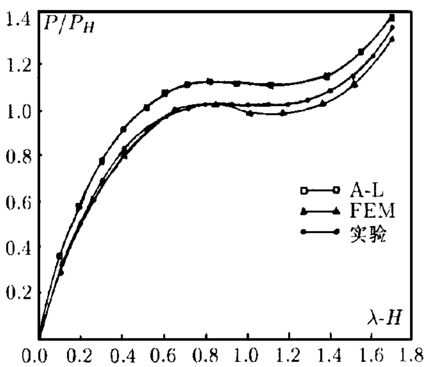

图 5 弱变化弹簧 $P_H = 562\mathrm{kg}$

($D_i = 146$, $D_0 = 285.7$, $t = 4$, $H = 5.9$)

由上述计算结果可以看出, 在碟形弹簧的计算方法中, 传统的 A-L 公式是一种近似计算法, 有一定的误差, 在要求不高时, 可以选用 A-L 公式计算. 文[2]介绍的精确解, 由于计算过程复杂, 在实际设计中采用的很少. 而有限元法的计算结果不仅与精确解符合很好, 而且与实验值也符合得很好, 具有很高的精度. 除此之外, 再配以有限元网自动剖分与显示, 数据文件自动形成, 载荷-变形曲线及应力曲线图的自动计算与显示, 构成了碟簧的计算机辅助设计系统的完整的分析计算部分. 使碟簧的设计准确、快速、简捷、方便

参 考 文 献

1 Almen J O, Laszlo A. The uniform-section disk spring. Trans ASME, 1936, 58(5): 305～314

2 Hubner W. Deformationen und spannungen bei tellerfedern. Konstruktion, 1982, 34(10): 387～392

3 Curti G, Appendino D. Vergleich von berchnungsverfahren fur tellerfeder. Draht, 1982, 33(1): 38～40

4 Wagner W, Wetzel M. Berechnung von tllerfedern mit hilfer der methode der finiten elemente. Konstruktion, 1987, 39(4): 147～150

5 Curti G, Orlando M 著. 侯锡九译. 碟形弹簧的新计算法. 弹簧工程, 1985, 3: 10～15

(1996 年 4 月 15 日收到第 1 稿,
1996 年 12 月 31 日收到修改稿)