参 考 文 献

1 Lee Y S, Smith L C. An analysis of the volterra problem for the steady statecreep material using complex stress and pseudo-stress function. *Acta Mech*, 1983, 49: 95～109

2 Lee Y S, Smith L C. Analysis of a power-law material containing a single holesubjected to a uniaxial tensile stress using the complexpseudo-stress function. Tran of ASME, *J of App Mech*, 1988, 55: 267～274

3 Lee Y S, Batt T J. An investigation of void formation on a bonded interface ofpower law creep materials containing a cylindrical particle. *Acta Mech*, 1989, 79: 183～205

4 Peng Yafei, Shen Yapeng, Chen Yiheng. Some faults in the stress analysisof power-hardening materials with pseudo stress function method. Tran. ofASME, *J of App Mech*, 1996, 63: 554～555

(本文于 1996 年 12 月 8 日收到)

多体系统动力学拓扑结构的自动分析与优化[1)]

王艺兵　潘振宽　孙海涛

(青岛大学计算中心,青岛　266071)

摘要　本文定义了多体系统中各铰的加权因子,并以此为据用传统的图论方法定量地讨论了多体系统派生树的自动生成方法及产生最大计算效率的最小优化树的自动生成方法.

关键词　多体系统,拓扑结构,图论,最优树

1　多体系统的派生树及其自动生成[1,3,6]

近年来,由于复杂系统动力学实时仿真的要求,促进了多体系统动力学递推方法和并行计算方法的发展[3,4,6]. 文[6]将含闭环的多体系统通过铰切割方法生成相应派生树,然后将派生树划分为一系列独立的链状子系统,而在链上建立系统的递推与并行算法后,再推广回树状及含闭环的系统. 在上述方法中,计算路径将对计算效率产生直接影响,为此本文在阐明了派生树的自动生成方法以后,提出了能够产生最大串行计算效率的最优树的方法.

将多体系统中的物体定义为顶点,其中运动学铰定义为弧,这样由弧将顶点依次联结即构成多体系统拓扑结构图.

该无向图可表达为 $G = G(X, A)$,其中,$X = \{x_1, x_2, \cdots, x_n\}$表示图中顶点的集合,$A = \{a_1, a_2, \cdots, a_m\}$表示弧的集合,而 $a_i (i = 1, \cdots m)$为如下序偶:$a_i = (x_{i1}, x_{i2})$,x_{i1}、x_{i2} 为弧 a_i 关联的两个顶点.

以下定义图中任意两个顶点间的顶点序列为该两顶点间的路,其中,起始顶点与终止顶点相同的路称为闭环,不含闭环的系统称为树状多体系统. 对含闭环的系统,在其中每个独立闭环中切断一个与其它闭环不共享的弧即生成该系统的派生树. 此外,指定系统中某特殊物体为基体,即图中基点,称由基点到树中各末端点的路序为正向路序,反之为反向路序,显然,由基点到各末端点构成多条链状子系统. 要用计算机处理图的信息,应该首先采用一些较简单的、使计算机容易接受和处理的数据结构表示图,再将图输入计算机. 在图论中这类数据结构很多,诸如关联矩阵、通路矩阵、邻接矩阵、边集数组等[1]. 其中,邻接矩阵法用 $G: AD = [ad_{ij}]$ 表示,其中,当存在(x_i, x_j)时,$ad_{ij} = 1$,否则,$ad_{ij} = 0$.

在多体系统中,可通过物体分割与铰切割方法产生其相应的派生树,但前者每切割一个物体要引入 6 个约束方程,而描述系统构型的铰坐标数目未减少,故通常采用后者. 设系统中有 n 个物体,m 个弧,则对应的铰切割方法产生的派生树有 $n-1$ 条弧,即切断$(n-m+1)$条弧. 在图论算法中通常采用深度优先搜索法(DFS)和广度优先搜索法(BFS)实现[1].

在上述方法中,未保留的弧对应切割铰,根据访问次序可记录每个顶点的父顶点. 这些信息在计算中往往很重要,可分别用父顶点矩阵 PR与切割矩阵 CUT描述[6].

1) 国家自然科学基金和山东省自然科学基金资助项目.

2　多体系统的加权因子与加权图

用铰相对坐标建模时，所引入的广义坐标数目、约束方程数目及方程的计算复杂度直接影响着动力学仿真的效率，所以如果生成的派生树能够使得以上二者数目最少且方程计算简单是优化仿真计算效率的重要指标. 对同一多体系统，切断不同的铰将导致不同的派生树，对于复杂系统其派生树数目成千上万，为了以优化的方式定量地确定一组合适的切断铰，以下对每一个铰定义加权因子，定义了加权因子的图为加权图，或称为网络图.

铰加权因子的定义首先取决于铰的类型. 比如 1 个转动铰仅有 1 个自由度，而球铰有 3 个自由度，切断前者将引入 5 个约束方程仅消去 1 个自由度，方程系数矩阵维数增加 4；切断后者，引入 3 个约束方程，同时消去 3 个自由度，系统方程矩阵维数无变化，故对后者定义一个较大的加权因子以便它们存在于同一个闭环时优先切断. 而对自由度相同的铰，如转动铰和滑移铰，根据上述分析无法判断优先切断哪个更有利，但后者引入的速度转换矩阵及其导数的算术运算比前者多，故应对前者定义较后者更大的加权因子. 基于上述因素，对常见的转动铰(R)、滑移铰(T)、万向铰(U)、筒铰(C)、球铰(S)的加权因子定义如表 1. 显然，它们的优先切断次序为 S > U > C > R > T.

表 1　常见铰加权因子

铰类型	R	T	U	C	S
坐标减少数	1	1	2	2	3
引入约束数	5	5	4	4	3
系数矩阵增加	4	4	2	2	0
算术运算	繁	简	繁	简	/
加权因子	1.1	1.0	2.1	2.0	3.0

上表加权因子均为相对定义值，在实际应用中，加权因子的定义还应该考虑其它一些因素，如有主动力作用的铰的加权因子应适当减小，而要求约束反力的铰的加权因子应适当增大.

3　多体系统最小派生树及算法说明

定义加权因子的加权图可表达为 $G = G(X, A, W)$，其中 W 为系统加权因子的集合，$W = \{W_1, W_2, \cdots, W_m\}$. 以下定义图权 WG 为 $WG = \sum_{i=1}^{m} W_i$，同样定义派生树的树权为 $WT = \sum_{i=1}^{n-1} W_i$.

在加权图的所有派生树中，WT 最小的树为最小派生树. 由上节分析知，产生多体系统最大串行计算效率的派生树即应为最小派生树. 在图论算法中，加权图最小派生树的生成方法主要有 PRIM 算法和 KRUSKAL 算法[1]，前者主要思路为：

按照将顶点逐个连通的方法把已连通的顶点加入到集合 V 中，该集合开始为空集. 首先将基点加入 V，然后，从依附于该顶点的弧中选取权值最小的弧做生成树的一条边，并将依附于该弧且在集合 V 外部的另一顶点加入集合 V，表示这两顶点已通过权值最小的边连通了. 以后每次从一个顶点在集合 V 中，而另一顶点在集合外的各边中选取权值最小的一条边作为生成树的一条边，并把依附于该边且在集合外的顶点加入集合中，依次类推，直到将全部顶点连通，即构成最小派生树. 详细算法描述请参考文[1].

在采用文[3]，[4]，[6]的递推方法建模仿真时，应首先由多体系统拓扑图生成相应的派生树. 不妨选 x_1 为基点，显然不同的铰切割方法将导致不同的派生树，它们产生的计算效率不同. 若基于本文方法应首先如表 1 定义各铰的加权因子，相应拓扑图变为加权图. 为描述方便，以下将第 1 节中的邻接矩阵改为加权邻接矩阵 AD，其中，当 $i = j$ 时，ad_{ij} 为最大值，当不存在 (x_i, x_j) 时，$ad_{ij} = 0$，否则，ad_{ij} 为权值. 该算法可这样实现：假设 $N = (V, E)$ 是连通图，TE 是上最小派生树中边的集合，从 $U = \{u_0\}$ $(u_0 \in V)$，$TE = \Phi$ 开始重复如下操作：在所有 $u \in U, v \in V - U$ 的边 $(u, v) \in E$ 中找一条权值最小的边 (u_0, v_0) 并入集合 TE，同时 v_0 并入 U，直到 $U = V$ 为止. 此时 TE 中必有 $n-1$ 条边，且 $T = (V, TE)$ 为 N 的最小派生树.

参　考　文　献

1 严蔚敏，吴伟民. 数据结构. 北京：清华大学出版社，1992

2 Wittenburg J. Dynamics of Systems of Rigid Bodies. B. G. Teubner, Stuttgart, 1977

3 Roberson W E, Schwertassek R F. Dynamics of Multibody Systems, Springer-Verlag, Berlin, 1988

4 Lai H J, Haug E J, Kim S S, Bae D S. A decoupled flexible relative coordinates recursive approach for flexible multibody dynamics. *J of Num Meth in Eng*, 1991, 32

5 刘延柱，洪嘉振，杨海兴. 多刚体系统动力学. 北京：高等教育出版社，1989

6 潘振宽. 柔性多体系统动力学建模理论与数值仿真方法研究. 上海交通大学博士学位论文，1992

(1996 年 2 月 6 日收到第 1 稿，1997 年 3 月 4 日收到修改稿)