

身边力学的趣话

桔子洲为何如此细长 ——兼论河流沙洲发育的水动力学原理

高 进

(湘潭工学院勘建系, 湘潭 411201)

摘要 本文根据流体运动的最小阻力原理, 建立了冲积河流中菱形沙洲发育长度的理论公式, 并由此解释了桔子洲为何如此细长的原因。

关键词 桔子洲, 沙洲绕流, 最小阻力状态

桔子洲又名水陆洲, 位于湘江下游, 是古城长沙的一个重要的风景名胜地, 因盛产美桔而驰名。它长约 4.7km, 最宽处约 0.14km, 最窄处仅 40m, 其长宽比达 33.57, 这在世界河流中是极为罕见的。由于桔子洲如此细长, 人们有理由认为长沙是由此而得名的^[1]。其实是先有长沙这个地名而后才有桔子洲的。长沙在春秋战国以前称青阳, 《水经注》云:“秦灭楚, 立长沙郡, 即青阳之地也”。据史料载, 晋代以前还没有这个沙洲。《湘江记》云:“晋惠帝永兴二年(公元 305 年)生此洲”。那么, 为什么在秦代就把青阳更名为“长沙”呢? 作者认为, 长长的沙洲潜伏于江中已明显可见, 只是到了晋代方才露出水面。那时的湘江, 河水清澈, 《水经注·湘江》引《湘中记》云:“湘川清照五六丈, 下见底”, 可足证明。宋《方輿纪胜》载:“湘江中有四洲, 曰桔洲, 织洲, 誓洲, 泉洲”, 到清代四洲并为三洲。清《长沙县志》载:“水陆洲在湘江之中……有三洲, 即上洲, 中洲, 下洲, 望之如带, 实不相连”。上洲即桔子洲, 中洲现定名玉龙洲, 下洲即傅家洲。目前这三洲自南向北雁行排列于湘江之左侧, 雨季时彼此稍微分开, 旱季时则连成一个长岛, 长约 6.3km。这个长岛构成长沙独特的地貌景观, 因此长岛也就成了长沙的代名词。本文虽名为论述桔子洲, 而实为论述长岛, 因为它们已连成一体。

冲积河流中沙洲的发育是河床演变的一个重要组成部分, 沙洲通过自身的形状与两侧水流的变化, 使河水对沙洲的绕流达到最小阻力状态, 也就是稳定状态。因此, 从理论上讲, 一个稳定的沙洲, 其发育长度是有解析解的。下面将导出菱形沙洲发育长度的理论公式, 并解释桔子洲为何如此细长。

在顺直河道上, 纵向沙洲一般为菱形, 其概化模型如图 1 所示。截取长度为 L 的 AB 段河道为研究段, 沙洲的长度为 $L - x$ 。为方便计, 作如下简化: 研究段内各河道的过水断面为弓形, 且各弓形过水断面的圆心角相等, 均匀流, 清水河流, 河床的粗糙度不变。在这样的假设条件下, 根据流体运动的最小阻力原理, 可以建立起沙洲、河床的几何形态要素与水流运动要素之间的函数关系。

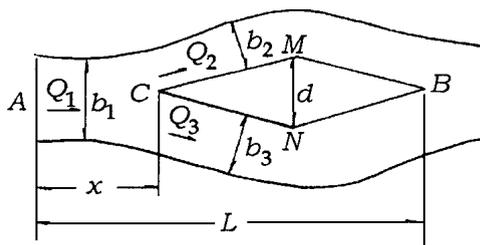


图 1 菱形沙洲的概化模型

河渠均匀流沿程水头损失可用下式表示

$$h_f = \frac{L}{4R} \frac{v^2}{2g} \quad (1)$$

式中 h_f 是沿程水头损失系数, R 是水力半径, v 是平均流速, g 是重力加速度, L 是研究段的长度。弓形过水断面的水力半径 R 可表示为

$$R = \frac{S}{P} = \frac{\frac{1}{2} r^2 (\pi - \sin \alpha)}{r(\pi - \sin \alpha)} = \frac{r}{2} \quad (2)$$

式中 S 是河道的过水断面面积, P 是湿周长, r 是弓形弧的半径, α 是水面对应的圆心角 ($0 < \alpha < \pi$)。河宽 b 可以表示为

$$b = 2r \sin \frac{\alpha}{2} \quad (3)$$

把 (2) 式代入 (1) 式, 并把速度 v 改用流量表示, 有

$$h_f = \frac{L Q^2}{(\pi - \sin \alpha)^3 g r^5} \quad (4)$$

1997 - 08 - 26 收到第 1 稿, 1998 - 02 - 15 收到修改稿。

单位时间研究段 AB 内水流的能耗 W 为 AC、CMB、CNB 三河段的能耗之和, 忽略局部水头损失, 有

$$W = Q_1(H_A - H_C) + Q_2(H_C - H_B) + Q_3(H_C - H_B) = Q_1(H_A - H_B) \quad (5)$$

式中 Q_1 是主河道的流量, Q_2 、 Q_3 是支叉的流量, $Q_1 = Q_2 + Q_3$, γ 是水的容重, H_A 、 H_C 、 H_B 分别是 A、C、B 处的水位, $H_A - H_B$ 是研究段 AB 两端的水位差, 即沿程水头损失 h_f

$$h_f = \frac{W}{Q_1} = h_{f_x} + h_{f_{L-x}} \quad (6)$$

式中 h_{f_x} 是 AC 段河道的沿程水头损失, 即

$$h_{f_x} = \frac{xQ_1^2}{(\gamma \sin \theta)^3 gr_1^5} \quad (7)$$

$h_{f_{L-x}}$ 是 CB 段河道的沿程水头损失, 它可以用沙洲绕流上段或下段的沿程水头损失来表示, 用上段表示为

$$h_{f_{L-x}} = \frac{(L-x)Q_2^2}{(\gamma \sin \theta)^3 gr_2^5} \quad (8)$$

式中 $L-x$ 弧是河水绕流的长度, 它等于

$$L-x = 2 \sqrt{\left(\frac{L-x}{2}\right)^2 + \left(\frac{d}{2}\right)^2} \quad (9)$$

于是 (6) 式可表示为

$$h_f = \frac{xQ_1^2}{(\gamma \sin \theta)^3 gr_1^5} + \frac{2 \sqrt{\left(\frac{L-x}{2}\right)^2 + \left(\frac{d}{2}\right)^2} Q_2^2}{(\gamma \sin \theta)^3 gr_2^5} \quad (10)$$

将 h_f 对 x 求得

$$h_f = \frac{Q_1^2}{(\gamma \sin \theta)^3 gr_1^5} - \frac{(L-x)Q_2^2}{(\gamma \sin \theta)^3 gr_2^5 \sqrt{(L-x)^2 + d^2}} \quad (11)$$

令 $h_f = 0$, 并把 r 改用河宽 b 表示

$$l = L-x = \frac{d}{\sqrt{\left(\frac{Q_2}{Q_1}\right)^4 \left(\frac{b_1}{b_2}\right)^{10} - 1}} \quad (12)$$

这就是菱形沙洲发育长度的理论公式, 若用沙洲绕流下段的沿程水头损失来表示 $h_{f_{L-x}}$, 则可得

$$l = \frac{d}{\sqrt{\left(\frac{Q_3}{Q_1}\right)^4 \left(\frac{b_1}{b_3}\right)^{10} - 1}} \quad (13)$$

对形态不规则的沙洲, 可经适当的概化后求解. 对 h_f 求导

$$h_f = \frac{Q_2^2 d^2}{(\gamma \sin \theta)^3 gr_2^5 [(L-x)^2 + d^2]^{3/2}} \quad (14)$$

$h_f > 0$ 显然成立, 这表明上述求极值运算所求的是极小值.

由 (12) 式、(13) 式可知, 一个稳定的沙洲, 它发育的长度、宽度不是随机的, 需满足一定的函数关系式. 上述公式中的 Q 是指造床流量^[2], 造床流量下的造床作用与多年流量过程的综合造床作用相等, 计算时可取平均径流量的 2 倍或近似地取重现期为 1.5 年的洪水流量.

前面已经指出, 桔子洲与其它 2 个沙洲已连成一个长岛, 可以近似地看作一个窄而长的菱形沙洲 (图 2). 由于没有各河段的流量资料, 不能直接应用 (12) 式、(13) 式计算, 为此把 (12) 式、(13) 式联立, 可解出

$$\frac{Q_2}{Q_3} = \left[\frac{b_2}{b_3} \right]^{5/2} : \text{人} \quad (15)$$

段内 河宽



图 2 桔子洲平面图

$$\frac{Q_3}{Q_1} = \frac{b_3^{5/2}}{b_2^{5/2} + b_3^{5/2}} \quad (16)$$

$$\frac{Q_2}{Q_1} = \frac{b_2^{5/2}}{b_2^{5/2} + b_3^{5/2}} \quad (17)$$

把 (16) 式, (17) 式分别代入 (13) 式, (12) 式, 均得

$$l = \frac{d}{\sqrt{\frac{b_1^{10}}{(b_2^{5/2} + b_3^{5/2})^4} - 1}} \quad (18)$$

对长岛进行计算时, d 取中洲的宽, b_1, b_2, b_3 分别为主河道、长岛西侧、东侧的河宽, 这些值是从 $1/(5 \times 10^4)$ 地形图并结合 $1/(5 \times 10^5)$ 的卫片量出。河宽取平均值, 取值时考虑到沙洲间的间隙, 有关数据如下

$$d = 0.325\text{km}, \quad b_1 = 0.711\text{km}$$

$$b_2 = 0.330\text{km}, \quad b_3 = 0.667\text{km}$$

把上述数据代入 (18) 式, 可得 $l = 5.59 \text{ km}$ 。这与长岛的实际长度 6.3 km 还算接近, 相对误差为 11% 。在 (18) 式中, 当 $b_1 = 0.71095 \text{ km}$ 时 (或者使 d 、

b_2, b_3 在厘米级上增大) 方可求得 $l = 6.3 \text{ km}$ 。实际水文测量达不到这样的精度。把有关数据代入 (16) 式、(17) 式, 可求出流量比

$$\frac{Q_3}{Q_1} = 85.3\%, \quad \frac{Q_2}{Q_1} = 14.7\%$$

即长岛东、西两侧的流量比为 $85.3 : 14.7$, 可见西侧河道的流量很小, 正处在淤废的过程中, 其原因是由于科里奥利力的作用。

沙洲的发育是一个复杂过程, 但仍可以进行理论计算, 这表明影响沙洲发育、河床演变的主要因素是水动力作用。桔子洲抑或长岛发育得如此细长是在特定的边界条件与来水来沙条件下水动力作用的结果。

参 考 文 献

1 王果, 陈士溉, 陈士镜. 长沙史话. 长沙: 湖南人民出版社, 1980. 92~94
 2 钱宁, 张仁, 周志德. 河床演变学. 北京: 科学出版社, 1987. 341~345

~~~~~  
 (上接第 55 页)

2 沈蓉, 凤凌云, 戎凯. 高温 (火灾) 后钢筋力学性能的评估. 四川建筑科学研究, 1991 (2)  
 3 闵明保, 李延和, 高本立等. 建筑物火灾后诊断与处理. 南京: 江苏科技出版社, 1994. 52~100  
 4 沈聚敏, 江见鲸, 王传志. 钢筋混凝土有限元与板壳极限分析. 北京: 清华大学出版社, 1993. 310~325  
 5 路春森, 屈立军, 薛武平等. 建筑结构耐火设计. 北京: 中国建材工业出版社, 1995. 22~65  
 6 董毓利, 范维澄, 王清安等. 火灾后钢筋混凝土板的承载力计算与可靠指标分析. 火灾科学, 1996 (2): 7~11  
 7 朱伯龙, 董振祥. 钢筋混凝土非线性分析. 上海: 同济大学出版社, 1986. 50~71

**LIMIT ANALYSIS OF SPECIAL  
 SHAPE REINFORCED CONCRETE  
 SLAB UNDER UNIFORMLY  
 DISTRIBUTED LOADING AFTER  
 FIRE**

DONG Yuli WANG Qingan FAN Weicheng  
 (State Key Laboratory of Fire Science, University of  
 Science and Technology of China, Hefei 230026, China)

**Abstract** In this paper, the failure mechanism of a special shape reinforced concrete slab under uniformly distributed loading, was established based on the plastic hinge line theory, and the temperature field in slab was determined by using the finite difference method. Considering the change of mechanical behavior of concrete and steel bars after elevated temperature, the section moment of plastic hinge line and the limit uniformly distributed loading were analyzed.

**Key words** after elevated temperature, special shape reinforced slab, plastic hinge line, limit uniformly distributed loading