

参 考 文 献

- 1 姚养无. 计算弹壳与枪管间压力的弹塑性力学方法. 轻兵器. 1986(1): 46~49
- 2 朵英贤. 抽壳力及 Harris 模型推演. 轻兵器. 1986(4): 23~28
- 3 叶天麒, 周天孝. 航天结构有限元分析指南. 北京: 航空工业出版社, 1996
- 4 手册编写组. 步兵自动武器及弹药手册. 北京: 国防工业出版社, 1987

FINITE-ELEMENT
COMPUTATIONAL METHOD FOR
HIGH PRESSURE DEFORMATION
BETWEEN BARREL AND
CARTRIDGE

WU Zhilin XU Wanhe ZHANG Yue
GAO Naitong

(Mech. College, NUST, Nanjing 210094, China)

Abstract In this paper a sectional ring parametric element model of barrel and cartridge is constructed in accordance with the characteristics of varying clearance and taper between the cartridge and barrel of the automatic weapon, and an incremental elasto-plastic finite element equation is established. In light of the characteristics at different moments nestling up against the chamber, matching-points are allotted between the barrel and the cartridge. With aid of deformation coordinate conditions, the finite element programmes of interval deformation of the barrel and the cartridge under high pressure have been developed. Finally a numerical example is given.

Key words finite element, cartridge, barrel

消除初轧机系统自激振动的理论分析

李鸿光 杨文平 闻邦椿

(东北大学机械工程学院, 沈阳 110006)

摘要 在研究初轧机因打滑等因素产生自激振动时, 本文考虑了连接轴转动的影响, 从而提出一个新的力学模型, 建立了具有运动边界问题的微分方程, 得到消除自激振动的条件.

关键词 运动边界, 自激振动, 理论分析, 数值模拟

1 前 言

轧钢机在轧制过程中有时会产生自激振动, 从 70 年代至今, 许多学者进行了深入的研究. 如在研究轧钢机的自激振动时考虑滑动摩擦系数是随机参数等多种情形^[2], 并将自激振动归于对极限环的研究^[3]; 研究初轧机在轧件上有氧化物而打滑产生的自激振动^[4,6], 用逼近阻尼曲线的方法讨论自激振动存在的条件, 得到了临界转速, 提出了消除自激振动的方法^[5].

在文献^[5]里, 给出了轧钢机的自激振动的实验数据, 分析其功率谱密度可以看出, 自激振动响应中基频是主要成分, 二次和三次谐波占一定比例. 文献^[5]

通过逼近阻尼系数曲线的方法获得了轧辊转速的二次方项. 本文从轧钢机轧制实际情况出发, 考虑了边界是运动的情形, 提出了一个新的轧钢机自激振动的力学模型. 和以往的工作相比, 本文中的轧制力矩不但含有轧辊转速的一次方项和三次方项, 还含有二次方项, 正是这二次方项导致了轧钢机自激振动的二次谐波项存在.

2 力学模型的建立

初轧机的主传动系统如图 1 所示. 为了进一步研究初轧机主传动系统的自激振动, 将某种型号的初轧机主传动系统简化为一个集中质量的质量弹簧系统,

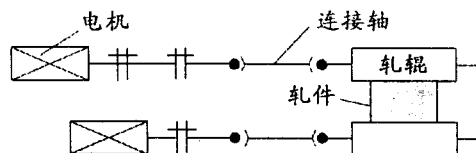


图 1 初轧机主传动系统示意图

1998-10-13 收到第 1 稿, 1999-04-17 收到修改稿.

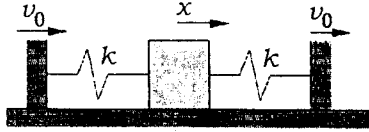


图 2 初轧机自激振动的力学模型

主传动系统的扭转刚度为 k ，如图 2 所示。取动坐标系 x ，坐标系相对边界静止，边界是运动的，速率为 v_0 。

经实验^[5]可以测定动摩擦系数为

$$\mu = -cv + dv^3 \quad (1)$$

这里 c 和 d 为常数，取值范围是 $c = 0.03 \sim 0.09$ ， $d = 0.0015 \sim 0.0033$ ， v 是轧件与轧辊的相对速度。

在动坐标系下取轧辊转角 φ 为变量，且连接轴转速为 ω_0 ，轧件与轧辊的相对速度为： $v = \dot{\varphi} \cdot \frac{D}{2} + \omega_0 \cdot \frac{D}{2}$ ，代入式 (1) 有

$$\mu = -c(\dot{\varphi} + \omega_0) \cdot \frac{D}{2} + d\left((\dot{\varphi} + \omega_0) \cdot \frac{D}{2}\right)^3 \quad (2)$$

考虑到作用在轧辊上的力矩平衡，得到轧辊的运动微分方程

$$\ddot{\varphi} + \omega^2 \varphi - \alpha(\dot{\varphi} + \omega_0) + \beta(\dot{\varphi} + \omega_0)^3 = 0 \quad (3)$$

这里 α, β 和 ω 为常数，且 $\omega^2 = \frac{k}{J}$ ， $\alpha = \frac{(D/2)^2 N \cdot c}{J}$ ， $\beta = \frac{(D/2)^4 N \cdot d}{J}$ ；其中 N 是轧制力； D 是轧辊的直径； J 是集中质量的转动惯量； k 是主传动系统的扭转刚度。

将式 (3) 展开且合并同类项有

$$\ddot{\varphi} + \omega^2 \varphi - (\alpha - 3\beta\omega_0^2)\dot{\varphi} + 3\beta\omega_0\dot{\varphi}^2 + \beta\dot{\varphi}^3 - \alpha\omega_0 + \beta\omega_0^3 = 0 \quad (4)$$

略去常数项的影响，则得到

$$\ddot{\varphi} + \omega^2 \varphi - \alpha'\dot{\varphi} - 3\beta\omega_0\dot{\varphi}^2 + \beta\dot{\varphi}^3 = 0 \quad (5)$$

这里 $\alpha' = \alpha - 3\beta\omega_0^2$ ，上式即为含有运动边界的机械系统自激振动的振动微分方程式。

3 方程的近似解

从式 (5) 可以看出，与边界是固定的自激振动微分方程^[3]相比，运动边界的自激振动微分方程多了速度的平方项，并且速度的一次方项的系数含有边界的运动速率，这将明显地影响该系统的运动特性。运用渐近法^[1]分析该问题。

设一次近似解的形式为

$$\varphi = a(t) \cos \psi(t) \quad (6)$$

则

$$\dot{\varphi} = -a(t) \cdot \omega \sin \psi(t) \quad (7)$$

如果式 (6) 写为 $\ddot{\varphi} + \omega^2 \varphi = \varepsilon \cdot f(\dot{\varphi})$ 的形式，可以认为非线性函数的形式是

$$\varepsilon \cdot f(\dot{\varphi}) = \alpha'\dot{\varphi} + 3\beta\omega_0\dot{\varphi}^2 - \beta\dot{\varphi}^3 \quad (8)$$

用渐近法可以得到振幅和相位的微分方程如下：

$$\frac{da}{dt} = -\frac{\varepsilon}{2\pi\omega} \int_0^{2\pi} f(-a\omega \sin \psi) \cdot \sin \psi \cdot d\psi = \frac{\alpha'}{2}a - \frac{3\beta}{8}a^3\omega^2 \quad (9)$$

$$\frac{d\psi}{dt} = \omega - \frac{\varepsilon}{2a\pi\omega} \int_0^{2\pi} f(-a\omega \sin \psi) \cdot \cos \psi \cdot d\psi = \omega \quad (10)$$

对 (9) 式和 (10) 式分别积分。令 $a(t)|_{t=0} = a_0$ 和 $\psi(t)|_{t=0} = \psi_0$ 得到一次近似解为

$$\varphi = \sqrt{\frac{\alpha' \cdot a_0^2 e^{\alpha' t}}{\alpha' - \frac{3\beta}{4}\omega^2 a_0^2 + \frac{3\beta}{4}\omega^2 a_0^2 e^{\alpha' t}}} \cos(\omega t + \psi_0) \quad (11)$$

可见含有运动边界的机械系统自激振动中振幅随时间逐渐增大，最终趋于稳定。从式 (11) 可以看出，由于 $\alpha' = \alpha - 3\beta\omega_0^2$ ，于是自激振动的稳态振幅与连接轴的转动速率 ω_0 有关。当连接轴的转动速率 ω_0 达到一个临界转速 $\bar{\omega}_0$ ，稳定振幅将会消失，即 $a_\infty \rightarrow 0$ 。此时

$$\bar{\omega}_0 = \sqrt{\alpha/(3\beta)} \quad (12)$$

所以，当连接轴的转速超过 $\bar{\omega}_0$ 时，该机械系统的自激振动将会消失，转而趋于稳定的静止状态。

4 仿真结果

对于 1150 型初轧机，其轧辊的直径 $D = 0.945 \text{ m}$ 、正压力 $N = 900 \text{ t}$ ，集中质量的转动惯量 $J = 0.282 \text{ tms}^2$ ，主传动系统的扭转刚度 $k = 0.296 \times 10^4 \text{ tm/rad}$ ，在考虑动摩擦系数时，取 $c = 0.06$ ， $d = 0.0024$ 。从式 (3) 可得到该初轧机的系统参数 $\omega = 102.5$ 、 $\alpha = 42.766$ 及 $\beta = 0.383$ 。根据式 (12)，可以计算得到此时的临界转速 $\bar{\omega}_0 = 6.1$ 。分别在 $\omega_0 = 0.0$ 、 3.0 和 9.0 的情况下进行了数值仿真实验，得到了各自的动态响应如图 3 所示。

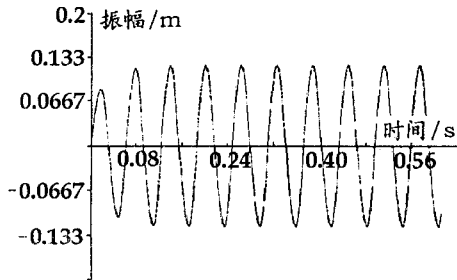
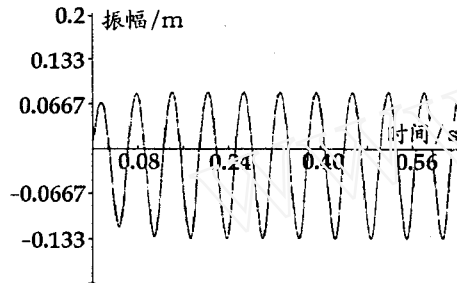
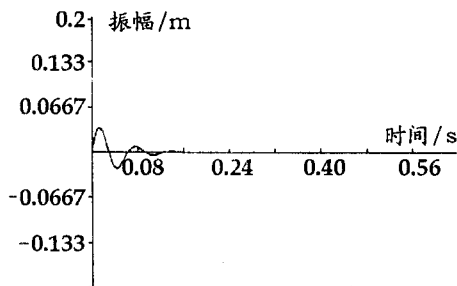
(a) $\omega_0 = 0.0$ (b) $\omega_0 = 3.0$ (c) $\omega_0 = 9.0$

图 3 初轧机系统自激振动的动态响应

从图 3 可以看出, 边界静止时的初轧机自激振动的响应曲线是以平衡位置为对称的, 且振幅比较大; 而在边界运动时, 初轧机自激振动的响应曲线失去了对称性, 振幅较小, 这主要是由于振动方程里存在着阻尼的平方项而导致的; 当连接轴的转速超过了临界转速 $\bar{\omega}_0$, 从图 3(c) 可以看出初轧机系统的振动将逐渐消失, 最终趋向静止。

5 结 论

通过上面分别应用渐近法和数值方法对初轧机的自激振动进行了分析, 得到以下结论:

(1) 当边界可动时, 初轧机自激振动的振幅将随

着边界的运动速率增加而减少。

(2) 当边界的运动速率小于临界转速 $\bar{\omega}_0$ 时, 该机械系统自激振动存在且是稳定的。

(3) 当边界的运动速率大于临界转速 $\bar{\omega}_0$ 时, 该机械系统自激振动将消失。这表明了在初轧机产生自激振动时, 以超过 $\bar{\omega}_0$ 的转速轧制将有利于消除系统的自激振动。

参 考 文 献

- 1 包戈留包夫, 米特罗波夫斯基. 非线性振动理论中的渐近方法. 上海: 上海科技出版社, 1963
- 2 Xu YY. Self-Excited vibration with random coefficient. *ASME Vibration Analysis*, 1989, 18(4): 127~130
- 3 徐业宜. 具有间隙和带负阻尼的机械系统自激振动理论及应用. *机械工程学报*, 1995, 31(5): 13~20
- 4 陈昌明等. 冲击扭振下初轧机扭矩放大系数的确定. *东北大学学报*, 1979(1): 39~48
- 5 王铁光. 考虑间隙时初轧机主传动系统自激振动分析. 全国第四届非线性振动会议论文集, 沈阳: 1986. 85~95
- 6 陈莹莹. 初轧机打滑时自激振动的分析. *东北大学学报*, 1979(2): 44~53

THEORETICAL ANALYSIS OF ELIMINATION OF SELF-EXCITED VIBRATION IN ROLLING MILL SYSTEM

LI Hongguang YANG Wenping

WEN Bangchun

(Northeastern University, Shenyang 110006, China)

Abstract The effects of rotating linkage of rolling mill is considered in this paper for the self-excited vibration in rolling mill caused by various factors, and a new mechanical model is proposed. The condition of eliminating the self-excited vibration is obtained from the differential equations with moving boundaries. The results and conclusions are presented in the paper.

Key words moving boundary, self-excited, theoretical analysis, numerical simulation