

# 水表面波微振幅测量<sup>1)</sup>

王薇 鄂学全

倪刚

(中国科学院力学研究所, 北京 100080) (北京空气动力研究所, 北京 100074)

**摘要** 采用一种非接触光学方法——Fourier 变换光栅法, 对受外激励的连续变化的水表面波进行实验测量, 获得变形光栅图像, 通过对变形光栅图像进行反演计算, 获得连续变化的水表面波振幅, 是定量测量变化快的非定常运动的微幅波的一种全场测量手段。

**关键词** 垂直振荡, 水表面波, Fourier 变换光栅法, 微振幅测量, 图像处理

几乎人们所熟悉的所有充液容器, 从普通的茶杯到大型的火箭推进器, 它们的共同特点就是所盛的液体有自由面(液体和气体的交界面). 当充液容器受到外激励时, 自由面就会形成表面波<sup>[1]</sup>, 正是因为这些随时间和空间位置不断变化的自由面, 使得这类问题表现出各种各样的复杂的现象. 为了对表面波问题进行更深入的研究, 需要对表面波振幅进行定量测量.

Fourier 变换光栅法多用于固体表面变形的测量<sup>[2,3]</sup>, 用在流体表面波微振幅测量是十分困难的. 这是由于流体表面是镜面反射, 波振动频率远比固体表面变形高. 因此, 如何在流动不受干扰的情况下, 直接对连续运动的微幅表面波振幅进行测量, 是一种新的探索.

## 1 实验系统及实验方法

在文献[4]中, 对测量实验系统作了详细描述, 在此只做一简单介绍. 测量实验系统包括 3 个基本组成部分: (1) 计算机产生光栅和光栅投影光学成像系统; (2) 图像采集和图像处理系统; (3) 垂直振动实验系统. 图 1 为实验设备简图.

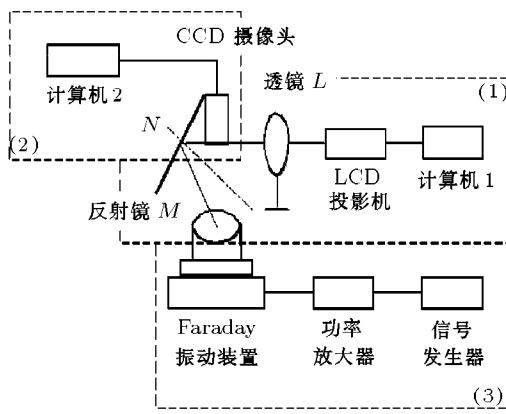


图 1 实验设备简图

在实验中采用的方法是首先由计算机生成周期性的光栅图像, 光栅图像条纹粗细及条纹间距均由计算机控制, 连续可

2003-03-11 收到第 1 稿, 2003-06-09 收到修改稿.

1) 国家自然科学基金项目(19972068)资助.

调, 为选取合适的条纹粗细及条纹间距提供了极大的方便. 实现该功能的软件是采用 C 语言编制的. 计算机生成的光栅图像经 LCD 投影机投影至透镜  $L_1$ , 经透镜  $L_1$  缩小的光栅图像被直接投影到垂直振动实验装置的液体表面(即参考平面  $R$ ), 再经焦距为 12 mm 的 CCD 短焦镜头实现成像. 图 2 为显示成像系统光学装置示意图, 图中投影机的光轴与相机的光轴交叉于参考平面  $R$  的  $O$  点. 参考平面  $R$  为一假想平面, 系指当被测物体静止不动时垂直振动实验装置的液体表面. 光栅像周期方向为坐标  $x$  方向, 垂直于纸面为  $y$  方向, 摄像机轴向为振幅  $h(x, y, n)$  方向. 试验采用交叉光轴型光学系统: 300 W 投影机, 85 mm 焦距, 光栅 33 line/mm,  $d = 23$  cm,  $l_0 = 43.4$  cm.

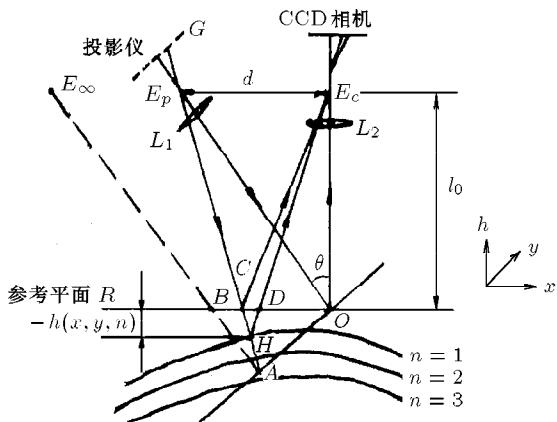


图 2 成像系统光学装置示意图

## 2 随时间 $t$ 变化的 Fourier 变换光栅法

在处理随时间  $t$  变化的图像时, 将 Fourier 变换光栅法进行了扩展. 即将在振动装置振动  $t_1$  时刻后, 开始采集的第一帧图像定义为  $n = 1$ , 当采集到第  $n$  帧图像时, 此时的时间为  $t_n$ . 对于随时间  $t$  变化的 Fourier 变换光栅法, 其反演算法依据如下计算公式. 随着采样时间的增加, 计算  $\hat{g}_0^*(x, y)$  与  $\hat{g}(x, y, 1)$  的积和计算  $\hat{g}^*(x, y, n-1)$  与  $\hat{g}(x, y, n)$  的积得

$$\begin{aligned} \hat{g}(x, y, 1) \cdot \hat{g}_0^*(x, y) = \\ |A_1|^2 r_0(x, y) r(x, y, 1) \exp\{i[\Delta\phi_1(x, y)]\} \end{aligned} \quad (1)$$

$$\begin{aligned} \hat{g}(x, y, 2) \cdot \hat{g}^*(x, y, 1) = \\ |A_1|^2 r(x, y, 1) r(x, y, 2) \exp\{i[\Delta\phi_2(x, y)]\} \end{aligned} \quad (2)$$

⋮

1) 国家自然科学基金项目(19972068)资助.

$$\hat{g}(x, y, n) \cdot \hat{g}^*(x, y, n-1) = |A_1|^2 r(x, y, n-1) r(x, y, n) \exp\{\mathrm{i}[\Delta\phi_n(x, y)]\} \quad (3)$$

式中

$$\Delta\phi_1(x, y) = \phi(x, y, 1) - \phi_0(x, y) = \arctan \frac{\mathrm{Im}[\hat{g}(x, y, 1) \cdot \hat{g}_0^*(x, y)]}{\mathrm{Re}[\hat{g}(x, y, 1) \cdot \hat{g}_0^*(x, y)]} \quad (4)$$

$$\Delta\phi_2(x, y) = \phi(x, y, 2) - \phi(x, y, 1) = \arctan \frac{\mathrm{Im}[\hat{g}(x, y, 2) \cdot \hat{g}^*(x, y, 1)]}{\mathrm{Re}[\hat{g}(x, y, 2) \cdot \hat{g}^*(x, y, 1)]} \quad (5)$$

$$\Delta\phi_n(x, y) = \phi(x, y, n) - \phi(x, y, n-1) = \arctan \frac{\mathrm{Im}[\hat{g}(x, y, n) \cdot \hat{g}^*(x, y, n-1)]}{\mathrm{Re}[\hat{g}(x, y, n) \cdot \hat{g}^*(x, y, n-1)]} \quad (6)$$

根据方程式(4)~(6)所计算的有限和, 可表示为

$$\sum_{i=1}^n \Delta\phi_i(x, y) = \phi(x, y, n) - \phi(x, y) \quad (7)$$

由文献[4]知

$$\Delta\phi(x, y) = \phi(x, y) - \phi_0(x, y) = 2\pi f_0(\overline{BD} - \overline{BC}) = 2\pi f_0 \overline{CD} \quad (8)$$

$$h(x, y) = l_0[\Delta\phi(x, y)/2\pi P_0 / \{P_0[\Delta\phi(x, y)/2\pi] - d\}] \quad (9)$$

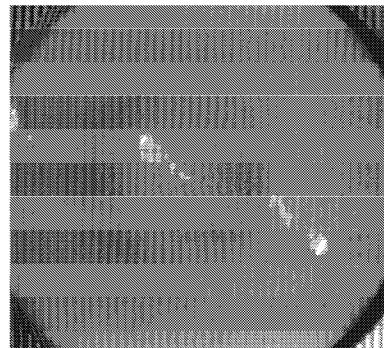
比较式(7)与式(8)得

$$\Delta\phi(x, y, n) = \sum_{i=1}^n \Delta\phi_i(x, y) \quad (10)$$

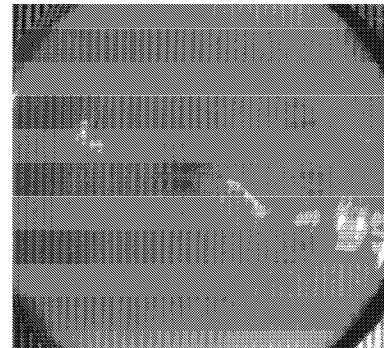
因此, 在获得不同时间  $t$  下的位相分布后, 可依据式(9)介绍的位相与高度的变换公式获得在不同时间  $t$  下的全场每个像素点的振幅信息.

### 3 实验结果及讨论

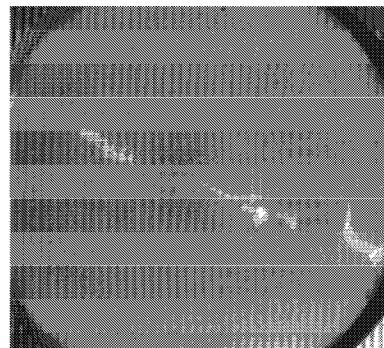
实验采集了采用光栅图像投影到液体的参考平面时, 在不同的激励下 ( $f = 8 \sim 25 \text{ Hz}$ ), 任意时间水表面波运动的变形光栅图像, 以及在不同激励下 ( $f = 8 \sim 25 \text{ Hz}$ ), 水表面波运动随时间连续变化  $A(t)$  所对应的变形光栅图像. 图 3 给出了在激励频率 ( $f = 8 \text{ Hz}$ ) 下, 采用光栅条纹图像测量获得的随时间连续变化 ( $n = 1 \sim 127$  帧) 的水表面部分变形光栅图像. 在此, 采样的起始时间是当外加激励激发扬声器纸盆上下振动从而激励容器中的液体振动, 引起水表面波模态竞争, 当其稳定为一种固定模态时, 才开始采样. 实验中之所以没有采用外加激励与采样同步, 是由于从激发到模态竞争稳定, 需要一定的时间, 而计算机的内存有限, 不可能记录下全过程. 相信随着计算机的发展, 同步采样将不难实现.



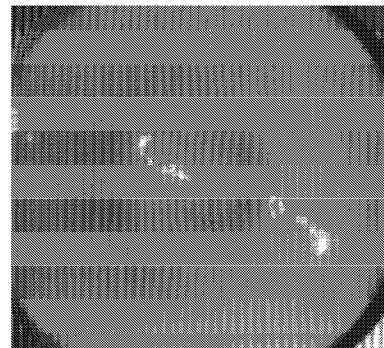
$n = 11$  帧



$n = 12$  帧



$n = 13$  帧



$n = 14$  帧

图 3 在激励频率  $f = 8 \text{ Hz}$  时, 随时间演变的水表面波图像

#### 4 实验数据处理

在数据处理时, 将图像假定为

$$\eta = \hat{g}(x, y, n)$$

首先处理在某一固定时刻的图像, 此时三维问题就降为二维问题。如果不改变时间, 如此连续处理, 最终能得到随

时间变化位置变化的波高值, 即可得到各个时刻的表面波运动的图像和波高值。这种光学的测量方法, 可以显示和定量测量水表面波的波形和振幅变化值。依据公式(1)~(10), 对测量的随时间  $t$  变化的变形光栅图像进行了反演计算, 获得在同一激励频率下, 不同时间  $t$  对应的每像素点的三维表面高度(振幅)分布见图 4。

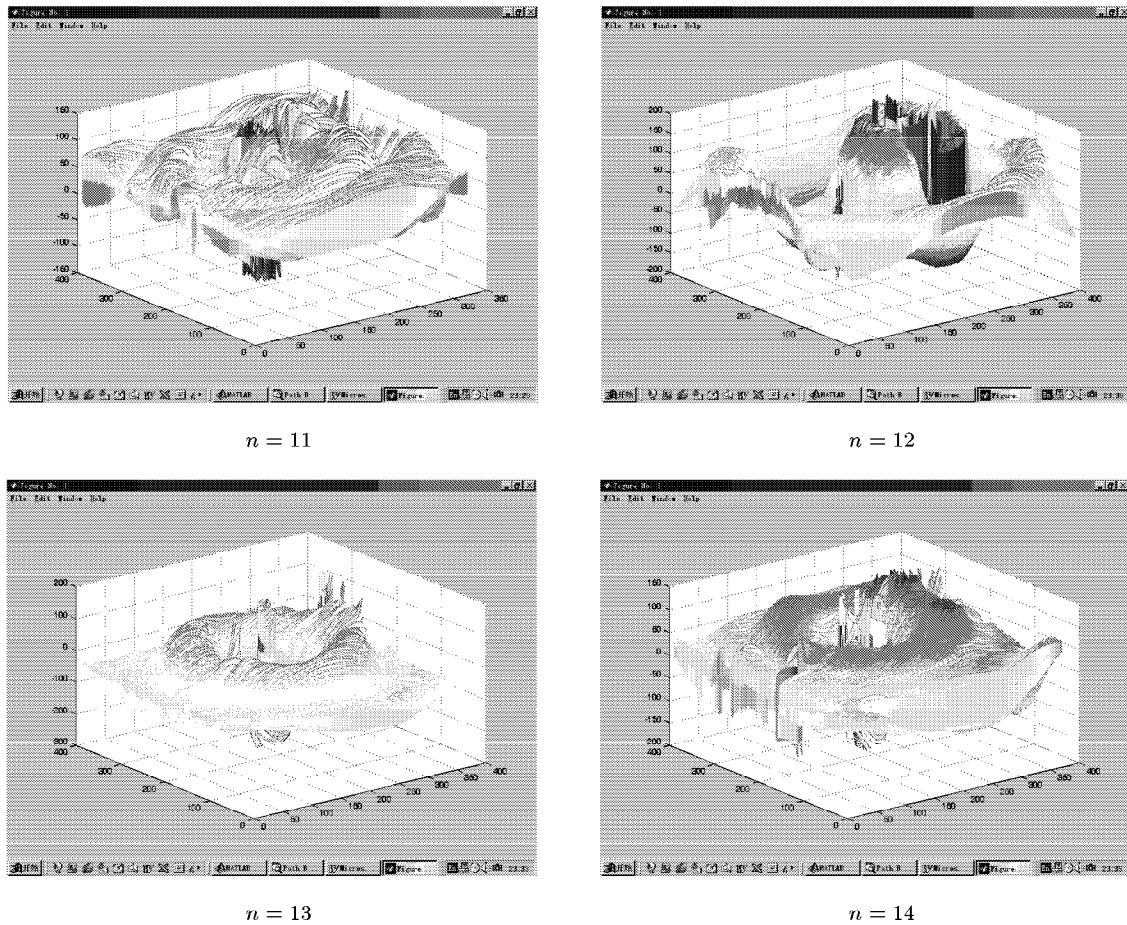


图 4 不同时间  $t$  对应的每像素点的三维表面高度(振幅)分布图

#### 5 结论

通过对连续变化的水表面波的振幅进行实验测量以及对变形光栅图像进行反演计算, 获得了同一激励频率下不同时间  $t$  下对应于每像素点的三维表面高度(振幅)分布图。说明采用扩展的 Fourier 变换光栅法测量变化快的非定常的微幅、表面波振幅是可行的, 它为流体动力学测试技术提供了一种新的手段。

#### 参 考 文 献

- 1 E XQ, Gao YX. Ordered and chaotic modes of surface wave patterns in a vertically oscillating fluid. *Communications in Nonlinear Sciences & Numerical Simulation*, 1996, 1(2): 1~6
- 2 Takeda M, Ina H, Kobayashi S. Fourier-transform method of fringe-pattern analysis for computer-based topography and interferometry. *J Opt Soc Am*, 1982, 72(1): 156~160

3 Macy WW Jr. Two-dimensional fringe-pattern analysis. *Appl Opt*, 1983, 22(23): 3898~3901

4 王薇, 倪刚, 鄂学全. 用 Fourier 变换莫尔法测量流体自由表面微波的振幅. 实验力学, 2002, 17(4): 425~432

#### MEASUREMENT OF MICRO AMPLITUDES OF WATER SURFACE WAVES

WANG Wei E Xuequan

(Institute of Mechanics, CAS, Beijing 100080, China)

NI Gang

(Beijing Institute of Aerodynamics, Beijing 100074, China)

**Abstract** A contactless optical technique, Fourier transform grid method with integration of a digital image pro-

cessing technique is applied to measure vibration amplitudes of the water surface wave generated in a vertical oscillating apparatus. It can obtain the wave height information corresponding to each pixel point with a high precision. The method offers a means for measuring the

micro vibration amplitudes of water surface waves.

**Key words** vertical oscillating, water surface wave, Fourier transform grid method, micro vibration amplitudes, image processing