

# 冒落非均质平面流场非达西渗流新迭代算法

李宗翔<sup>1)</sup> 孟宪臣 纪传仁

(辽宁工程技术大学职业技术学院, 辽宁阜新 123000)

**摘要** 对 Bachmat 非线性渗流方程求解问题, 结合采空区问题的力学特点, 提出基于变渗透率达西 (Darcy) 渗流求解非线性渗流的迭代算法。建立了冒落采空区非线性漏风流态的有限元数值模型, 通过对复杂边界采空区的漏风渗流的计算, 得到与实际流态更接近的流动规律 (风压等值线和流函数线) 和采空区漏风强度分布 (速度场)。结果表明, 迭代算法是振荡性收敛的, 收敛速度快; 与 Darcy 渗流相比, 采空区非线性渗流速度场趋向于平缓, 在工作面附近 30 m 范围内最大风速降低到原来的 0.61 倍, 其余大部分区域速度略有增加。迭代方法满足工程要求。

**关键词** 冒落介质, 采空区, 漏风, 非线性渗流, 迭代格式, 有限元

## NON-DARCY SEEPAGE ITERATIVE ALGORITHM FOR CAVING HETEROGENEOUS FLAT FLOW FIELD

LI Zongxiang<sup>1)</sup> MENG Xianchen JI Chuanren

(Vocational College, Liaoning Technical University, Fuxin 123000, China)

**Abstract** To solve the Bachmat nonlinear seepage equation, an iterative algorithm based on the variable permeability Darcy seepage is proposed, considering the goaf characters. Finite element numerical model for nonlinear air leakage flow pattern in caving goaf is established, the flow laws (contours of wind pressure and lines of stream function) and the goaf air leakage intensity distributions (velocity field) are obtained by calculating the air leakage seepage of complex boundary goaf, which are found to be consistent with the practical flow patterns. The results indicate that the iterative algorithm converges with oscillation, and the convergence is rapid; in comparison to the Darcy seepage, only the largest wind velocity around the local area near the working face for the nonlinear seepage reduces to 0.61 of the original value, and there is no significant difference in other areas.

**Key words** caving goaf, air leakage, nonlinear air seepage, iterative algorithm, finite element

根据采空区冒落从初始冒落到不断被压实的非均质状况, 采空区流场是一个包括湍流、层流、过渡流三者同时存在的非线性渗流场, 其中过渡流和湍流多存在于煤壁边界附近的非压实区。对大空隙介质, 流体运动的雷诺数  $Re$  很大, 1965 年 Bachmat 提出了多孔介质中非线性渗流运动方程<sup>[1]</sup>。文献 [2] 给出了有限元数值求解方法。由于方程是非线性的, 最后得到隐含形式的非线性方程组。求解一般采用数值迭代计算方法, 如 Newton-Raphson 方法或下降法等, 这是针对非线性方程数学意义上的方法。为了提高迭代计算效率, 这里结合采空区问题的特点,

给出另一种针对力学问题本身的迭代方法, 即用线性达西渗流逐渐迭代拟合非线性渗流的方法。

### 1 达西定律与非线性渗流方程

采空区多孔介质风流运动的 Bachmat 非线性渗流方程为

$$k \nabla p = \left(1 + \frac{\|\mathbf{V}\| \beta d}{n \nu}\right) \mathbf{V} \quad (1)$$

式中,  $k$  为渗透系数张量,  $\text{m}^2/(\text{Pa}\cdot\text{s})$ ;  $p$  为风压,  $\text{Pa}$ ;  $\nabla$  为 Hamilton 算子;  $\mathbf{V}$  为风流渗流速度,  $\text{m}/\text{s}$ ;  $\|\mathbf{V}\|$  是  $\mathbf{V}$  的模;  $\beta$  为介质颗粒形状系数;  $d$  为平

2006-04-24 收到第 1 稿, 2007-1-25 收到修改稿。

1) E-mail: lizx6211@163.com

均调和粒径； $n$  为孔隙度； $\nu$  为运动黏性系数，对于采空区风流，取  $\nu = 14.6 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$ 。

将采空区某一点的冒落岩石堆积随机性视为各向同性，则  $k$  为标量，据 Catman 公式<sup>[1]</sup>，标量  $k$  为

$$k = b_1 \frac{n^3}{(1-n)^2} \quad (2)$$

式中， $b_1$  为与  $k$  同单位的识别参数； $b_1$  确定比较困难，可通过反演方法获得。

方程 (1) 中共包含了变渗透性系数达西渗流的一次流项和与速度有关的二次流项；方程反映了采空区中一次流和二次流的逐渐过渡。即当采空区纵深部由于速度极小，即  $Re$  很小时，流态为一次流达西渗流；而在工作面附近，冒落压非实区域的速度很高，二次流项不可忽视，属于非线性渗流。

式 (2) 给出了标量渗透率  $k$  与孔隙度  $n$  的关系。对采空区随机冒落岩体介质，二次流项中含有调和粒径  $d$  和形状系数  $\beta$  两个系数缺乏实用的确定方法和理论根据，文献 [2] 计算中仅给出了直接选取值  $d = 0.014 \text{ m}$  和  $\beta = 1.5$ 。

## 2 非线性渗流方程求解的迭代原理

将式 (1) 改写成含  $\mathbf{V}$  的迭代形式，对各向同性介质，有

$$\mathbf{V} = -\left(1 + \frac{\beta d}{n\nu} \|\mathbf{V}\|\right)^{-1} \mathbf{k} \nabla p$$

令  $\mathbf{k}_v = \left(1 + \frac{\beta d}{n\nu} \|\mathbf{V}\|\right)^{-1} \mathbf{k}$ ，那么

$$\mathbf{V} = -\mathbf{k}_v \nabla p \quad (3)$$

式中， $\mathbf{k}_v$  项相当于与速度场  $\mathbf{V}$  (运算结果) 有关的“修正渗透性系数”。

迭代初始值按变渗透性系数达西渗流 (一次流) 计算，得到渗流速度  $\mathbf{V}^{(1)}$ ，然后将  $\mathbf{V}^{(1)}$  回代到下一步的计算中去，进一步计算  $\mathbf{V}^{(2)}, \dots, \dots$ ，直至得到收敛解。具体迭代格式为

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{k}_v^{(i+1)} &= \left(1 + \frac{\beta d}{n\nu} \|\mathbf{V}^{(i)}\|\right)^{-1} \mathbf{k} \\ \mathbf{V}^{(i+1)} &= -\mathbf{k}_v^{(i+1)} \nabla p \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

式中  $i$  为迭代步数。

## 3 算 例

将式 (3) 按拟达西定律形式的方程与质量守恒方程联立，得到用风流压力  $p$  表示的渗流方程

$$\nabla \cdot (\mathbf{k}_v \nabla p) = w$$

式中  $w$  为源汇项，表示流场风流涌入或抽出量。

计算举例为注氮气采空区流场，计算几何模型如图 1。注氮口在进风一侧距离工作面 25 m，构成较复杂的流场形式。用有限元法求解<sup>[3]</sup>，计算考虑了流场的高度变化；区域采用三角形单元剖分，注氮口附近二次加密<sup>[4]</sup>。

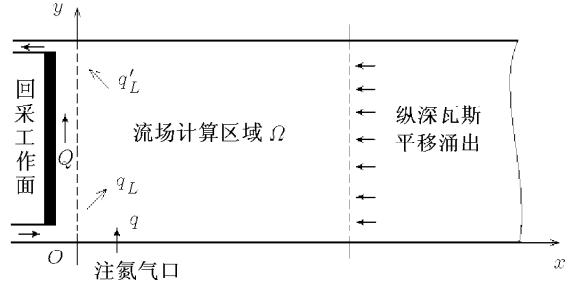


图 1 开区注氮采空区计算区域算例

( $q_L, q'_L$  分别为漏入、漏出风量， $q$  为注氮流量)

迭代结果见图 2, 图 3, 图 4。在图 2 显示的正交流网中，风压等值线差距为 5 Pa，流函数线间的流量差距为  $4 \text{ m}^3/\text{min}$ ， $k = 72.583 \sim 2.556 \text{ m}^2/(\text{Pa}\cdot\text{s})$ ， $b_1 = 0.242$ 。经 13 次迭代，收敛时区域内最大速度  $v_{\max} = 0.661 \text{ m}/\text{min}$ ， $q_L = 93.18 \text{ m}^3/\text{min}$ ， $q'_L = 119.32 \text{ m}^3/\text{min}$ 。

通过图 2 的达西 (一次) 流与非线性渗流的结果对比，非线性流收敛后在工作面和注氮口附近的局

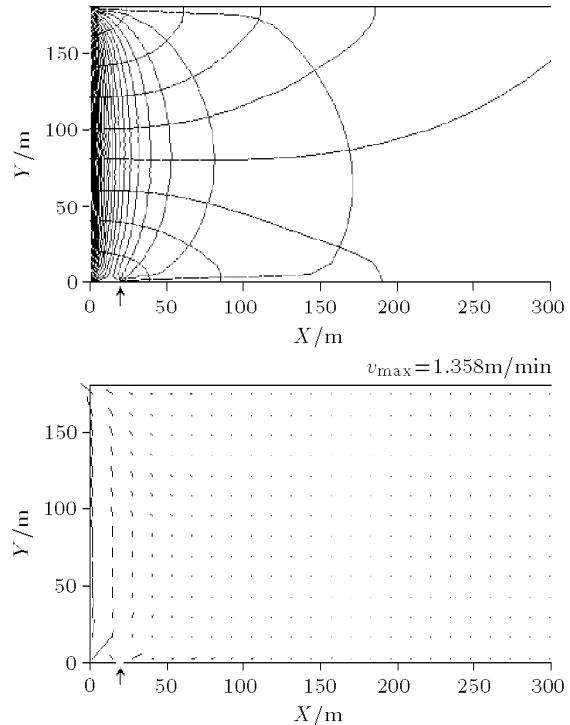
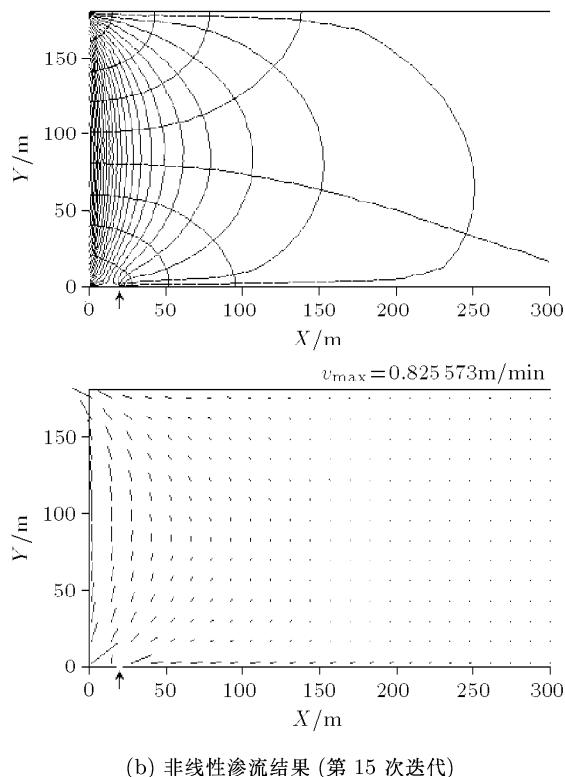


图 2 采空区达西流与非线性渗流收敛后的正交流网结果对比



(b) 非线性渗流结果(第 15 次迭代)

图 2 采空区达西流与非线性渗流收敛后的正交流网结果对比(续)

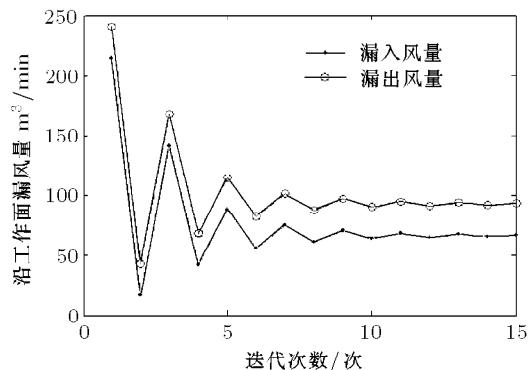


图 3 迭代中漏入、漏出风量的收敛变化

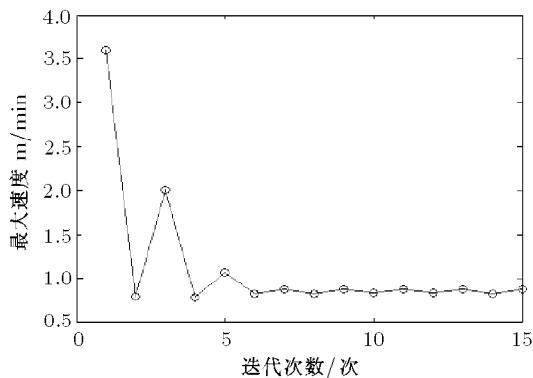


图 4 迭代中风流最大速度收敛变化

部风流变化很明显。在紧靠工作面附近初始冒落区域内, 大孔隙介质的高雷诺数渗流速度比一次流有大幅度降低, 其速度最大值相当于原来的 0.61 倍;

大于 30m 的纵深大范围低流速区域风速略有提高。沿工作面边界向采空区的漏风量降低约 20%。

图 3, 图 4 计算表明, 式(4)是在振荡过程中逐步收敛的。经十几步迭代就已达到稳定。计算量比线性问题的求解要大得多, 非线性问题的复杂性也就在于此。

## 4 结 论

(1) 基于渗流力学原理的迭代格式是呈振荡性收敛的, 收敛速度快, 方法简单, 稳定性好。

(2) 在流函数计算的修正函数中包含速度项, 在复杂边界条件和冒落非均质情况下仍能满足风压分布等值线与流函数线的正交。

(3) 与变渗透系数达西流相比<sup>[3]</sup>, 用非线性方程计算采空区流动规律, 采空区速度场趋于平缓(图 5)。在工作面附近非线性渗流速度大幅度降低, 深部低速区域的达西渗流速度提高。

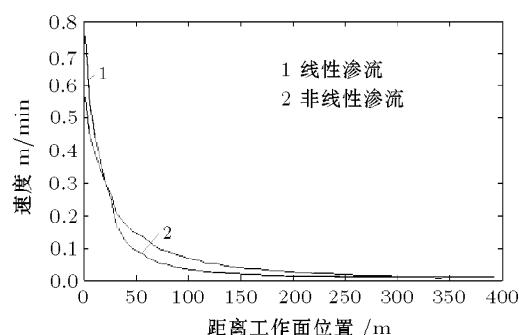


图 5 采空区(上下中分线上)风速分布对比

## 参 考 文 献

- Jacob Bear. Dynamics of Fluids in Porous Media. New York: American Elsevier Publishing Company, Inc, 1972. 91~140
- 邸志前, 丁广疆, 左树勋等. 放顶煤综采采空区“三带”的理论计算与观测分析. 中国矿业大学学报, 1993, 22(1): 8~15 (Di Zhiqian, Ding Guangjiang, Zuo Shuxun, et al. The theoretical calculation and observation analysis of the “three zones” in the goaf of fully mechanized face with top coal drawing. Journal of China University of Mining & Technology, 1993, 22(1): 8~15 (in Chinese))
- 李宗翔, 孟宪臣, 赵国忱. 任意形冒落非均质采空区流场流态数值模拟. 力学与实践, 2005, 27(6): 26~28 (Li Zongxiang, Meng Xianchen, Zhao Guochen. Numerical simulation of flow pattern of caving flow field in the inhomogeneous goaf with arbitrary shape. Mechanics in engineering, 2001, 27(6): 26~28 (in Chinese))
- 李宗翔, 纪奕君. 开区注氮采空区自燃温度场的数值模拟研究. 力学与实践, 2005, 27(4): 47~50 (Li Zongxiang, Ji Yijun. Numerical simulation of temperature field with spontaneous combustion in open region nitrogen injection goaf. Mechanics in Engineering, 2005, 27(4): 45~50 (in Chinese))