

光纤光栅非线性对色散特性的影响*

李文材¹, 杨性愉²

(1 内蒙古工业大学 理学院物理系, 内蒙古 呼和浩特 010051)

(2 内蒙古大学 理工学院物理系, 内蒙 呼和浩特 010021)

摘 要:通过在能量较高、考虑非线性时, 求解光纤光栅非线性耦合模方程连续波条件下的解, 得到光纤光栅失谐量 δ 与光脉冲传播常量 q 的非线性色散关系和光栅致群速度色散系数 β_2 与 δ 的关系. 用 MATLAB 绘图, 得到非线性参量 γ 和光脉冲能量 P_0 的乘积 γP_0 对色散和 β_2 的影响. 结果表明: 随着 β_2 的增加, 非线性色散曲线的上、下两支向 δ 的负值区移动, 当超过某一临界值时, 曲线上支开始形成环, 这时光纤光栅引起的群速度色散中的反常色散区消失, 全部变成正常色散.

关键词:光纤光栅; 禁带; 非线性; 群速度色散

中图分类号: TN253

文献标识码: A

文章编号: 1004-4213(2007)05-0789-4

0 引言

光纤光栅是利用石英光纤的紫外光敏特性将光波导结构直接写在光纤中形成的光纤波导器件, 是近几年发展最快的光纤无源器件之一. 光纤光栅具有体积小、成本低、与光纤系统兼容性好、插入损耗低及光学性能优异等优点, 成为光通信系统不可缺少的组成部分. 光纤光栅具有很重要的色散特性, 利用光纤光栅的色散特性, 光纤光栅可用来做色散补偿器^[1-5]; 利用光栅色散和光栅非线性的平衡, 会产生光纤光栅孤子^[6-8]. 关于光栅色散特性的研究和应用中, 一般只是涉及其线性性质, 而没有考虑其非线性特性. 本文研究了能量较高、非线性效应被考虑的情况下对光纤光栅色散的影响, 得到了一些有意义的结论.

1 理论分析

考虑一个长度为 L 的光纤光栅, 在光纤光栅中的总场可以写为两个反向传播波的和

$$E(z, t) = [A_f(z, t) \exp(i\beta_B z) + A_b(z, t) \cdot \exp(-i\beta_B z)] \exp(-i\omega_0 t) \quad (1)$$

缓变振幅 A_f 和 A_b 满足两个非线性耦合模方程

$$+ \frac{\partial A_f}{\partial z} + \beta_1 \frac{\partial A_f}{\partial t} + \frac{i\beta_2}{2} \frac{\partial^2 A_f}{\partial t^2} + \frac{\alpha}{2} A_f = i\delta A_f + i\kappa A_b + \gamma i(|A_f|^2 + 2|A_b|^2) A_f \quad (2a)$$

$$- \frac{\partial A_b}{\partial z} + \beta_1 \frac{\partial A_b}{\partial t} + \frac{i\beta_2}{2} \frac{\partial^2 A_b}{\partial t^2} + \frac{\alpha}{2} A_b = i\delta A_b + i\kappa A_f + \gamma i(|A_b|^2 + 2|A_f|^2) A_b \quad (2b)$$

* 内蒙古自然科学基金项目(200208020108)和内蒙古高等学校科学项目(NJ03113)资助

Tel: 0471-2207397 Email: liwencai761026@163.com

收稿日期: 2006-01-21

式中 $\beta_1 = \frac{\bar{n}}{c} = \frac{1}{v_g}$, \bar{n} 是光纤光栅的平均折射率, c 是真空中光速, v_g 是无光栅时的脉冲群速度; β_2 决定群速度色散(GVD); α 是损耗系数; δ 为在 $\omega = \omega_0$ 时的失谐量, 即 $\delta = \beta_0 - \beta_B = \frac{\bar{n}}{c}(\omega_0 - \omega_B) = (\omega_0 - \omega_B) \frac{1}{v_g}$; κ 是耦合系数且为 $\kappa = \frac{\kappa_0 \iint \delta n_1 F F dx dy}{\iint F F dx dy}$; 非线性参量 γ

与 n_2 满足 $\gamma = \frac{n_2 \omega_0}{c A_{\text{eff}}}$, A_{eff} 是有效纤芯面积, 定义为 $A_{\text{eff}} = \frac{(\iint |F|^2 dx dy)^2}{\iint |F|^4 dx dy}$.

为了解连续波条件下的解, 忽略时间的导数项、参量 β_2 和损耗项, 方程(2a)和(2b)变为如下形式

$$+ i \frac{\partial A_f}{\partial z} + \delta A_f + \kappa A_b + \gamma(|A_f|^2 + 2|A_b|^2) A_f = 0 \quad (3a)$$

$$- i \frac{\partial A_b}{\partial z} + \delta A_b + \kappa A_f + \gamma(|A_b|^2 + 2|A_f|^2) A_b = 0 \quad (3b)$$

假设有如下形式的解

$$A_f = u_f \exp(iqz), A_b = u_b \exp(iqz) \quad (4)$$

式中 u_f 和 u_b 是不随光栅长度变化的常量, q 是光脉冲传播常量, 光脉冲总能量为 $P_0 = u_f^2 + u_b^2$, 引入参量 $f = u_b/u_f$ 来描述总能量在前向波和后向波的分派情况, u_f 和 u_b 可写为

$$u_f = \sqrt{\frac{P_0}{1+f^2}}, u_b = f \sqrt{\frac{P_0}{1+f^2}} \quad (5)$$

参量 f 取值可正可负, $|f| > 1$, 则后向波为主, 把式(4)和(5)代入式(3a)和(3b)中得

$$-u_f q + \delta u_f + \kappa u_b + \gamma(u_f^2 + 2u_b^2) u_f = 0 \quad (6)$$

$$+ u_b q + \delta u_b + \kappa u_f + \gamma(u_b^2 + 2u_f^2) u_b = 0 \quad (7)$$

式中 q 和 δ 都依赖于 f 且满足下面的关系式^[9]

$$q = -\frac{\kappa(1-f^2)}{2f} - \frac{\gamma P_0}{2} \frac{1-f^2}{1+f^2} \quad (8)$$

$$\delta = -\frac{\kappa(1+f^2)}{2f} - \frac{3\gamma P_0}{2} \quad (9)$$

当 $\gamma=0$ 时, $q = -\frac{\kappa(1-f^2)}{2f}$, $\delta = -\frac{\kappa(1+f^2)}{2f}$, 可得: $q^2 = \delta^2 - \kappa^2$, 这就是能量较低、非线性效应可以忽略情况下的色散关系式, $|\delta| \leq \kappa$ 的范围作为光子带隙, 光子带隙也称禁带. 当 $\gamma \neq 0$ 时, 由式(9)得

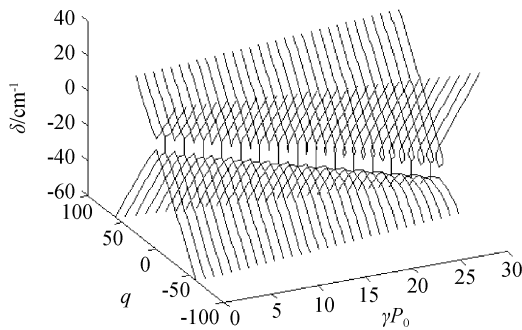
$$f = \frac{-(2\delta + 3\gamma P_0) - \sqrt{(2\delta + 3\gamma P_0)^2 - 4\kappa^2}}{2\kappa} \quad (10)$$

所以

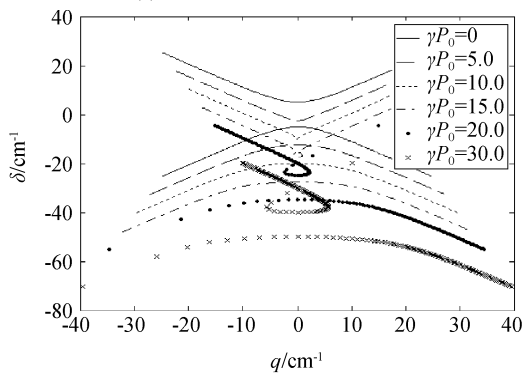
$$q = -\frac{(\delta + \gamma P_0)}{(2\delta + 3\gamma P_0)} \sqrt{(2\delta + 3\gamma P_0)^2 - 4\kappa^2} \quad (11)$$

当 $|2\delta + 3\gamma P_0| \leq 2\kappa$ 时, q 是纯虚数, 则 $-\kappa - \frac{3}{2}\gamma P_0 <$

$\delta < +\kappa - \frac{3}{2}\gamma P_0$ 的范围可以作为能量较高、非线性效应被考虑情况下的禁带. 可以看到在非线性情况下禁带位置与泵浦水平有关, 通过非线性参量 γ 的增加引起布拉格波长的增加并且将禁带移向更低频率. 用失谐量 δ 随光脉冲传播常量 q 、非线性参量 γ 和光脉冲能量 P_0 的乘积 γP_0 变化的非线性色散曲线图 1, 来说明光栅的非线性是如何影响色散曲线的. 如图所示, 色散曲线分为上、下两支, $f < 0$ 时取色散曲线的上支, $f > 0$ 时取色散曲线的下支. 在 $\gamma=0$ 时, 色散曲线上、下两支对称的位于直线 $\delta=0$ 两端, 中间是禁带的范围 $|\delta| \leq \kappa$; 当 $\gamma \neq 0$ 时, 色散曲线和



(a) The three-dimensional curve



(b) The two-dimensional curve

图 1 δ 随 q 和 γP_0 变化的非线性色散曲线
Fig. 1 The nonlinear dispersion curve of $\delta \sim q$ and γP_0

禁带随着 γP_0 的增加一起向下移动. 非线性效应改变了色散曲线上支的性质, 当 γP_0 达到某一临界值时, 上半支开始形成环, γP_0 越大色散曲线向下移动幅度越大且形成的环越大. 该成环临界值可由当 $q=0$ 而 $|f| \neq 1$ 时来确定^[9]. 由式(8)得 $f \equiv f_c = -(\gamma P_0/2\kappa) + \sqrt{(\gamma P_0/2\kappa)^2 - 1}$, 由于 $f = u_b/u_f$, $|f| > 1$ 时, 后向波大于前向波; $|f| < 1$ 时, 前向波大于后向波; $f = \pm 1$ 在禁带的边缘, 这样, 只有在 $f < 0$ 的上支形成一个环, 此时 $(\gamma P_0/2\kappa)^2 - 1 > 0$, 成环时需满足 $P_0 > P_c$, 其中 $P_c = 2\kappa/\gamma$. 文中取 $\kappa = 5.0 \text{ cm}^{-1}$, 则 $\gamma P_0 > 10.0 \text{ cm}^{-1}$ 时可成环. 用图 2 来进一步说明 γP_0 在临界值附近变化时非线性色散曲线的上半支的变化, 发现与以上分析一致.

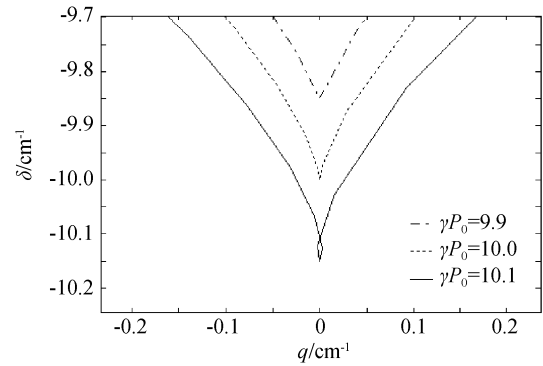


图 2 γP_0 在临界值附近变化时 $\delta \sim q$ 曲线的上半支
Fig. 2 The upper branches of $\delta \sim q$ curve when γP_0 Changes near the critical value

当光纤光栅中传播的光脉冲载频 ω_0 位于禁带外并接近其边缘时, 前项和后向的传播常量为 $\beta_c = \beta_B \pm q$, 其中 q 是光频的函数, 并由方程(11)给出. β_c 的频率依赖性表明, 即使用非线性介质制作的光栅也有色散特性, 在光纤中除了材料色散和波导色散外还有光栅色散. 在所有引起色散的因素中, 光栅色散是最主要的. 把 β_c 在脉冲载频 ω_0 附近泰勒级数展开, 结果是

$$\beta_c(\omega) = \beta_c^0 + (\omega - \omega_0)\beta_c^1 + \frac{1}{2}(\omega - \omega_0)^2\beta_c^2 + \frac{1}{6}(\omega - \omega_0)^3\beta_c^3 + \dots \quad (12)$$

式中, $\beta_c^m (m=1, 2, \dots)$ 定义为

$$\beta_c^m = \frac{d^m q}{d\omega^m} = \frac{d^m \delta}{d\omega^m} \frac{d^m q}{d\delta^m} \approx \left(\frac{1}{v_g}\right)^m \frac{d^m q}{d\delta^m} \quad (13)$$

上标 g 表明光栅中色散有自己的起因. 光栅引起的群速度色散特性由二阶色散系数 β_c^2 决定, 由式(11)和(13), 这个参量可写为

$$\beta_c^2 = \frac{4f^3}{v_g^2} \left\{ \frac{[3\kappa(1+f^2)^2 + 6\gamma P_0 f](1-f^4)}{\kappa^2(1-f^4)^3} - \frac{[\kappa(1+f^2)^3 + 4\gamma P_0 f^3](1-3f^2)}{\kappa^2(1-f^4)^3} \right\} \quad (14)$$

如图 3 和图 4,非线性对光纤光栅引起的群速度色散影响很大.在图 4 中如果以 $\delta=0.0 \text{ cm}^{-1}$ 和 $\beta_2=0.0 \text{ ps}^2/\text{cm}$ 两条直线把整个区域分成四个象限,则在线性被忽略即 $\gamma P_0=0$ 时,曲线的上、下两支对称的位于二、四象限;当 $\gamma P_0 \neq 0$ 即能量较高、非线性效应被考虑时,曲线的两支随着 γP_0 的增大向失谐量的负值区移动,而且下支逐渐向上移,并逐渐出现一个尖峰,其所对应的 β_2 值变为正,当 γP_0 达到某一值时,下支全部移到直线 $\beta_2=0.0 \text{ ps}^2/\text{cm}$ 以上,这时光栅引起的群速度色散由正常色散和反常色散两个区变成只有正常色散的一个区,而这个值正好对应的是失谐量 δ 随 q 变化非线性色散曲线的上支形成环时 γP_0

的临界值.用图 5 来进一步说明 γP_0 在临界值附近变化时 $\beta_2 \sim \delta$ 曲线的变化过程.

2 结论

本文研究了在能量较高、非线性效应被考虑情况下对光纤光栅致群速度色散的影响.当 γP_0 增加时,由 δ 随 q 和 γP_0 变化的非线性色散曲线发现,其上、下两支曲线和禁带向 δ 的负值区移动,当 γP_0 超过某一临界值时上支会形成一个环, γP_0 值越大色散曲线向下移动幅度越大且形成的环越大;由光栅致群速度色散系数 β_2 随 δ 和 γP_0 变化的曲线看到,曲线的两支也向 δ 的负值区移动,同时下支逐渐向上移动,并逐渐出现一个尖峰,所对应的 β_2 值变为正,当 γP_0 达到非线性色散曲线形成环的临界值时,光栅引起的群速度色散中的反常色散部分全部转化成正常色散,群速度色散变成只有正常色散的一个区.

致谢 本文在撰写过程中得到了贾维国老师、史培明师兄和王春雨师兄等人的大力指点和帮助,在此致以诚挚的感谢.

参考文献

- [1] LI Jian-xin, XIA Yue-hui, CHEN Xue, *et al.* Theoretic alanalysis and experimental investigation of dispersion compensation in transmission using uniform fiber Bragg gratings[J]. *Chinese Lasers*, 2001, **A28**(7): 625-628.
- [2] LIN Ning, ZHANG Xiao-guang, LIU Xiu-min, *et al.* Influence of the linearly chirp fiber grating coupling coefficient on its dispersion compensation[J]. *Acta Photonica Sinica*, 2000, **29**(6): 527-531.
林宁,张晓光,刘秀敏,等. 光纤光栅耦合系数对其色散补偿性能的影响[J]. *光子学报*, 2000, **29**(6): 527-531.
- [3] WU Qiang, YU Chong-xiu, XIN Yu, *et al.* Performance research of 16×10 Gbs system compensated by chirped FBG[J]. *Acta Photonica Sinica*, 2003, **32**(4): 451-454.
吴强,余重秀,辛雨,等. 16×10 Gbs 啁啾光纤光栅色散补偿系统性能研究[J]. *光子学报*, 2003, **32**(4): 451-454.
- [4] ZHANG Yin-ying, WANG De-xiang, DAI En-guang, *et al.* The tunable dispersion compensation based on the nonlinear chirped FBG[J]. *Acta Photonica Sinica*, 2002, **31**(12): 1505-1509.
张银英,王德翔,戴恩光,等. 基于非线性啁啾光纤光栅实现的色散可调谐[J]. *光子学报*, 2002, **31**(12): 1505-1509.
- [5] YE Zhi-qing, ZOU Dao-wen. Experimental study on chirped fiber Bragg grating[J]. *Acta Photonica Sinica*, 2002, **31**(1): 71-73.
叶志清,邹道文. 线性啁啾光纤 Bragg 光栅实验研究[J]. *光子学报*, 2002, **31**(1): 71-73.
- [6] EGGLETON B J, STERKE C M, SLUSHER R E. Nonlinear pulse propagation in Bragg gratings[J]. *Opt Soc Am B*, 1997, **14**(11): 2980-2993.
- [7] EGGLETON B J, SLUSHER R E. Bragg grating solitons[J]. *Phys Rev Lett*, 1996, **76**(10): 1627-1630.

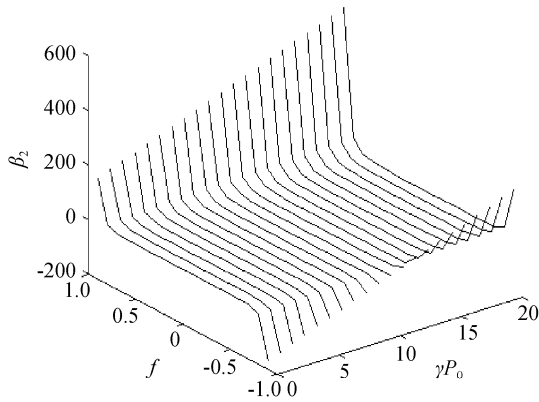


图 3 β_2 随 f 和 γP_0 变化的三维曲线
Fig. 3 The three-dimensional curve of $\beta_2 \sim f$ and γP_0

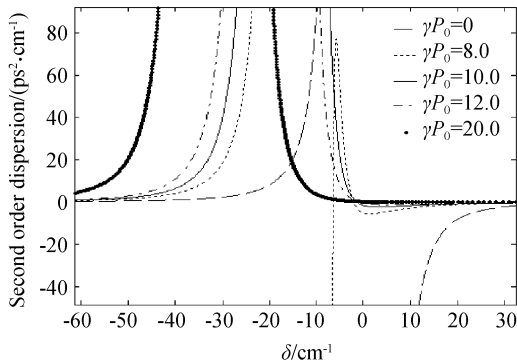


图 4 β_2 随 δ 和 γP_0 变化的二维曲线
Fig. 4 The two-dimensional curve of $\beta_2 \sim \delta$ and γP_0

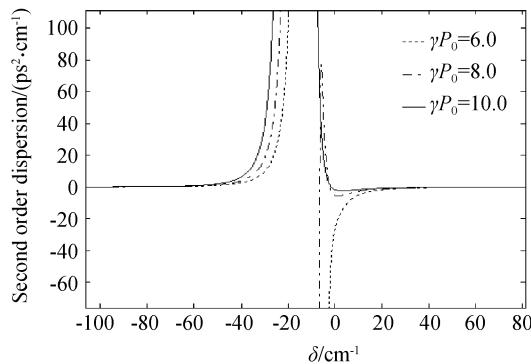


图 5 γP_0 在临界值附近变化时 $\beta_2 \sim \delta$ 的二维曲线
Fig. 5 The two-dimensional curve of $\beta_2 \sim \delta$ when γP_0 Changes near the critical value

- [8] EGGLETON B J, STERKE C M, SLUSHER R E. Nonlinear pulse propagation in Bragg gratings[J]. *J Opt Soc Am B*, 1997, **14**(11): 2980-2993.
- [9] AGRAWAL G P. Nonlinear fiber optics: applications of nonlinear fiber optics[M]. translated by JIA Dong-fang, YU Zhen-hong.

Beijing: Publishing House of Electronics Industry, 2002: 288-295.

Agrawal G P 著, 贾东方, 余震虹, 等译. 非线性光纤光学原理及应用[M]. 北京: 电子工业出版社, 2002: 288-295.

Effect of Nonlinearity of Fiber Bragg Grating on Dispersive Properties

LI Wen-cai¹, YANG Xing-yu²

(1 *Department of Physics, Inner Mongolia University of Technology, Huhhot 010051, China*)

(2 *Department of Physics, Inner Mongolia University, Huhhot 010021, China*)

Received date: 2006-01-21

Abstract: Through getting the solutions of two nonlinear coupled-mode equations about Fiber Bragg Grating in the condition of continuous wave when nonlinearity is considered, the nonlinear dispersion relation about the detuning of Fiber Bragg Grating δ and the light pulse propagation constant q , the relation about the coefficient of group velocity dispersion induced by Fiber Bragg Grating β_2^{eff} and δ was obtained. The curve for influences of the multiplication γP_0 of the nonlinear coupling parameter γ and the light pulse energy P_0 on dispersion and β_2^{eff} by means of plotting with MATLAB was given. The conclusions show that with γP_0 increasing the nonlinear dispersion curves shift to the negative region of δ , the upper branch of the curve will form a ring when γP_0 exceeds a critical value, while the anomalous dispersion region of group velocity dispersion induced by fiber Bragg grating vanishes, group velocity dispersion becomes only one normal dispersion region.

Key words: Fiber Bragg grating; Photonic band gap; Nonlinearity; Group velocity dispersion(GVD)



LI Wen-cai was born in 1976, in Huhhot, Inner Mongolia. He received his B. S. degree and M. S. degree from Department of Physics, Inner Mongolia University in July 1999 and 2006, respectively. He is engaged in theoretic study on nonlinear fiber optics.