

# 连续冷却过程中低碳钢奥氏体 → 铁素体相变的 元胞自动机模拟 \*

张 林<sup>1,2)</sup> 张彩磊<sup>2)</sup> 王元明<sup>1)</sup> 王绍青<sup>1)</sup>

1) 中国科学院金属研究所沈阳材料科学国家(联合)实验室, 沈阳 110016

2) 东北大学理学院, 沈阳 110004

**摘 要** 采用低碳钢连续冷却过程中奥氏体 → 铁素体相变的元胞自动机模型, 模拟了铁素体晶粒形核与生长的全过程, 模型中考虑了溶质扩散在相变过程中的作用. 在元胞自动机的网格内, 晶粒的形核与生长用两个概率的变化来描述它们之间在相变过程中的相互竞争关系, 给出了形核与生长的元胞自动机规则. 总结了元胞自动机方法解决铁素体晶粒形核与生长问题的过程, 并在该模型的基础上分析了冷却速率等因素对于晶粒形核与生长的影响.

**关键词** 相变, 计算机模拟, 低碳钢, 元胞自动机

**中图法分类号** TG111.5, TG142.31 **文献标识码** A **文章编号** 0412-1961(2004)01-0008-06

## CELLULAR AUTOMATON MODELLING OF THE TRANSFORMATION FROM AUSTENITE TO FERRITE IN LOW CARBON STEELS DURING CONTINUOUS COOLING

ZHANG Lin<sup>1,2)</sup>, ZHANG Caibei<sup>2)</sup>, WANG Yuanming<sup>1)</sup>, WANG Shaoqing<sup>1)</sup>

1) Shenyang National Laboratory for Materials Science, Institute of Metal Research, The Chinese Academic of Sciences, Shenyang 110016

2) College of Science, Northeastern University, Shenyang 110006

Correspondent: ZHANG Lin, Tel: (024)23971846, Fax: (024)23891320, E-mail: l188zhang@imr.ac.cn

Supported by National Key Research and Development Programme (No. G2000067104)

Manuscript received 2003-03-04, in revised form 2003-05-30

**ABSTRACT** A two-dimensional cellular automaton model is developed to simulate the transformation from austenite to ferrite in low carbon steels during continuous cooling. The model, with a local rule-based scheme involving nucleation and growth of ferrite, incorporates the change of the solute field into a nucleation or growth function which is utilized by the automaton in a probabilistic fashion. The competition between nucleation and growth of ferrite is described by the changes of a nucleation probability and a growth probability in this cellular automaton lattice. The procedure of this cellular automaton modelling is generalized, and the effect of cooling conditions on this transformation is also discussed.

**KEY WORDS** phase transformation, computer simulation, low carbon steel, cellular automaton

元胞自动机 (cellular automaton, 缩写为 CA) 是一个在空间、时间以及系统状态都是离散化的动力学系统. 空间被一定形式的网格分割为许多单元, 规则空间格子中的每个单元, 称为元胞 (cell), 它所具有的物理状态是系统有限数目状态中的一种状态. 在网格中, 元胞的状态演化依据一个局域原则进行, 即一给定时间步的元胞状态由

其自身及其近邻元胞上一时间步的状态决定. 在离散的时间步内, 网格中所有的元胞同步更新, 使得整个网格的状态发生变化. 系统的最终演化结果可能呈现为均匀、混沌、或则复杂与混合的结构. 归纳起来, 元胞自动机的主要特征有: (1) 空间离散; (2) 时间离散; (3) 状态取值离散; (4) 局域的运算规则. 元胞自动机的实质是利用大量的简单元件, 通过简单的连接和简单的运算规则, 在时空中并行地持续运行, 以模拟出复杂而丰富的现象. 近年来, 元胞自动机在模拟各种物理系统与自然现象方面得到了越来越广泛的应用<sup>[1]</sup>, 如脑电波的传播、肿瘤的生长、晶体的生长、悬浮体的聚集、流体的各种流动、反应扩散系

\* 国家重点基础研究发展规划资助项目 G2000067104

收到初稿日期: 2003-03-04, 收到修改稿日期: 2003-05-30

作者简介: 张 林, 男, 1972 年生, 博士后

统中的振荡和螺旋波、星系旋臂结构的形成, 以及石油在多孔介质中的渗流. 在材料科学中, 元胞自动机也越来越受到研究者的关注, 为了模拟材料中微观结构的演化, 如枝晶的生长、位错斑图的形成, 研究者们建立了许多元胞自动机模型<sup>[2-6]</sup>. 但在具有重要工业应用价值的低碳钢中奥氏体转变为铁素体相变行为的研究方面, 则缺少基于真实物理过程的元胞自动机模型. 这样的模型涉及到如何模拟相变过程中铁素体晶粒的形核与生长问题, 以及需要考虑溶质扩散在这个相变过程中的作用. 在这之前建立的非元胞自动机模型很难全面地考虑这些因素<sup>[7-11]</sup>. 事实上, 在凝固过程以及再结晶过程中, 都存在着晶粒的形核与生长问题, 元胞自动机在这些领域中已经得到了广泛的应用<sup>[3-6]</sup>, 模拟所得到的结果可与真实的微观结构相比较, 并在预测微观结构和材料力学性能方面越来越成为有力的工具.

最近, Zhang 等<sup>[12-14]</sup> 建立了一个低碳钢 Fe- $\Sigma X_i - C$  ( $X_i = \text{Si}, \text{Mn}, \text{Ni}, \text{Mo}$  等) 铁素体晶粒形核与生长的元胞自动机模型<sup>[12]</sup>, 应用这个模型定性地模拟了奥氏体 → 铁素体的相变过程. 但是这个模型无法定量地描述铁素体晶粒在连续冷却过程中的形核与生长以及冷却速率在相变过程中的作用. 本文在此基础上, 进一步完善了这个模型, 应用该模型所得到的模拟结果以图像化的方式展示了  $\gamma \rightarrow \alpha$  相变过程中微观结构的演化. 总结了元胞自动机方法模拟晶粒形核与生长问题的基本过程, 并定量分析了冷却速率等因素对于相变过程的影响.

## 1 模型的构造

### 1.1 建立模型的几个假设

(1) 对低碳 Fe- $\Sigma X_i - C$  多元合金, 将 Fe- $\Sigma X_i$  视为一个超元素  $S$ ; (2) 铁素体晶粒在奥氏体晶界上形核<sup>[7]</sup>; (3) 铁素体晶粒的生长由碳溶质的扩散控制; (4) 对于具有某一溶质含量的 Fe-C 合金, 它的相变开始温度  $A_{e3}$  取为 Fe-C 合金相图上与该溶质含量相对应的  $\gamma$  相线上的温度 (如图 1 所示)<sup>[11]</sup>.

### 1.2 数学模型

1.2.1 形核 在从起始温度  $T_e$  到  $T$  的连续冷却过程中, 在每单位面积奥氏体晶界上新形成的晶粒数  $n$  由下式给出

$$n(T) = \int_T^{T_e} \frac{I(T')(1-f)}{Q} dT' \quad (1)$$

$$I = K_1 (kT')^{-1/2} D_\gamma \exp\left(-\frac{K_2}{kT'(\Delta G_N^{\gamma \rightarrow \alpha + \gamma^1})^2}\right) \quad (2)$$

$$\Delta G_N^{\gamma \rightarrow \alpha + \gamma^1} = \Delta G_S^{\gamma \rightarrow \alpha} - RT' \ln \alpha_S^\gamma \quad (3)$$

$$\Delta G_S^{\gamma \rightarrow \alpha} = 141 \sum x_i (\Delta T_M^i - \Delta T_{NM}^i) + \Delta G_{Fe}^{\gamma \rightarrow \alpha} \quad (4)$$

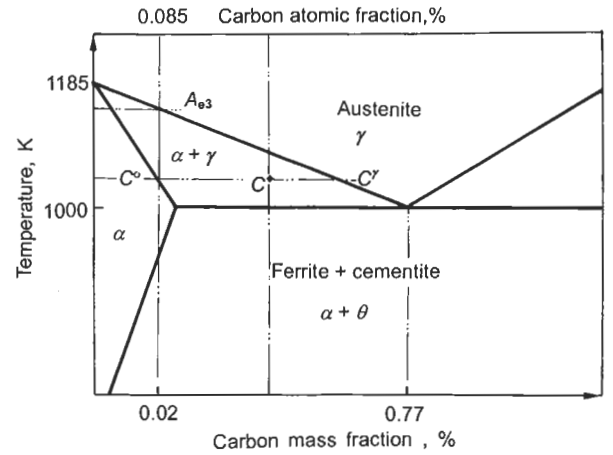


图 1 Fe-C 合金相图

Fig.1 A schematic phase diagram of the Fe-C alloy

$$\Delta G_{Fe}^{\gamma \rightarrow \alpha} = 20853.06 - 466.35T -$$

$$0.046304T'^2 + 71.147T' \ln T' \quad (5)$$

$$\ln \alpha_S^\gamma = \left\{ \ln \left[ \frac{(1 - Z_\gamma x_C^\gamma)}{(1 - x_C^\gamma)} \right] \right\} / (Z_\gamma - 1) \quad (6)$$

$$Z_\gamma = 14 - 12 \exp(W_\gamma / RT') \quad (7)$$

式中  $f$  是被铁素体占据的奥氏体晶粒表面分数,  $Q$  是冷却速率,  $I$  是在某一温度  $T'$  时奥氏体晶粒表面单位面积的铁素体形核率,  $D_\gamma$  是在奥氏体中碳溶质的扩散率,  $K_1$  和  $K_2$  是两个分别与形核密度及  $\gamma/\alpha$  表面能相关的参量, 模型中将它们取为常数.  $k$  是 Boltzmann 常数,  $\Delta G_N^{\gamma \rightarrow \alpha + \gamma^1}$  是铁素体形核的驱动力,  $\Delta G_S^{\gamma \rightarrow \alpha}$  是  $\gamma \rightarrow \alpha$  相变中超元素  $S$  的自由能变化,  $x_i$  是置换型合金元素  $i$  的摩尔分数,  $\Delta T_M^i$  和  $\Delta T_{NM}^i$  分别为自由能的磁性和非磁性分量所对应的温度位移, 通常称为 Zener 两参量, 是  $\gamma \rightarrow \alpha$  相变中 Fe 的自由能变化,  $\alpha_S^\gamma$  是超元素  $S$  的活度系数,  $x_C^\gamma$  是在奥氏体中碳元素的初始摩尔分数,  $R$  是气体常数,  $W_\gamma$  是奥氏体中碳原子间的交换能.

### 1.2.2 溶质扩散 碳溶质扩散方程为

$$\frac{\partial c_u}{\partial t} = D_u \nabla^2 c_u \quad (8)$$

$$D_\gamma \frac{\partial c_\gamma}{\partial \bar{n}} \Big|_{\gamma/\alpha} - D_\alpha \frac{\partial c_\alpha}{\partial \bar{n}} \Big|_{\gamma/\alpha} = u_{\bar{n}} (c_\alpha^{\gamma/\alpha} c_\gamma^{\gamma/\alpha}) \quad (9)$$

方程中,  $t$  是时间,  $c_u$  是相  $u$  ( $\alpha$  相或  $\gamma$  相) 中碳溶质含量,  $D_u$  是碳溶质在相  $u$  中的扩散系数, 模型中取为常数.  $u_{\bar{n}}$  是  $\gamma/\alpha$  相界面上  $\alpha$  相生长的法线方向速度,  $\bar{n}$  表示  $\gamma/\alpha$  相界面上  $\gamma$  相侧的法线方向,  $c_\alpha^{\gamma/\alpha}$  和  $c_\gamma^{\gamma/\alpha}$  分别是  $\gamma/\alpha$  相界面  $\alpha$  相侧和  $\gamma$  相侧中的碳溶质含量.

### 1.3 元胞自动机模型

1.3.1 元胞自动机网络 用元胞自动机模拟低碳钢微观结构的演化, 必须确定: (1) 边界条件; (2) 元胞的

近邻; (3) 元胞的状态; (4) 初始条件; (5) 形核规则; (6) 生长规则; (7) 时间步长. 模拟在  $200 \times 200$  的六边形元胞网格中进行 (对应一个  $125 \mu\text{m} \times 125 \mu\text{m}$  的样品), 边界条件采用周期性边界条件. 近邻取为元胞的最近邻. 元胞的状态用 1, 2, 3 分别表示元胞为  $\gamma$  相,  $\gamma/\alpha$  相界面,  $\alpha$  相. 用 1—100 的 100 个整数代表晶粒的取向. 两个最近邻元胞间的距离为  $L_{CA}$ .

1.3.2 模拟过程 模拟步骤可分为下述 5 个方面:

(1) 初始条件: 在模拟的初始时刻, 每个元胞赋以同样的初始温度  $T_{\text{ini}}$  (该温度高于与由合金成分确定的  $A_{e3}$ ) 与初始溶质浓度 (这个浓度由合金成分确定), 初始状态数为 1 (表示各元胞处于  $\gamma$  相).

(2) 温度变化: 当样品温度以一个确定的冷却速率  $Q$  下降时, 在时间步长  $\Delta t$  内, 温度由  $T$  下降为  $T - Q \cdot \Delta t$ .

(3) 形核: 在奥氏体晶界上奥氏体相元胞的形核规则为: 存在过冷温度; 该元胞的形核概率要大. 对于每一个在奥氏体晶界上的元胞, 当  $T < A_{e3}$  (存在过冷度  $\delta T = A_{e3} - T$ ) 时, 计算单位面积奥氏体晶界上的形核密度  $\delta_n$

$$\delta_n = \int_0^{\delta T} I/Q \cdot (1 - f) dT \quad (10)$$

由这个形核密度, 计算该元胞的形核概率

$$p_{\text{nuc}} = \delta_n \cdot S_\gamma$$

$S_\gamma$  是元胞表面积. 对每个在奥氏体晶界上的元胞分别取一随机数  $r$  ( $0 \leq r \leq 1$ ), 如果某一元胞满足以下条件  $r \leq p_{\text{nuc}}$ , 这个元胞将发生  $\gamma \rightarrow \alpha$  相变, 成为一个铁素体相元胞, 它的碳溶质含量由该温度相图上  $\gamma$  相线确定, 同时多余的溶质被析出到近邻的  $\gamma$  相元胞. 方程中

$$f = (c^{\gamma^*} - c)/(c^{\gamma^*} - c^{\alpha^*})$$

$c^{\gamma^*}$  和  $c^{\alpha^*}$  分别是温度  $T$  时在相图  $\gamma$  相线和  $\alpha$  相线上所对应的溶质含量 (见图 1).

(4) 生长: 由于铁素体的生长使得奥氏体相元胞变为铁素体相的规则为: 存在过冷温度; 有铁素体相元胞近邻; 它近邻的铁素体相元胞 ‘捕获’ 该奥氏体相元胞的概率要大. 对于处在  $\gamma/\alpha$  相界面上的奥氏体相元胞  $j$ , 如果它有铁素体相元胞近邻  $i$ , 计算  $t$  时刻铁素体相元胞  $i$  在朝向元胞  $j$  方向的生长长度

$$l_i^{i \rightarrow j} = \int_{t_0}^t v^{(i \rightarrow j)} dt$$

$t_0$  是元胞  $i$  发生相变的时刻; 根据该生长长度, 得到元胞  $i$  ‘捕获’ 元胞  $j$  的概率  $p_{\text{cap}}^{(i \rightarrow j)} = l_i^{(i \rightarrow j)} / L_{CA}$ ; 对元胞  $j$  取一随机数  $r_{\text{tra}}$ , 如果  $r_{\text{tra}} \leq p_{\text{cap}}^{(i \rightarrow j)}$ , 这个元胞将转变为铁素体相, 否则保持原态. 模型中不考虑铁素体转变为奥氏体这种情况.

(5) 时间步长  $\Delta t$  为

$$\Delta t = \min\left(\frac{L_{CA}}{v_{\text{max}}}, \frac{L_{CA}^2}{D_\alpha}, \frac{L_{CA}^2}{D_\gamma}\right) \quad (11)$$

方程中  $v_{\text{max}}$  是铁素体相元胞的最大生长速度,  $\min$  表示取括弧中的最小值.

(6) 珠光体的形成: 随着温度的降低, 越来越多的铁素体生成, 这时碳溶质聚集在正在生长的铁素体相元胞前端的奥氏体相元胞中. 当温度降低且奥氏体中碳溶质含量达到共析转变的浓度时, 这些奥氏体相元胞将发生珠光体转变.

## 2 结果与讨论

模拟中所用钢取名为 A36, 它的化学成分<sup>[10]</sup> (质量分数, %) 为 C 0.17, Mn 0.74, Si 0.012, Cu 0.016, Ni 0.01, Cr 0.019. 样品的初始奥氏体晶粒尺寸  $d_\gamma = 18 \mu\text{m}$ . 图 2 显示了急冷前后模拟得到的微观组织. 图 2a 中用不同灰度表示在奥氏体晶粒, 图 2b 显示了冷速足够大时, 铁素体在奥氏体晶界形核. 图 3 显示了实验与模拟得到的铁素体微观组织, 图 3b 中白框部分为珠光体, 其余不同灰度表示的是不同的铁素体晶粒. 计算得到的铁素体晶粒尺寸  $d_\alpha = \sum_{i=1}^{N_\alpha} d_\alpha^i / N_\alpha$  ( $N_\alpha$  为最终得到的铁素体晶粒

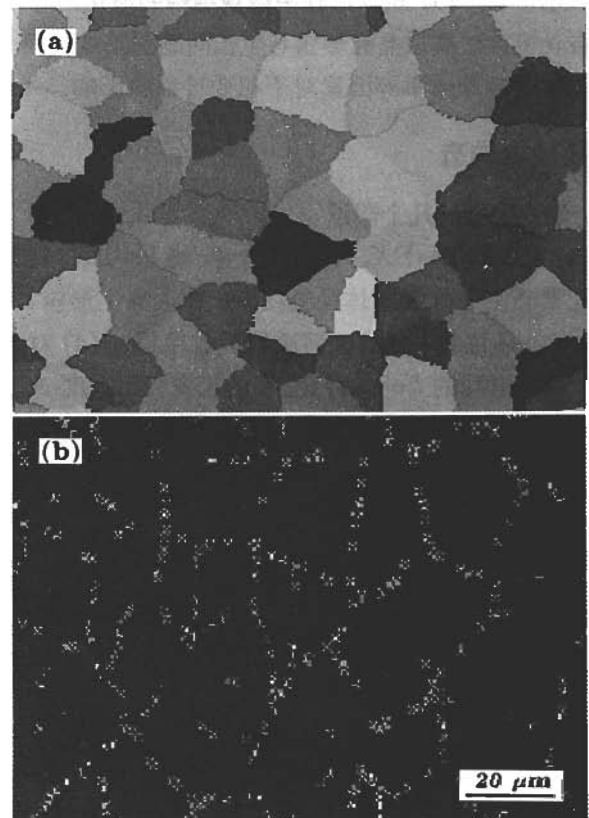


图 2 大冷却速率下, A36 钢中铁素体晶粒在奥氏体晶界上形核前后的微观组织

Fig.2 The simulated initial austenite microstructure of the A36 steel (a) and the resultant microstructure of ferrite nucleation at austenite boundaries under larger cooling rate (b)

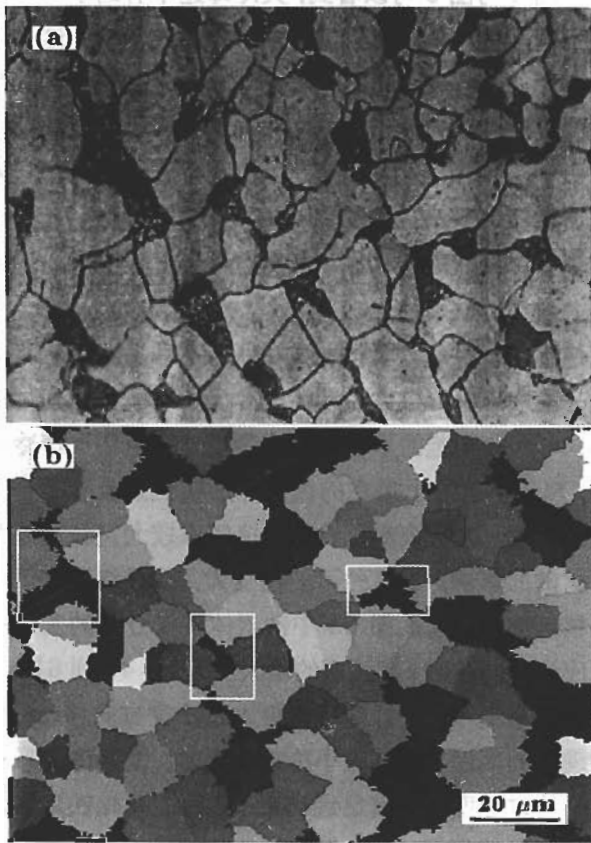


图 3 在冷却速率  $Q=1$  K/s 时 A36 钢实验与模拟的最终微观组织

Fig.3 Final microstructures of the A36 steel obtained by experiment (a) and simulation (b) at a cooling rate of 1 K/s (dark areas in Fig.3a to be perlite, corresponding to white side rectangular areas in Fig.3b)

总数,  $d_{\alpha}^i$  是第  $i$  个铁素体晶粒的晶粒尺寸).  $d_{\alpha}$  随冷却速率的变化如图 4 所示, 由图可见随着冷却速率从 1 到 81 K/s 的增加, 铁素体晶粒尺寸从 12.1 减小到 4.25  $\mu\text{m}$ . 为了与实验加以对比, 图 5 示出计算得到的每个奥氏体晶粒上铁素体晶粒平均形核数  $M = N_{\alpha}/N_{\gamma}$ ,  $N_{\gamma}$  是相变前奥氏体晶粒总数, 模拟结果与实验结果在变化趋势上是符合的 (平均形核数由 1 K/s 的 2 个增加到 81 K/s 的 27 个). 从图 4 与图 5 可见, 加大冷却速率使得铁素体晶粒尺寸变小的原因, 是由于大的冷却速率增加了铁素体晶粒的形核数. 为了进一步了解不同冷却速率对于相变过程的影响, 图 6a 显示了不同冷却速率下铁素体转变分数  $Y$  (%) 随过冷温度  $\Delta T$  的变化.  $Y = N_{\text{ferrite}}/N_{\text{cell}}$ ,  $N_{\text{ferrite}}$  是元胞网格中已经转变为铁素体相的元胞数,  $N_{\text{cell}}$  是元胞网格总数;  $\Delta T = A_{e30} - T$ ,  $A_{e30}$  是 Fe-C 合金相图  $\gamma$  相线上对应于合金初始成分的温度, 图 6b 显示了铁素体晶粒形核数  $N_{\text{nuc}}$  随  $\Delta T$  的变化. 由图 6 可见, 当样品具有一个较大过冷度时相变才能进行, 即铁素体的形核需要一个较大过冷度. 或者说, 大过冷度才能使铁素体的形核概率大.

下面从建立的元胞自动机模型出发, 分析扩散在奥氏

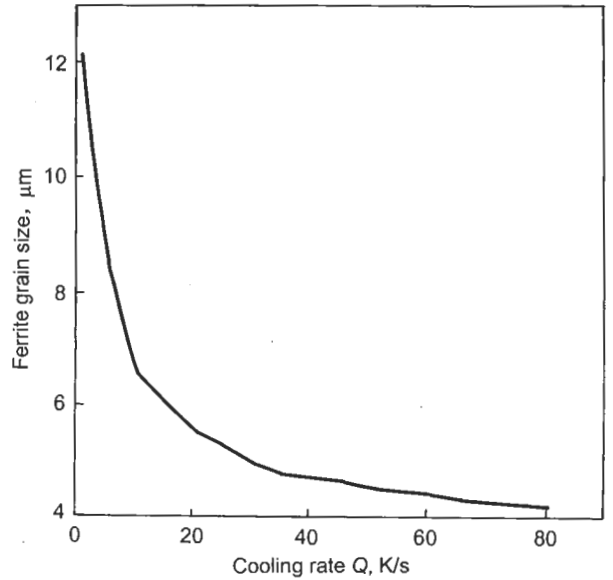


图 4 计算得到的铁素体晶粒尺寸随冷却速率的变化

Fig.4 Calculated ferrite grain size as a function of the cooling rate

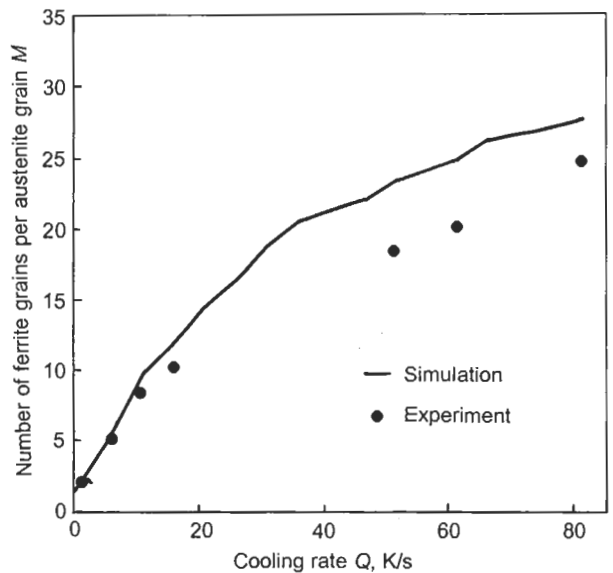


图 5 计算与实验得到的每个奥氏体晶粒内铁素体晶粒的平均形核数与冷却速度的关系

Fig.5 A comparison between the calculated and experimental average numbers  $M$  of ferrite grains in one austenite grain as a function of the cooling rate

体 → 铁素体相变中的作用, 并讨论冷却速率对于铁素体晶粒形核与生长的影响. 在模型中, 奥氏体晶界上的奥氏体相元胞都是潜在的铁素体形核位置, 当形核条件具备时, 它们都有可能发生形核. 但是当某些元胞形核后, 这些形核的铁素体相元胞要向邻近的奥氏体相元胞析出溶质, 这就使得这些奥氏体相元胞溶质含量变大, 而其它没有邻近铁素体相元胞的奥氏体相元胞则由于溶质扩散使得它们的溶质含量也要变大. 这时, 由于奥氏体相元胞的溶质含

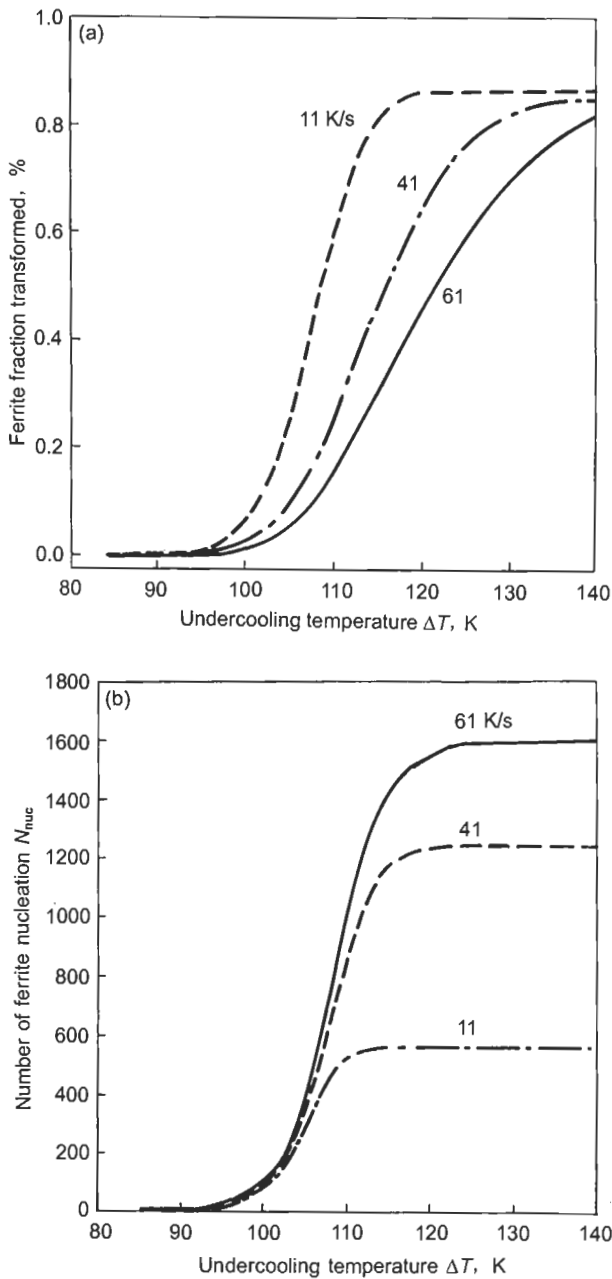


图 6 不同冷却速率下铁素体转化分数及形核数随过冷温度的变化

Fig.6 The ferrite transformed fraction (a) and the nucleation number of ferrite  $N_{nuc}$  (b) as a function of the undercooling temperature at various cooling rates

量增加,使得它们发生相变的过冷度变小,这就意味着奥氏体晶界上尚未形核的奥氏体相元胞的形核概率变小.扩散影响着铁素体的形核.在生长方面,如 1.3 节所述,铁素体晶粒生长的条件为:其前端奥氏体相元胞存在过冷温度,以及其前端没有形成珠光体相.这样,尽管奥氏体相元胞不能通过形核变为铁素体相,但是它们仍可以由于其近邻铁素体相元胞的生长而成为铁素体相.铁素体晶粒的生长也要受到扩散的影响.铁素体晶粒的形核与生长是由扩散控制的,而扩散能否充分进行与冷却速率有着直接的关系.

由图 4 与图 5 可以看到,大冷却速率有助于得到细小的铁素体晶粒,即得到数目更多的铁素体晶粒,这种现象可以解释如下.当冷却速率较小时,由于温度变化缓慢,溶质的扩散可以充分进行,这时由于受到已形核铁素体生长的影响,使得奥氏体晶界上潜在的铁素体形核位置减少以及形核概率变小,最终使得铁素体的形核数目变小,因为对于一个具有确定初始奥氏体晶粒结构的样品,奥氏体晶界上潜在的铁素体形核位置是一定的.如果某一个潜在形核位置由于近邻铁素体相的生长而被占据,它就不能形核,这就意味着形核数目减少一个,同时由于相变过冷度变小,可形核元胞的形核概率也要变小.但在快速冷却条件下,奥氏体晶界上潜在的铁素体形核位置具有了一个较大的过冷度,这意味着它们的形核概率较大且较小地受到溶质扩散的影响,形核的可能性变大,并最终增加了铁素体形核的数目.这从图 6a 中铁素体转变分数的变化也可以反应出来,随着冷却速率的增大(从 11, 41 到 61 K/s),曲线的斜率变小,并且曲线向更大过冷度方向移动.产生这种现象的原因在于,在小冷却速率时,铁素体的形核在一个小的过冷度区间就已经结束,之后主要是铁素体晶粒的生长主导着相变过程.但在大冷却速率时,铁素体晶粒的形核可以在一个较大的过冷度区间进行,在这个区间尽管铁素体晶粒的生长也在进行,但它对相变的影响与小冷却速率时相比要小得多.从图 6b 中可以明显地看到,随着冷却速率的变大,铁素体晶粒形核的过冷度区间也增大,与之相应的铁素体形核数也增大.在图 6a 中,形核分数增加到一定值后就不再变化,这是由于珠光体的形成阻止了铁素体晶粒的继续生长.

### 3 结论

(1) 对于低碳钢在连续冷却条件下奥氏体  $\rightarrow$  铁素体相变问题,本文建立了基于元胞自动机基础上的铁素体晶粒从形核到生长的比较完整的数学模型,利用这个模型可以定量分析冷却速率等因素对于铁素体最终微观结构的影响.通过该模型计算表明大冷却速率使得铁素体晶粒形核数增大,最终得到的铁素体晶粒尺寸变小.当冷却速率较小时,铁素体晶粒形核只影响早期的相变过程,铁素体晶粒的生长则在随后的相变过程中起着主导作用.当冷却速率较大时,晶粒形核可以在一个较大的过冷度区间发挥影响,晶粒生长在这个范围内的作用受到弱化,并且这个过冷度区间随着冷却速率的增加而加大.当冷却速率充分大时,晶粒形核则在整个相变过程中起着主导作用,铁素体晶粒的生长受到充分抑制,相变后的微观结构是由铁素体晶粒的形核决定的.

(2) 元胞自动机方法解决低碳钢中奥氏体  $\rightarrow$  铁素体的相变过程中铁素体晶粒形核与生长的基本过程是:首先确定元胞网格对应的空间尺度,同时确定合适的格子形式;确定元胞格子的各个状态量,这些状态量的选取要能

最大限度地反映所研究体系的诸多物理量的变化, 如元胞的相态、晶粒取向等等; 初始时刻各个状态量的确定, 可以取固定值 (如取合金的成分表示溶质的初始浓度等), 也可以取随机值 (如晶粒取向等); 元胞近邻及边界条件随所研究问题的要求而定; 模拟系统演化过程中各元胞状态量的变化, 这些状态量的变化依据局域原则, 通过求解真实的物理过程 (如扩散过程等) 计算得到; 根据所研究体系中与时间有关各物理量的变化情况确定每一离散时刻所对应的的时间尺度; 最后选取截断时间, 结束模拟过程.

### 参考文献

- [1] Wolfram S. *Rev Modell Phys*, 1983; 55: 601
- [2] Lepinoux J, Kubin L P. *Scr Metall*, 1987; 21: 833
- [3] Rappaz M, Gandin C A. *Acta Metall. Mater*, 1993; 41; 345
- [4] Goetz R L, Seetharman V. *Metall Mater Trans*, 1998; 22A: 2307
- [5] Zhang L, Wang Y M, Zhang C B. *Acta Metall Sin*, 2001; 37: 882  
(张 林, 王元明, 张彩碚. 金属学报, 2001; 37: 882)
- [6] Zhang L, Zhang C B, Liu X H, Wang G D, Wang Y M. *J Mater Sci Technol*, 2002; 18: 163
- [7] Umemoto M, Ohtsuka H, Tamura I. *J Mater Sci Technol*, 1987; 3: 249
- [8] Hawbolt E B, Chau B, Brimacombe J K. *Metall Trans*, 1983; 14A: 1803
- [9] Enomoto M, Aaronson H I. *Metall Trans*, 1986; 17A: 1381
- [10] Militzer M, Pandi R, Hawbolt E B. *Metall Mater Trans*, 1996; 27A: 1547
- [11] Jacot A, Rappaz M. *Acta Mater*, 1997; 45: 575
- [12] Zhang L, Zhang C B, Wang Y M, Liu X H, Wang G D. *Mater Res*, 2002; 17: 2251
- [13] Zhang L, Wang Y M, Zhang C B, Wang S Q, Ye H Q. *Modelling Simu Mater Sci Technol*, 2003; 11: 791
- [14] Zhang L, Zhang C B, Wang Y M, Wang S Q, Ye H Q. *Acta Mater*, 2003; 51: 5519