

同轴绞线柔索的应力解析

郑黎阳

(茂名石化乙烯工业公司, 茂名 525000)

摘要 对同轴绞线柔索受力变形提出两个基本假设, 即横截面保持平面和组成柔索的绞线为螺旋线其形状保持不变. 据此建立了求解各层绞线所受的纵向力, 以及各层之间挤压力的控制方程. 导出应力的计算方法, 揭示同轴绞线柔索张拉时的应力分布规律.

关键词 螺旋线, 柔索, 张拉, 应力

用一种或两种以上线材同轴分层绞绕制成的柔索广泛地应用于工程结构之中. 如斜拉桥的吊索、预应力结构的锚索, 以及高压输电线路中的架空导线等. 了解其受力后的应力分布对于正确估算其强度, 以及进行疲劳、松弛、抗震等问题的研究有着重要的意义.

由于构成柔索的每一绞线都是螺旋线, 当柔索受到轴向拉伸时不仅纵向发生伸长, 各层之间也产生相互挤压. 笔者提出两个基本假设: (1) 柔索横截面保持平面; (2) 各绞线保持螺旋线形状. 据此建立了求解各绞线所受的纵向力和各层间挤压力的控制方程, 继而导出了应力的计算方法.

1 控制方程

1.1 几何方程

根据基本假设(1), 各绞线都相同的纵向变形, 即

$$v_i = v_0 \quad (i = 1, 2, \dots, n \text{ 绞线的层数}) \quad (1)$$

式中 v_i 表示第 i 层的纵向变形; v_0 表示中心线的纵向变形.

由基本假设(2), 若将 i 层中一绞线展开成平面如图 1 所示. 图中 S_i 表示该绞线伸长量; u_i 表示该层绞线节圆半径的减少; v_i 表示纵向伸长. 在小变形的情况下, 应满足如下的变形协调条件

$$v_i = \frac{S_i}{\sin \alpha_i} + \frac{u_i}{\tan \alpha_i} \quad (2)$$

1.2 物理方程

绞线沿柔索轴线方向的纵向力用 p_i 表示, 在其作用下横截面上的内力为(如图 2 所示)

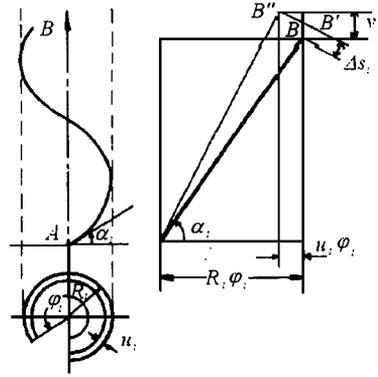


图 1

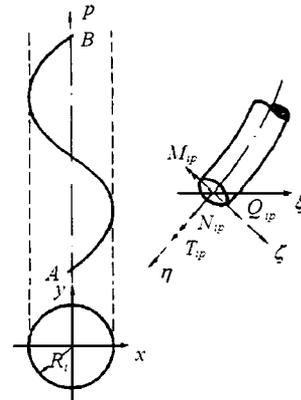


图 2

$$\left. \begin{aligned} \text{轴力} \quad N_{ip} &= p_i \sin \alpha_i \\ \text{剪力} \quad Q_{ip} &= p_i \cos \alpha_i \\ \text{弯矩} \quad M_{ip} &= -p_i R_i \sin \alpha_i \\ \text{扭矩} \quad T_{ip} &= p_i R_i \cos \alpha_i \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

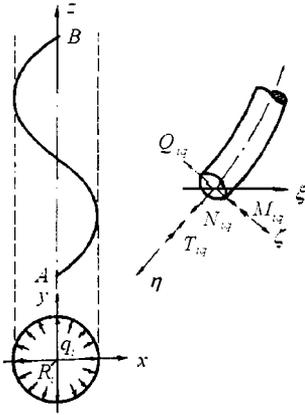


图 3

(1) 纵向变形 一部分为 p_i 所引起的 v_{ip} ; 另一部分是径向均匀分布的挤压力 q_i 引起的 v_{iq} . 应用莫尔法引入一虚状态如图 4 所示, 其虚内力为

轴力 $N_i = p_i \sin \alpha_i$
 剪力 $Q_i = p_i \cos \alpha_i$
 弯矩 $M_{ip} = -R_i \sin \alpha_i$
 扭矩 $T_i = R_i \cos \alpha_i$

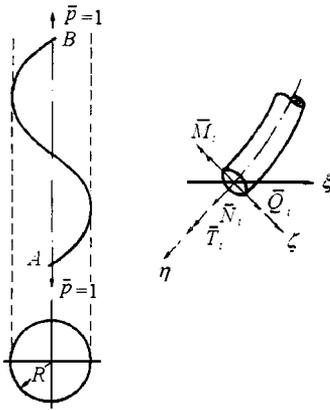


图 4

将(3)式、(4)式、(a)式代入莫尔公式可导出这两项变位为

$$\left. \begin{aligned} v_{ip} &= \int_0^L p_i p_i S_i ds \\ v_{iq} &= \int_0^L q_i q_i S_i ds \end{aligned} \right\}$$

(2) 横向变形 一部分是由各绞线沿自身轴线拉伸截面收缩产生的 u_i ; 另一部分是由层间互相挤压产生的 u_i . 拉伸截面收缩产生的变形如图 5 所示, 由图可知 i 层以内径向变形为

$$u_i = r_0 + 2 \sum_{j=1}^{i-1} r_j + r_i \quad (c)$$

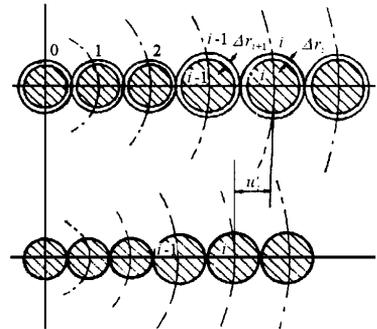


图 5

式中 r_0 、 r_j 、 r_i 分别为中心、 i 层以内、 i 层绞线截面半径收缩量

$$\left. \begin{aligned} r_0 &= \frac{M_0 r_0}{E_0 A_0} p_0 \\ r_j &= \frac{M_j r_j}{E_j A_j} (p_j \sin \alpha_j + q_j R_j) \\ r_i &= \frac{M_i r_i}{E_i A_i} (p_i \sin \alpha_i + q_i R_i) \end{aligned} \right\}$$

由弹性理论关于圆柱接触问题的解可知挤压变形

$$r_j = q_j \frac{1 - M_j^2}{E_j} \left[\ln \left(\frac{4 r_j E_{j-1}}{q_j} - 1 \right) \right] \quad (f)$$

参考图 5, 挤压使 i 层以内绞线的径向位移为

$$u_i = \sum_{j=1}^{i-1} q_j \left\{ \frac{1 - M_{j-1}^2}{E_{j-1}} \left[\ln \left(\frac{4 r_{j-1} E_{j-1}}{q_j} - 1 \right) \right] + \left\{ \frac{1 - M_{i-1}^2}{E_{i-1}} \left[\ln \left(\frac{4 r_{i-1} E_{i-1}}{q_i} - 1 \right) \right] + My \right\} \right\} \quad (g)$$

i 层绞线总的径向位移

$$u_i = u_i + u_i \quad (7)$$

1.3 相容方程

将(5)式代入(1)式并消去 s_i 就得到

$$i p_i + i q_i = i \quad (8)$$

式中

$$i = v_0 / s_i = p_0 \sin i / (E_0 A_0) \quad (9)$$

将(5)式代入(2)式之左, 递次将(e)式、(g)式代入(7)式, 再代入(2)式之右, 并注意到

$$s_i = (p_i \sin i + q_i R_i) s_i / (E_i A_i) \\ i = s_i \cos i / R_i$$

消去 s_i 就得到

$$i p_i + i q_i = i \quad (10)$$

式中

$$i p_i = i p_i - \frac{R_i + M_i r_i \cos^2 i}{E_i A_i R_i} \\ i q_i = i q_i - \frac{R_i + M_i r_i \cos^2 i}{E_i A_i \sin i} - \frac{\cos^2 i}{R_i \sin i} \left\{ \frac{1 - M_{i-1}^2}{E_{i-1}} \left[\ln \left(\frac{4 r_{i-1} E_{i-1}}{q_i} - 1 \right) \right] + \frac{\cos^2 i}{R_i \sin i} \left\{ \frac{M_0 r_0}{E_0 A_0} p_0 + 2 \sum_{j=1}^{i-1} \frac{M_j r_j}{E_j A_j} \right\} \right\} \\ \sum_{j=1}^{i-1} q_j \left[\frac{1 - M_{j-1}^2}{E_{j-1}} \left[\ln \left(\frac{4 r_{j-1} E_{j-1}}{q_i} - 1 \right) \right] + \frac{\cos^2 i}{R_i \sin i} \left\{ \frac{M_0 r_0}{E_0 A_0} p_0 + 2 \sum_{j=1}^{i-1} \frac{M_j r_j}{E_j A_j} \right\} \right] \quad (11)$$

1.4 平衡方程

各绞线所承受的纵向力之和应等于柔索所受的总拉力, 即

$$p_0 + \sum_{i=1}^n p_i m_i = P \quad (i = 1, 2, \dots, n \text{ 绞线层数}) \quad (12)$$

式中 p_0 、 p_i 分别表示中心和 i 层每一根绞线所受的纵向力; m_i 为 i 层绞线的根数; P 为柔索所受的张力。

(8)式、(10)式、(12)式是求解同轴绞线柔索各绞线纵向力 p_i 和各层间挤压力 q_i 的控制方程。依次按 $i = 1, 2, 3, \dots$ 联解(8)、(10)式可逐次求出用 p_0 表示的 p_i 和 q_i ; 再用平衡方程(12)式求出 p_0 , 从而可得全部 p_i 和 q_i 。

2 绞线的内力、应力计算

将所求得各 p_i 、 q_i 分别代入(3)式、(4)式算得各相应的内力 N_{ip} 、 Q_{ip} 、 M_{ip} 、 T_{ip} 和 N_{iq} 、 Q_{iq} 、 M_{iq} 、 T_{iq} 。最后用材料力学公式求出每层绞线截面上的应力。

3 算 例

· LGQ - 600 钢芯铝绞线如图 6 所示。钢的弹性模量 $E_t = 210 \times 10^9 \text{ N/m}^2$ 、泊松比 $M_t = 0.28$, 铝的弹性模量 $E_l = 70 \times 10^9 \text{ N/m}^2$ 、泊松比 $M_l = 0.3$, 所受的总拉力用 P 表示。

结构尺寸表

线材	层数	绞线直径	节圆半径	节距比
		d/mm	R/mm	$m = h/2R$
钢	中心	2.2		
	6 根层	2.2	2.2	22
	12 根层	2.2	4.4	19
铝	12 根层	3.7	7.35	14
	18 根层	3.7	11.05	14
	24 根层	3.7	14.75	10

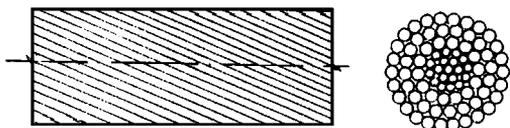


图 6

计算结果 绞线纵向力: $p_0 = 0.0699 P$; $p_1 = 0.0198 P$; $p_2 = 0.0153 P$; $p_3 = 0.0137 P$; $p_4 = 0.0105 P$; $p_5 = 0.0115 P$. 各层间挤压力: $q_1 = 0.0194 P$;

$q_2 = 0.0108 P$; $q_3 = 0.0055 P$; $q_4 = 0.0030 P$; $q_5 = 0.0026 P$.

各层绞线的正应力: $\sigma_0 = 0.004597 P$; $\sigma_1 = 0.135145 P$; $\sigma_2 = 0.267667 P$; $\sigma_3 = 0.080746 P$; $\sigma_4 = 0.096703 P$; $\sigma_5 = 0.1473 P$. 剪应力: $\tau_1 = 0.142964 P$; $\tau_2 = 0.132202 P$; $\tau_3 = 0.015896 P$; $\tau_4 = 0.012296 P$; $\tau_5 = 0.00769 P$.

参 考 文 献

- 1 费洛宁柯 鲍罗第契主编, 陶学文译. 材料力学教程(第 2 卷), 1954:191~197
- 2 孙祖志. 螺旋弹簧受均匀分布径向载荷时的内力. 武汉水利大学学报, 1993, 26(6): 721~724
- 3 Johnson K L. *Contact Mechanics*. Cambridge: Cambridge University Press, 1985. 129~132

(1995 年 12 月 14 日收到第 1 稿,
1997 年 1 月 30 日收到修改稿)

阻尼吸振器与无阻尼吸振器 吸振性能的比较

林 莉 毛炳秋

(南京电力高等专科学校, 南京 210013)

曹挺杰

(河海大学, 南京 210024)

摘要 本文对阻尼吸振器及无阻尼吸振器的吸振性能作了分析与比较. 同时, 探讨了吸振器类型及其参数的选择方法.

关键词 阻尼吸振器, 无阻尼吸振器, 吸振性能, 振动

阻尼吸振器与无阻尼吸振器都有一定的吸振频率范围, 在该频率范围内的振动都能得到不同程度的抑制. 但是, 对同一频率的振动而言, 采用阻尼吸振器与采用无阻尼吸振器对振动的抑制程度通常是不相同的. 如何选择吸振器的类型, 获得最佳吸振效果, 是一个值得探讨的课题.

1 阻尼吸振器吸振的频率特性^[1]

图 1(a) 为单自由度弹簧振子振动系统, 在激振力 $F(t)$ 作用下产生振动. 图 1(b) 为两自由度振动系统, 其受力情况如图 1(c) 所示 (不计重力及其产生的初位

移的影响), 振动方程为

$$\begin{cases} m \frac{d^2 x_2}{dt^2} + c_2 \frac{d(x_2 - x_1)}{dt} + k(x_2 - x_1) = 0 \\ M \frac{d^2 x_1}{dt^2} + c_1 \frac{dx_1}{dt} + Kx_1 - c_2 \frac{d(x_2 - x_1)}{dt} - k(x_2 - x_1) = F(t) \end{cases}$$