心 理 学 报 2003,35(5):649~655
Acta Psychologica Sinica

部总知识在解决加法文字题中的作用*

周新林[1,2] 张梅玲[2]

([1]北京师范大学脑科学与认知科学研究所;北京师范大学"认知科学与学习"教育部重点实验室,北京 100875)

([2]中国科学院心理研究所,北京 100101)

摘 要 探讨的问题是部总知识是否制约着算术文字题的解答过程。小学4年级学生(192人)和大学生(178人)被要求解答一步加法文字题。实验结果发现,正确列式方式受到已知客体集合具体特征的系统性影响,尤其是随着年龄的提高和练习程度的深入,这种影响越来越明显。这是部总知识作用假设所不能解释的。现根据集合在心理表征中的位置和表征强度解释结果,并在此基础上讨论了研究的实践意义。

关键词 部总知识,数学认知,算术文字题,加法,加法交换律。

分类号 B842.3

1 前 言

数学文字题也称作数学应用题,用自然语言陈述,以现实世界中的数量关系为题材,通过数学运算解答。学生解答数学文字题既是获得数学概念的手段,也是为了达到具有一定解决问题能力水平这一目的。研究解决数学文字题的心理过程,既可以丰富对数学认知发展、人类数学认知和一般认知的研究,也可以为学校数学教学提供心理学基础。

加减文字题主要指采用加减法解答的一步数学文字题。它是小学生最开始接触到的数学文字题,一般正式出现在小学二年级的数学课本中[1]。在过去关于儿童解答加减文字题心理过程的分析中,人们一般认为,关于部分和总体之间关系的部总知识的作用是必不可少的[2~5]。这称为部总知识作用假设。事实上,人们并没有拿出充足的证据来表明部总知识的实实在在的作用,或者说,关于儿童解答问题时究竟是否采用了部总知识,人们并没有去深入探究和有效地回答。当前研究试图在这一问题上作初步探索。

1.1 部总知识

部总知识在本质上属于一种数理逻辑知识。在皮亚杰认知发展主义中,如果儿童不能解答下面的类包含问题(Class inclusion problem):"是雏菊多还是花多",就说明儿童缺少部总知识[6]。一些研究者也采用相同的观点,认为儿童不能解答算术文字题,就是因为这些儿童缺少部总知识[4,5,7,8]。

尽管人们在总体上认为部总知识是关于部分和总体之间关系的知识,但是对部总知识的具体形式的认识稍有不同。在加减文字题解答中,概括起来,部总知识的具体形式有三个方面:①部分和总体之间的运算关系知识,也可称为加法等式知识"部分+部分=总体"和减法等式知识"总体-部分=部分"、②加法交换律知识,③加法和减法互补关系知识[4,5,7~10]。

1.2 部总知识作用假设

部总知识作用假设指假设部总知识在儿童解答加减文字题的过程中发挥着显著作用。如果儿童缺少部总知识,儿童将不能解答加减文字题。如果儿童正确解答了问题,就说明儿童具备了部总知识。

Nesher 认为,解答问题的行为水平变化归因于集合(Set)、逻辑运算(Logical operation)和数学运算(Mathematical operation)等知识的发展[7]。Riley 等人认为,解答问题需要掌握图式(Schemata),它们表示这种语义关系,并在语义关系与解题步骤之间建立桥梁;而语义图式的获得将依赖对逻辑集合关系(Logical set relation)知识的掌握;逻辑集合关系主要是部总关系[4]。在 Briars 和 Larkin 提出的能力发展模型中,逻辑知识的作用是必不可少的,它包括了运算的可逆性(即加减法互补关系)和子集的对等

收稿日期:2002-07-22

* 本研究属国家自然科学基金资助重点项目"儿童认知能力发展和促进的研究"(39730180)部分工作;本研究得到国家攀登计划项目(95-专-09)和北京师范大学青年科学基金的资助。

性(与加法交换律有关)等。在 Baroody 及其同事的研究中,认为儿童可以利用加法交换律去寻找问题的答案[9,10]。Cummins 及其同事认为儿童出现解题错误,不是因为缺少部总知识,而是没有很好的语言理解能力;尽管如此,她们还是认为解答问题需要将语言表达映射到部总知识上去,既基于语言理解确定数集类型及其关系,然后再基于部总知识生成问题的答案[11,12]。

部总知识的作用方式就如 Cummins 及其同事所认为的,在理解语言后,将各种数集打上部分集或总体集的标签,再利用各种具体的部总关系知识生成问题的答案。可以用下面的口语报告来说明部总知识作用的方式。例如,对于下面的问题:

小红和小明一共有 8 本书,小红有 5 本书,问小明有几本书?

一个 8 岁的男孩在听完问题之后,就说"这是一个减法题,8 减去 5 等于 3",主试问为什么用减法,他回答"因为 8 是一个总数,5 是一个部分数,求另一个部分数,当然要用减法"[13]。

1.3 部总知识作用假设需要进一步检验

关于部总知识作用的假设,不管怎样,本文作者认为并没有实质性的证据,有必要检验部总知识作用假设。过去关于部总知识作用假设中有三个方面的问题。

首先,在一项研究中,发现 4 岁儿童不能够对结束集未知题和开始集未知题(两种问题见后面的内容)作出合适的反应,但是 5 岁儿童可以,于是研究者认为 4 岁儿童不能理解部总关系,但是 5 岁儿童可以[5]。上面的结论意味着错误反应表明没有掌握部总知识,正确反应意味着掌握了部总知识。这种推理是以部总知识必定发挥实实在在作用为前提的,而不是它的证据。

其次,上面提到的口语报告方面的证据,非常有可能只是一种事后解释,而没有反映实际的解答问题过程。

最后,在过去关于教学干预研究中,人们基于部总知识作用假设进行加减文字题教学,例如在 Wolters 的研究中[14],学生学习的样例是合并题(也就是本研究中的例题),通过画出部总关系图形建立与数量关系之间的对应关系,这促进了学生解答 2 步合并题,但是在解答变化题和比较题中,这种教学的效果与常规教学组相比更差,这说明部总知识教学并没有迁移效果,不仅如此,反而阻碍了学生解答新的问题。在 Tamburino 的研究中[15],这是一个非迁移性的教学设计,学生学习普通图形或者部总图形,学习合并题、变化题和比较题(三种基本的加减文字题)他们最终都获得大致相同的进步程度,包括解答两步问题。这些研究说明基于部总知识作用假设设计教学并没有取得更为有效的效果。这在一定程度上说明部总知识作用也许不是过去所认为的那样大。

1.4 本实验研究

当前研究将通过小学四年级学生和大学生解答加法文字题检验部总知识作用假设。小学四年级学生已经正式学习过加减法等式知识、交换律知识和加减法互换关系的知识,可以认为他们基本具备上面的数学知识;对于大学生,也可以认为这些知识更为稳固和更容易激活与提取。

有 6 种类型的一步加法文字题(见附录),根据两个已知数量出现的顺序,概括起来,第一个用 a 表示,第二个用 b 表示(实际解答问题时并不是 a 和 b,而是从一定的字母集合中随机选择两个字母表示),它们的正确答案是"a + b"和"b + a"。如果部总知识发挥作用,在理解语言之后(可以认为是建立情境表征之后),首先将问题中的集合打上部分集标签,然后根据部总关系"部分 + 部分 = 整体"推导出算式。因为部总知识是一种抽象的数理逻辑知识,两种部分集合的具体情境属性被剥离,因此在功能和地位上是没有区别的或者对等的。因此,对于加法问题,在掌握部总知识以及其发挥作用的前提下,正确列式方式将不受问题中数集合的外部特征或者具体属性的影响,要么是"a + b",要么是"b + a";大学生与小学生相比,因为具有更熟练的部总知识,不同问题上的正确列式方式应该具有更大的一致性。

2 方法

2.1 被试

192 位四年级学生(男 98 人,女 94 人)和 178 位大学生(男 94 人,女 89 人)在第一学期的第 4 月份参加测验。小学生随机选择自北京市 3 所城区小学,平均年龄为 9 岁 10 个月,大学生随机选择自北京市 3 所普通大学,年龄在 17 ~ 21 岁之间,平均年龄为 19 岁 4 个月。

2.2 材料

20 道一步加减文字题作为测验内容,其中 6 道加法问题是目标问题(见附录表)。其余 14 道题为减法问题,它们被视为插入问题,这些问题的具体形

式见国内有关的研究[13,16,17]*。为了有利于考察正确列式方式,问题中的已知数量用字母表示,字母本身没有外在的数量大小线索。4 年级学生已学完初步代数知识,例如用字母表示数量和列出简单方程解答文字题等,所以学生熟悉数量的字母表示方式。对于每一学生,每一问题中的两个已知数量从 9 个字母集合“BDEHKNPRT”中随机选择两个字母表示,并且 20 道题的顺序随机。一道问题占据一行,文本的大小与格式为 5 号宋体,它们被打印在一张大小为 29.7cm × 21cm 测验纸上。在测验纸的上方,有被试需要填入姓名、性别等内容的被试信息栏。

2.3 程序

小学生和大学生分别分在较小的班级里进行集体测验,班级规模在 40 人左右。在测验题发放之前,结合下面的例题向学生讲解测验有关内容:

班上有 E 位男同学,有 T 位女同学,共有(　　)位同学。时间(　　　　　)

讲解的内容大意如下:(1)测验的目的是看一看哪些问题容易出错;(2)以列式的方式解答问题,并将答案直接写在题文后面的括号里(上面问题的答案为 E + T);(3)一共有 20 道题,按顺序从前至后解答问题,全部问题解答完成以后,无需检查,直接将试卷交给老师;(4)既快又准地解答问题,但是可以按照自己的速度解答问题,没有时间限制。(5)要求学生每做完一道题,将教室前面的大型显示屏上的时间(第一眼看清的)写在每一问题行后面“时间”后面的括号里,该显示屏受一台计算机控制。从“1000”开始显示时间,这样保证做完每一道题后写的时间均是 4 个数字,每隔 1 秒改写一次时间。

指导语讲解完成以后,将试题纸发放给学生。学生首先填写被试信息栏。然后,主试说“开始”后,学生开始解题,并且老师启动计时器。

3 结果

少数学生没有记录时间,或者从记录的时间上看,没有从前至后解答问题,所以,这些学生作为无效被试,小学生为 4.7%,大学生为 2.2%,有效的学生数分别为 183 人和 174 人。下面从 3 个方面呈现实验结果。

3.1 解题成绩

解答 6 种问题的错误率(错误率 = 错误人数/参加人数 × 100%)见表 1。对于加法问题,主要的错误类型是算符错误,例如,正确答案为 a + b,如果学生的实际答案为“a - b”或“b - a”,这就是算符错误。表 2 也列出“a - b”和“b - a”两种错误的百分率。对错误率在年级水平之间进行独立样本 t 检验,小学生出现了更多的错误,$t(355) = 2.44$, $p = 0.015$。

每一道题的解题时间计算方法是本题时间减去开始时间 1000s(对于第一题)或者上一题时间。这解题时间就包括了实际的解题时间和解答上一题时记录时间的时间,但对于第一题只有实际的解题时间。因为对于每一被试 20 道题的顺序是随机的,所以,每一问题出现在第一题的位置上的概率是大致相同的,如果从全部被试的角度,则可以认为每一问题均包含了实际的解题时间和解答上一题时记录时间的时间。记录时间的时间对于每一问题是大致相等的,因为起始时间是 1000s,这样保证了每一问题上的时间均是 4 位数。

小学生和大学生在 6 个目标问题上的平均时间见表 1。直观上,大学生在每一目标问题上的解题速度均快于小学生;对于 6 个目标问题的总体时间,大学生的解题速度快于小学生,$t(355) = 4.72$, $p < 0.001$。

表 1 小学 4 年级学生和大学生解答加法问题的成绩

问题类型	题号	错误率(%) 小 4 学生	错误率(%) 大学生	解答时间(s) 小 4 学生	解答时间(s) 大学生
合并题	1	2(2,0)	0(0,0)	17(11)	7(3)
	2	1(1,0)	1(1,0)	15(7)	7(4)
变化题	1	17(15,2)	6(5,1)	18(14)	8(3)
	2	15(7,9)	26(18,8)	23(18)	9(5)
比较题	1	16(4,11)	5(5,0)	20(12)	8(3)
	2	22(15,7)	8(7,1)	23(16)	9(6)
	平均	12(7,5)	9(6,2)	19(14)	8(5)

注:错误率后面括号中的两个数量分别表示“a - b”和“b - a”的错误率;解答时间后面括号中的数字表示标准差。

3.2 不同类型问题上的正确列式方式

对于 6 道加法问题,在两种正确列式方式(“a + b”还是“b + a”)上的人数见表 2。从统计的角度有如下主要特征。

首先进行问题之间的比较。变化题 2 比变化题 1 有更多的“b + a”列式,对于小 4 学生是这样,$\chi^2(1, N = 306) = 38.4$, $p < 0.001$;对于大学生也是这

* 20 道题的详细内容也可参见:周新林. 儿童解答加减文字题的基本心理过程. 中国科学院心理研究所博士论文, 2002

样，$\chi^2(1, N=290)=140.5$，$p<0.001$。对于在比较题 1 和 2 之间的比较，大学生解答比较题 1 时有更多的“b + a”列式，$\chi^2(1, N=325)=6.35$，$p<0.01$；但是对于小学生，它们之间的差异没有达到显著水平。

其次，进行年级水平之间的比较。大学生比小学生在变化题 2 和比较题 1 上有更多的 b + a 列式，$\chi^2(1, N=284)=51.2$，$p<0.001$；$\chi^2(1, N=318)=4.73$，$p<0.05$。

3.3 不同练习阶段上的正确列式方式

下面从练习进程的角度分析正确列式方式。6 道加法问题分别可以出现在前 10 题或后 10 题中。对于这两个阶段，在正确列式方式上的变化上，除变化题 2 在外的其余 5 道加法问题有大致相同的趋势，所以把它们作为整体，所以，共有两类目标问题（即变化题 2 和其余 5 道加法问题）。它们在两种位置中的“b + a”列式在正确列式方式中的比例见图 1。对于变化题 2，位于后 10 题中比位于前 10 题中，有更多的“b + a”列式，对于小学生和大学生均是如此，$\chi^2(1, N=155)=7.30$，$p<0.01$；$\chi^2(1, N=129)=6.25$，$p<0.05$。其余问题的列式方式在前后位置上没有差异。

表 2 小学 4 年级学生和大学生解答加法问题时两种正确列式的人数

问题类型	题号	小 4 学生		大学生	
		a + b	b + a(%)	a + b	b + a(%)
合并题	1	170	10(5.6)	163	11(6.3)
	2	174	8(4.4)	157	15(8.7)
变化题	1	145	6(4.0)	150	11(6.8)
	2	107	48(31.0)	33	96(74.4)
比较题	1	141	12(7.8)	139	26(15.2)
	2	134	8(5.6)	149	11(6.9)

注：括号里的数字表示 b + a 列式人数在全部正确列式人数中的百分比。

4 讨论

当前研究的目的是检验部总知识作用假设。如果部总知识以本文开始部分介绍的方式影响儿童解答加法文字题，对于已经掌握部总知识的被试而言，不论问题所涉及的已知客体集合类型，在不同问题上的正确列式方式将是比较统一的，并且正确列式方式的统一性将随着被试对问题的熟悉程度增加而增大。实验结果与预测是相反的，（1）问题的正确列式方式受到已知客体集合类型的系统性影响，（2）这种影响随着年龄的提高和练习程度的深入而出现分化。这两方面的结果在一定程度上表明部总知识作用假设是值得提出疑问的。

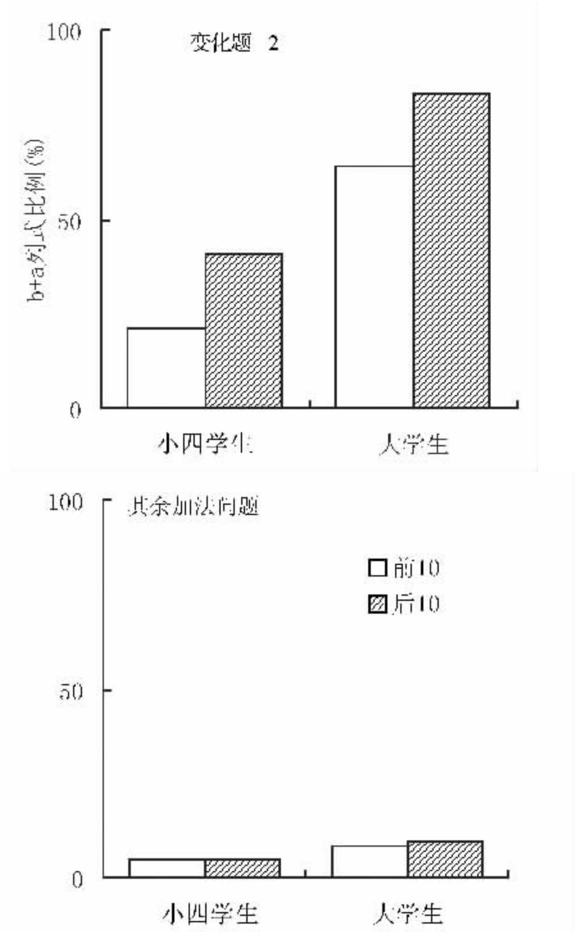

图 1 小学生和大学生解答不同呈现位置上的目标问题时“b + a”列式方式在正确列式方式中的比例（%）

注：前 10 指前面的 10 道题，后 10 指后面的 10 道题。对于小学生，前 10 题的错误率为 14%，后 10 题为 13%，每一问题上的平均解答时间分别为 20s 和 19s。对于大学生，前 10 题的错误率为 9%，后 10 题为 8%，解答时间分别为 9s 和 7s。以上参数的前后阶段比较，均没有达到显著差异水平。

4.1 没有部总知识作用的解题心理过程

如果部总知识没有发挥作用，儿童是如何解答问题呢？毫无疑问，儿童首先需要理解描述问题的语言，获取语义关系，形成情境或言语符号表征。这是一个初始的阶段，在部总知识作用假设中也是存在的。然后儿童可以采用直接模型化程式（direct modeling procedure）列出算式[4]。运用这种策略解答表 1 中的变化题时，在变化题 1 上的列式是“a + b”，在变化题 2 上的列式则是“a – b”或者“b – a”，因为明明把苹果给了别人，这给出的动作对应着减法运算。显然，这种策略只是适用于合并题 1 与 2、

变化题 1 和比较题 1,但是不适合其余类型问题。此时,Riley 等认为需要应用部总知识[4]。本研究则认为需要以事实性知识(Actual knowledge)为基础的推理才可以达到目的。

例如在解答变化题 2 时,问题目标是针对开始集,而开始集是由两个集合构成的,一个是变化集(给出的客体集合),一个是结束集(即剩下的客体集合)。儿童在推理过程中,把剩下的客体集合作为情境表征的基础,再将给出的客体集合还原并放置到当前的情境表征中,前者与后者放置在一起就构成了开始集,这种表征结构以及所蕴含的合并关系映射为数学运算就是“b + a”。儿童之所以把剩下的客体集合作为情境表征的基础,是因为它在理解阶段中的表征就是处于基础的、中心的位置,而给出的客体集合处于次要的位置。这种表征位置上的差异在句子理解中也有体现。例如人们发现,对于下面两个句子,“在跑步之前约翰穿上汗衫”和“在跑步之前约翰脱下汗衫”,阅读之后探测“汗衫”,前一句子将会有更快的反应时间,因为对前一句子建立的表征中主角与“汗衫”之间有更近的距离或者“汗衫”仍处于心理模型(即情境表征)中激活的区域[18]。

尽管上面的结果表明儿童解答问题时部总知识的效应不显著,从而可以认为抽象的部总知识可能没有影响儿童解答问题,但是,并不否认加减法知识在解答问题中的作用。例如,学生需要表征数量,需要访问数学知识。对于较低年级的学生将运用数数的方法来解答问题,学生采用这种方法解答问题,就是因为他们缺少加减法知识。概括起来,解答问题是将语义关系(直接理解的或者推导出来的)映射为数学运算,在这一过程中,数学运算的作用是比较被动的。

4.2 加减文字题解决能力的发展

在前面的实验研究中,年级的不同导致了在解题成绩上和正确列式方式上的显著差异,此外,练习还对正确列式方式产生了显著的影响。这些都可以视为加减文字题解决能力发展的表现。

关于随着年级的升高,解题错误的降低和解题时间的减少,这些解题成绩的变化并不令人感到奇怪,但是在本研究中发现正确列式方式也出现系统性的变化,并且短时间的练习也可以导致这种变化。下面主要来讨论这一问题解决能力发展特征。它可能反映了问题表征强度上的变化。

正确列式方式在变化题 2 和比较题 1 上有显著的年级水平效应,变化题 2 对于小学生和大学生均有显著的练习效应。这两种效应都与问题的熟悉性有关,即随着年级水平的升高和练习次数的增多,问题将越来越熟悉,从而正确列式方式有系统性的变化。在问题不是很熟悉的时候,学生可能比较难以建立稳定的和可以随时提取的内部的情境表征,在这种情况下学生不得不依赖表面线索,这种表面线索就是客体集合的陈述顺序(文本顺序),学生可以通过视觉随时利用这些信息,这样一来,在各种加法问题上的正确列式方式就是第一个已知数加上第二个已知数,即“a + b”。但是,随着问题熟悉性程度的增加,将减少对外部线索的依赖,而更多地依靠内部表征,以内部表征为基础完成解题过程;与上面的分析一致,在建立的内部表征中,客体集合的空间位置关系这一情境性质的表征将导致正确列式方式为“b + a”。

根据上面的分析,年级越低的学生,在不同加法问题上的正确列式方式应该越统一,而不管不同问题中的情境特征变化。这一推论在下面的研究中得到了验证。当前研究中的小学生为 4 年级学生,在一项以小学 1 年级学生为被试的研究中,1 年级学生要求以列式作为答案解答与本研究中相同的问题,对于他们问题中的数量用阿拉伯数字表示,此时他们在变化题 2 上列式几乎都是“a + b”,与其余加法问题是完全一致的(周新林, 2002, 见前面的脚注)。

4.3 实践含义

下面从 4 个方面讨论本研究对教学实践的含义。

首先,在本文开始部分就提到,基于部总知识的教学并没有取得很好的效果,这可能说明学生解答问题时并没有主动地采用部总知识去解答问题。本实验结果在一定程度上表明部总知识作用假设是值得提出疑问的。这样一来,在加减文字题的教学中,我们可以更坚定认识到基于部总知识的教学不是可取的。

其次,与基于部总知识教学类似的教学就是基于规则的问题解决教学,例如,解答比较题,有时教师要求学生背诵和应用下面的规则:“已知大数和小数,求差数,则是大数 - 小数 = 差数”、“已知大数和差数,求小数,则是大数 - 差数 = 小数”、“已知小数和差数,求大数,则是小数 + 差数 = 大数”。这一套规则可以解答全部简单的一步比较题。解答问题时学生需要将问题中的各种已知数集和未知数集转换为大数集、小数集或者差数集,然后根据它们之间

的关系,列出算式。这是目前小学教学中常常采用的一种解答问题的方法,本文作者在做测查中发现,许多低年级学生就是自觉地在数集旁边表上“大数”、“小数”、“差数”这样的标记,然后根据上面的规则去列出算式。通过访问规则解答问题,在一定程度上与要求学生利用部总知识解答问题是类似的。学生可以在一定的要求之下以这样的方式来解答问题,但是,这一过程与大学生解答问题的基本心理过程并不一致。后者更多地以一定的情境表征、语义表征和事实性知识为基础解答问题。所以,对于小学生的教学也许可以更多地考虑这些表征的作用。

再次,在加减文字题的教学中需要强调建立关于问题情境的心理表征以及建立心理表征与数学运算之间的映射关系。这意味着在解答问题时需要分析问题情境,然后用数学运算来表示问题情境。通过本研究,我们建议要求学生通过构造语义表征去解答问题。语义表征,实质上指以事实性知识为基础的表征,而不是以数学逻辑知识为基础的表征。

最后,对数学知识教学的建议反映在两个方面。一是尽量不要把数学知识的教学和文字题的教学脱节。现在对于加减法知识教学,就是先使学生熟练掌握这些知识,然后再有文字题教学。实际上它们之间可以形成更密切的关系,例如在加减法知识的教学中就可以渗透加减文字题教学,或者至少通过分析实际情境促进学生对加减法知识的理解,而不是比较单纯地强调计算的准确性和速度。二是突出基本数学知识的教学。学习数学对于绝大多数的学生而言,最主要的目的就是在应用数学,利用数学解决实际问题,也就是解决应用题或者文字题。根据上面的研究,有些数学知识的作用并不是很明显,并且总体上数学知识在解决加减文字题中的作用是比较被动的。所有,在数学知识的教学中,突出基本数学知识的教学,例如加减法的基本含义,关于派生出的加减法互补关系,加法交换律等知识则可以适当减少教学的时间。

参 考 文 献

1 Liu J H. Modern mathematics of primary school (volume 3) (In Chinese). Science press, 1998
(刘静和. 现代小学数学(第3册). 科学出版社,1998)

2 Briars D J, Larkin, J H. An integrated model of skill in solving elementary word problems. Cognition and Instruction, 1984, 1: 245 ~ 296

3 Case R. Intellectual development: Birth to adulthood. New York: Academic Press, 1985

4 Riley M S, Greeno J G. Developmental analysis of understanding language about quantities and of solving problems. Cognition and Instruction, 1988, (5): 49 ~ 101

5 Sophian C, Vong K I. The parts and wholes of arithmetic story problems: Developing knowleging in the preschool years. Cognition and Instruction, 1995, 13(3), 469 ~ 477

6 Inhelder B, Piaget J. The early growth of the child. New York: Harper & Row, 1994

7 Nesher P. Levels of description in the analysis of addition and subtraction word problems. In: Carpenter T P, Moser J M, Romberg T A ed. Addition and subtraction: A cognitive perspective. Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates, Inc, 1982. 25 ~ 38

8 Sophian C, McCorgray P. part-whole knowledge and early arithmetic problem solving. Cognition and Instruction, 1994, 12(1): 3 ~ 33

9 Baroody A J, Gannon K E. The development of commutativity principle and economical addition strategies. Cognition and Instruction, 1984, 1:321 ~ 329

10 Wilkins J L M, Baroody A J, Tiilikainen S. Kindergartners´understanding of additive commutativity within the context of word problems. Journal of Experimental Child Psychology, 2000, 79:23 ~ 36

11 Cummins D D. Children´s interpretations of Arithmetic word problems. Cognition and Instruction, 1991, 8(3): 261 ~ 289

12 Cummins D D, Kintsch W, Ruesser K, Weimer R. The role of understanding in solving word problems. Cognitive psychology, 1988, 20: 405 ~ 438

13 Xu M Y. The cognitive processing characteristics in solving arithmetic applied problems (II). Psychological Development and Education. 1995, 11(4): 16 ~ 21
(徐敏毅. 儿童解决算术应用题时认知加工过程的实验研究(II). 心理发展与教育, 1995, 11(4): 16 ~ 21)

14 Wolters M A D. The part-whole schema and arithmetical problems. Educational Studies in Mathematics, 1983, 14:127 ~ 138

15 Tamburino J L. The effects of knowledge – based instruction on the abilities of primary grade children in arithmetic word problem solving. Doctoral dissertation, University of Pittsburgh, Pittsburgh. 1982

16 Xu M Y. The cognitive processing characteristics in solving arithmetic applied problems (I). Psychological Development and Education, 1994, (2):33 ~ 39
(徐敏毅. 儿童解决算术应用题时认知加工过程的实验研究(I). 心理发展与教育, 1994, (2):33 ~ 39)

17 Liu G Z. Experimental research on the cognitive processes of children's solving arithmetic word problems and formation of compare schema. Psychological Development and Education, 1996, (2): 1 ~ 5, 18
(刘广珠. 儿童解决算术应用题认知加工过程及比较图式形成的实验研究. 心理发展与教育,1996,(2):1 ~ 5,18)

18 Glenberg A M, Meyer M, Lindem K. Mental models contribute to foregrounding during text comprehension. Journal of Memory and Language, 1987, 26: 69 ~ 83

附　录

6 道加法文字题及其所属类型

合并题	
总体集未知(Ⅰ)	总体集未知(Ⅱ)
1. 明明有 a 只苹果, 华华有 b 只苹果。 明明和华华共有多少只苹果?	2. 明明有 a 只苹果, 华华有 b 只苹果。 华华和明明共有多少只苹果?
变化题	
结束集未知	开始集未知
1. 明明有 a 只苹果, 华华给明明 b 只苹果, 现在明明有多少只苹果?	2. 明明有一些苹果, 明明给华华 a 只苹果, 明明现在有 b 只苹果。 开始明明有多少只苹果?
比较题	
比较集未知	标准集未知
1. 明明有 a 只苹果, 华华比明明多 b 只苹果, 华华有多少只苹果?	2. 明明有 a 只苹果, 明明比华华少 b 只苹果, 华华有多少只苹果?

THE ROLE OF PART-WHOLE KNOWLEDGE IN SOLVING ADDITION WORD PROBLEMS

Zhou Xinlin[1,2], Zhang Meiling[2]

([1] *Institute of Brain and Cognitive Science, School of Psychology, Beijing Normal University*;
Laboratory for Cognitive Science and Learning of Ministry of Education at Beijing Normal University, Beijing, 100875 *China*)

([2] *Institute of Psychology, the Chinese Academy of Sciences, Beijing*, 100101 *China*)

Abstract

In previous research on addition and subtraction word problems, people argued that part-whole knowledge plays a crucially important role, which is called part-whole hypothesis. However, there has been little convincing evidence to show the substantial influence of part-whole knowledge on children's performance. The present experiment was to test the hypothesis. Children in the forth grade of primary school and undergraduates were asked to solve one – step addition word problems (correct answer is "a + b", "a" referring to the first quantity occurred in problem text, "b" to the second quantity). If the part-whole knowledge that is a type of abstract logic – mathematical knowledge discarding the concrete features of object sets, mediate children's thinking, it could be predicted that the correct answer was unanimously "a + b" or "b + a" without regard to the concrete features of object sets and the trend was more pronounced for undergraduates. The results showed that the concrete features of known object sets systematically influenced the surface of the correct answer, and especially the influence became more and more salient with age and practice, which was called hypothesis of problem familiarity on the surface of correct answer. The results were totally inconsistent with predictions. Therefore, it is necessary to doubt the part-whole hypothesis. The present research accounted for the results based on the position of object set in mental representation and representational strength. The instructional implication was discussed at the end of this paper.

Key words　part-whole knowledge, mathematical cognition, addition word problems, arithmetic word problems, addition, additive commutativity.