

# 纯时滞两次 ITAE 优化控制系统的背驰定律

钱业青<sup>1</sup> 项国波<sup>2</sup>

(1. 厦门海关技术处 361006; 2. 福州大学沁园 2-103 信箱 350002)

摘要: 本文给出纯时滞系统新的二次优化控制算法, 即不论在有穷维空间, 还是在无穷维空间, 两次都用 ITAE 优化控制律进行优化. 这种系统, 设定的一次优化超调  $\delta_1(\mu)\%$  愈小, 二次优化超调  $\delta_2(\mu)\%$  愈大, 系统的鲁棒性愈强, 称之为背驰定律. 最后讨论一个算例, 结果表明, 鲁棒性强, 对时变时滞系统的优化控制, 更具有工程实用价值.

关键词: 纯时滞, ITAE 最佳控制, 二次优化, 鲁棒性, 背驰定律

中图分类号: TP13

文献标识码: A

## 1 问题的提出

文献[1~3]提出纯时滞系统二次优化控制原理, 第一次将纯时滞因子  $e^{-Lp}$  表示成近似的分时模型, 在有穷维空间内, 实现 ITAE 优化; 第二次回到无穷维空间, 用直接法, 即  $J = \delta_2(\mu)\% \times \tau_s(\mu) = \min$  的性能指标进行优化, 其中,  $L$  为时滞,  $\tau_s(\mu)$  为标准化系统过渡过程时间, 首次在工程算法上实现了无穷维空间的优化控制. 这种系统具有快速平稳的性能指标, 但鲁棒性不够理想.

近年来, 时变时滞系统鲁棒性研究引起广泛注意[4~7]. 为了提高二次优化控制系统的鲁棒性, 本文提出一种新的二次优化算法: 不论在有穷维空间, 或者无穷维空间, 两次都用 ITAE 最优控制律进行优化控制. 这种算法具有设定的快速平稳性能指标, 而且  $\delta_1(\mu)\%$  愈小,  $\delta_2(\mu)\%$  愈大, 鲁棒性强, 称它为背驰定律. 应用本定律只要知道最大参数变化区间, 就可以设计出鲁棒性很强的控制系统, 具有更大的实用价值, 因为多数时滞系统都有较大的参数扰动.

## 2 两次 ITAE 优化控制算法

一类受控对象为

$$G(p) = \frac{K}{Q(p)} e^{-Lp} \quad (1)$$

式中,  $K$  为放大系数,  $L$  为纯时滞时间,  $p = d/dt$ ,  $Q(p)$  为  $p$  的多项式, 为了讨论方便, 令  $Q(p) = 1 + Tp$ , 其中,  $T$  为时间常数.

根据文献[1], 当

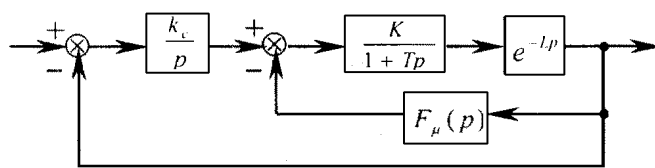


图 1 二次优化控制系统结构图

$$e^{-Lp} = \frac{1}{\sum_{i=1}^{\mu} l_i p^i} \quad (2)$$

式中,  $l_i = \frac{1}{i!} L^i$ ,  $i \in \mu$ . 二次优化控制系统的基本结构如图 1 所示. 相应的开环传递函数  $G_{K\mu}(p)$  为

$$G_{K\mu}(p) = \frac{k_c G_\mu(p)}{p[1 + G_\mu(p)F_\mu(p)]} \quad (3)$$

式中,

$$G_\mu(p) = \frac{K}{Q(p) \sum_{i=1}^{\mu} l_i p^i} \quad (4)$$

$$F_\mu(p) = \sum_{i=1}^{\mu} k_i p^{i-1} + k_{\mu+1} \sum_{i=1}^{\mu} l_i p^i \quad (5)$$

其中,  $\{k_i\}$  为待定优化控制器参数集.

将式(4)、(5)代入式(3), 便得:

$$G_{K\mu}(p) = \frac{K k_c / T l_\mu}{p^n + 1/T l_\mu [l_\mu (K k_{\mu+1} + 1) + T l_{\mu-1}] p^{n-1} + 1/T l_\mu \sum_{i=2}^{n-2} [T l_{i-2} + (K k_{\mu+1} + 1) l_{i-2} + K k_i] p^i} \quad (6)$$

式中,  $n = \mu + 2$ , 约定  $\mu - i < 0$  时,  $l_{\mu-i} = 0$ . 式(6)为一有穷维系统. 根据文献[8], 具有位移无静差 ITAE 最佳控制律系统的开环传递函数为

$$G_{KITAE}(p) = \frac{\omega_b^n}{p^n + \sum_{i=1}^{n-1} \beta_i \omega_b^{n-i} p^i} \quad (7)$$

式中,  $\omega_b$  为标准化系统的时间比例尺,  $\{\beta_i\}$  为满足

$$J(\text{ITAE}) = \int_0^{\infty} \tau |e(\tau)| d\tau = \min \quad (8)$$

的系数集, 称它们为一次 ITAE 优化控制参数集.

令式(6)、(7)两式  $p$  的同次幂系数相等, 便得优化控制器参数集  $\{k_i\}$  通式为:

$$\left. \begin{aligned} k_c &= \frac{1}{K} T l_\mu \omega_b^{n+2} \\ k_{\mu+1} &= \frac{1}{K} [T \beta_{\mu+1} \omega_b^\mu - \frac{l_{\mu-1}}{l_\mu} T - 1] \\ k_i &= \frac{1}{k} [l_\mu T \beta_i T \omega_b^{n-i} - l_{i-1} (K k_{\mu+1}) - l_{i-2} T] \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

式中,  $i = \mu \in N$ ,  $\omega_b = \omega$ , 下标“ $\mu$ ”为  $\mu$  阶分时模型.

式(9)指出二次优化控制器参数集  $\{k_i\}$ , 不仅取决于  $\{\beta_i\}$ , 而且还依赖于  $\omega_b$  值. 因为在无穷维空间内, 只有一个最优时间比例尺  $\omega_b^{[1-3]}$ , 因此要回到无穷维空间, 即用真实的纯时滞因子  $e^{-Lp}$  取代原先的近似分时模型. 这时相应的开环传递函数为<sup>[1-3]</sup>

$$G_k(p) = \frac{k_c G(p)}{p[1 + G(p)F(p)]} \quad (10)$$

式中,

$$F(p) = k_{\mu+1} e^{Lp} + \frac{\sum_{i=2}^{\mu} k_i p^{i-2} (e^{Lp} - 1)}{\sum_{i=1}^{\mu} l_i p^{i-1}} + k_1 \quad (11)$$

式(10)是一个极为复杂的超越方程,目前尚无法求其解析解,但在 $\{\beta_i\}$ 确定之后,用计算机仿真却比较容易得到优化的时间比例尺 $\omega_{0\mu}$ 的数值解.这就叫两次优化.采用不同的两次优化方法,会得到不同的 $\omega_{0\mu}$ 值.文献[1~3]在G-L原型所确定的一次优化参数集 $\{\beta_i\}_{G-L}$ 基础上,二次优化采用 $J(Z) = \delta_2(\mu)\% \times \tau_s(\mu) = \min$ 的性能指标来确定 $\omega_{0\mu}$ ,称它为ITAE-直接法,简称“I-Z”法.本文仍用式(8)的性能指标来确定 $\omega_{0\mu}$ ,称它为两次ITAE优化控制算法,简称为“D-I”法.不失一般性,令式(1)的参数 $K=1, T=1, L \in [0.5, 10]$ .为便于比较前述两种算法的控制效果,一次优化均采用G-L原型的参数集 $\{\beta_i\}_{G-L}$ .仿真结果(平均值)如表1所示.

表1 一次优化参数集采用 $\{\beta_i\}_{G-L}$ ,两种二次优化算法效果

$\mu$	$\delta_1(\mu)\%$	$\omega_{0Z}L$	$\delta_{I-Z}(\mu)\%$	$\tau_{sz}(\mu)$	$\theta_{kZ}(\mu)$	$\omega_{0D}L$	$\delta_{I-D}(\mu)\%$	$\tau_{sD}(\mu)$	$\theta_{kD}(\mu)$
1	1.973	0.5013	0	3.537	0.5402	0.7222	2.0306	8.0396	1.1213
2	1.916	0.7991	1.66	4.534	0.6888	1.1194	3.7248	8.5713	1.8936
3	2.094	1.211	3.06	5.431	1.2187	1.5891	5.4197	11.5736	3.6135
4	4.981	1.640	5.27	7.590	1.9525	1.9351	6.9043	13.3644	4.4657

注:(1)表中数值均为 $L \in [0.5, 10]$ 中的平均值;(2)下标中“Z”、“D”分别表示I-Z法和D-I法.

表1结果表明:D-I法的平稳性和快速性均不如I-Z法,但是它的鲁棒性阈值 $\theta_{kD}(\mu)$ 却是 $\theta_{kZ}(\mu)$ 的2至3倍,因而有很强的鲁棒性.对纯时滞系统而言,有特殊价值.因为时滞系统常常带有强干扰.其次,正如文献[9]所指出那样,Graham-Lathrop原型式(8)的积分上限不确定,一次优化超调离散,使系统损失一个重要的物理规律.为此,应将式(8)的性能指标改为下式<sup>[9]</sup>

$$J(\text{ITAE}) = \int_0^{\tau_s} |e(\tau)| d\tau = \min \quad (12)$$

式中, $\tau_s$ 系指稳态误差 $e(\tau_s) \in [0.1\%, 5\%]$ 内任一指定的过渡过程时间.因之,不同的积分上限 $\tau_s$ ,就有不同的控制效果,也就引申出下节将要讨论的背驰定律.

### 3 背驰定律

背驰定律:若设定的一次优化控制系统超调 $\delta_1(\mu)\%$ 愈小,二次优化超调 $\delta_2(\mu)\%$ 愈大,则系统的鲁棒性阈值 $\theta_{kD}(\mu)$ 愈大,鲁棒性愈强,反之,亦然.

证 根据文献[1~3]知,单容纯时滞二次优化控制系统的鲁棒性阈值 $\theta_k(\mu)$ 为下式

$$\theta_k(\mu) = \frac{\beta_1(\omega_{0\mu}L)^{\mu+1}}{\mu!} \quad (13)$$

式中, $\beta_1$ 为式(12)性能指标积分上限所确定的优化参数集 $\{\beta_i\}$ 的一次元,文献[9]指出,设定的 $\delta_1(\mu)\%$ 愈小, $\beta_1$ 值愈大; $\omega_{0\mu}$ 为无穷维空间中的最优时间比例尺.根据文献[1~3]的研究结果可知, $\delta_2(\mu)\%$ 愈大, $\omega_{0\mu}$ 也愈大.故本定律得证.

设式(1)受控对象 $K=1, T=1, L=4$ ,分别令 $\delta_2(\mu)\% = 5 = \text{const}$ , $\delta_1(\mu)\% \in [0.1\%, 5\%]$ ;再 $\delta_1(\mu)\% = 5 = \text{const}$ , $\delta_2(\mu)\% \in [1\%, 5\%]$ ,根据式(12)进行仿真,得两次ITAE优化控制系统的性能指标如表2、表3.

表 2  $\delta_2(\mu)\% \approx 5\% = \text{const}$ ,  $\delta_1(\mu)\% \in [1\%, 5\%]$  的背驰定律

$\mu$	$\delta_1(\mu)\%$	$\beta_5$	$\beta_4$	$\beta_3$	$\beta_2$	$\beta_1$	$\omega_\mu$	$\delta_2(\mu)\%$	$\tau_s(\mu)$	$\omega_\mu L$	$\theta_{KD}(\mu)$
1	4.7921				1.5	2.03	0.157	4.9944	5.9848	0.628	0.8006
	3.9818				1.58	2.06	0.165	4.8441	6.0143	0.660	0.8973
	2.7937				1.68	2.11	0.182	4.9242	6.1025	0.728	1.1183
	1.7341				1.8	2.17	0.200	4.9048	6.2000	0.800	1.3888
	0.876				1.99	2.26	0.224	4.9076	6.3235	0.896	1.8144
2	4.9887			1.59	2.99	2.45	0.205	4.9874	3.7884	0.820	0.6754
	3.9972			1.67	3.06	2.50	0.218	4.6670	3.9066	0.872	0.8288
	2.9860			1.78	3.14	2.56	0.244	4.978	5.6730	0.976	1.19
	1.9973			1.92	3.29	2.63	0.264	4.916	5.7526	1.056	1.5485
	0.8697			2.64	3.76	2.96	0.349	4.3263	6.6101	1.396	4.0264
3	4.956		1.67	3.96	4.09	3.05	0.265	4.9268	4.6561	1.060	0.6418
	3.9685		1.66	4.10	4.05	3.13	0.277	4.3391	4.8697	1.108	0.7862
	2.8806		1.76	4.28	4.19	3.20	0.303	4.5380	5.1995	1.212	1.1508
	1.9250		2.71	4.69	5.24	3.36	0.385	4.8919	6.2524	1.540	3.1497
	0.8982		3.21	5.39	5.86	3.58	0.429	4.9433	6.5852	1.716	4.9367
4	4.9176	3.01	5.51	7.86	6.78	3.80	0.43	4.9754	5.7276	1.720	2.3835
	3.9383	3.1	5.66	8.10	6.86	3.9	0.45	4.9567	5.9625	1.800	3.0705
	2.9146	3.27	5.99	8.43	7.19	3.95	0.46	4.8949	6.1364	1.840	3.4712
	1.9638	3.28	6.2	8.63	7.34	4.02	0.47	4.9799	6.2651	1.880	3.9337
	0.9707	3.14	6.41	8.63	7.55	4.04	0.472	4.990	6.3201	1.888	4.0381

表 3  $\delta_1(\mu)\% \approx 5\% = \text{const}$ ,  $\delta_2(\mu)\% \in [1\%, 5\%]$  的背驰定律

$\mu$	$\delta_1(\mu)\%$	$\beta_5$	$\beta_4$	$\beta_3$	$\beta_2$	$\beta_1$	$\omega_\mu$	$\delta_2(\mu)\%$	$\tau_s(\mu)$	$\omega_\mu L$	$\theta_{KD}(\mu)$
1	4.7921				1.5	2.03	0.157	4.9944	5.9848	0.628	0.8006
							0.149	3.8254	6.0360	0.596	0.7211
							0.145	2.8276	6.1378	0.580	0.6829
							0.138	1.8964	6.2707	0.552	0.6185
							0.130	0.9737	6.4779	0.520	0.5489
2	4.9887			1.59	2.99	2.45	0.205	4.9874	3.7884	0.820	0.6754
							0.187	3.9901	3.9625	0.748	0.5127
							0.158	2.9662	4.1633	0.632	0.3092
							0.108	2.0382	7.5870	0.432	0.1080
3	4.956		1.67	3.96	4.09	3.05	0.265	4.9268	4.6561	1.060	0.6418
							0.240	4.1972	6.9072	0.960	0.4318
4	4.9176	3.01	5.51	7.86	6.78	3.8	0.43	4.9754	5.7276	1.720	2.3835
							0.411	3.9450	5.6923	1.644	1.9014
							0.388	3.2574	7.9695	1.552	1.4257

根据表 2、表 3 结果而绘制的背驰定律的函数簇如图 2 所示。

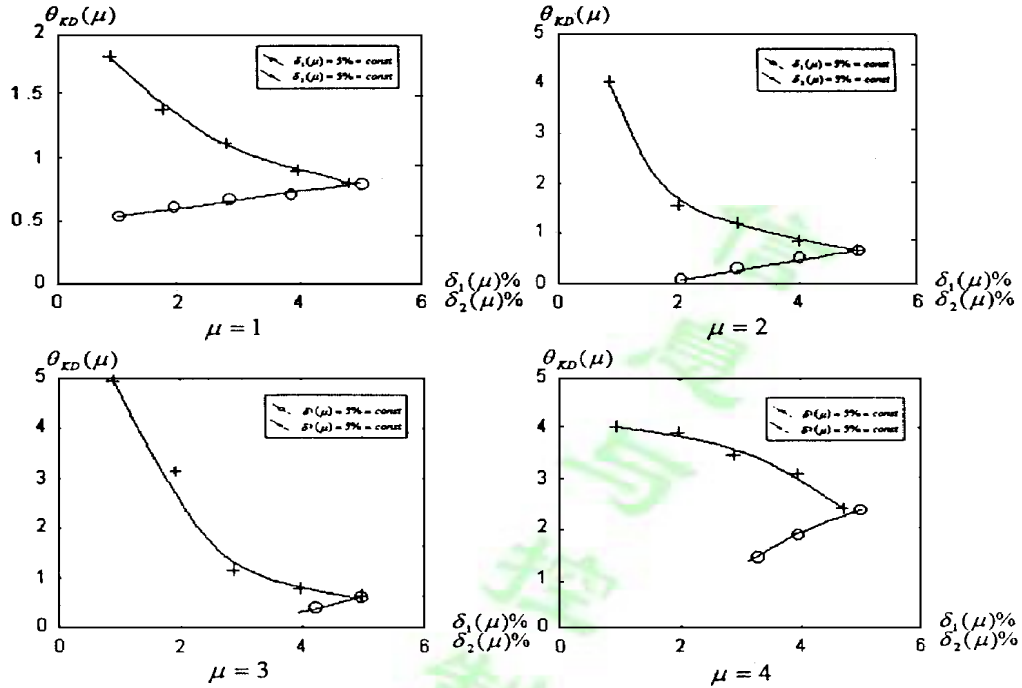


图 2 背驰定律

同理, 给定不同的  $\delta_1(\mu)\%$ ,  $\delta_2(\mu)\%$  的常数值, 可得不同的背驰定律的函数簇。

应用本定律, 可以根据工程实际需要, 而设定不同的  $\delta_1(\mu)\%$  和  $\delta_2(\mu)\%$  的性能指标, 从而获得相应的鲁棒性强度。

#### 4 比较研究

设受控对象为

$$G(p) = \frac{2}{1+p} e^{-4p} \quad (14)$$

现用三种两次优化算法对它进行优化控制: I-Z 法, (G-L) 原型的 D-I 法 (简称 (G-L) D-I 法) 和根据背驰定律而设定的  $\delta_1(\mu)\% = 1\%$ ,  $\delta_2(\mu)\% = 5\%$  的 D-I 法, 简称为 (1-5) D-I 法。计算结果如图 3 所示。结果表明, D-I 法设计的系统的鲁棒性比 I-Z 法强得多, 其中, (1-5) D-I 最强; (G-L) D-I 法次之, I-Z 法最差, 但后者具有最好的快速平稳性。现在需要分析用这三种方法设计的二次优化控制系统在相同的参数扰动下, 它们的鲁棒性如何。本例难控度, 相当高。已知: I-Z 法最大难控度阈值, 可以预计, 这种系统抗干扰能力很差; (G-L) D-I 法, 最大难控度阈值, 因此, 它有较强的抗干扰能力; (1-5) D-I 法, 最大难控度阈值, 故有很强的抗干扰能力。

文献[1- 3]研究结果表明, 二次优化控制系统的鲁棒性主要体现在它对放大系数  $k$  的变化抗干扰能力, 且有单向性。给定不同的干扰增量  $\Delta k\%$ , 计算结果如图 4 响应所示。

比较结果表明, 在同样的参数扰动下, I-Z 法已使系统失稳, 而 D-I 法还有可以接受的性能指标, 特别是 (1- 5) D-I 法, 且具有更好的单向性, 即当参数变动为负值时, 在一定范围内, 系

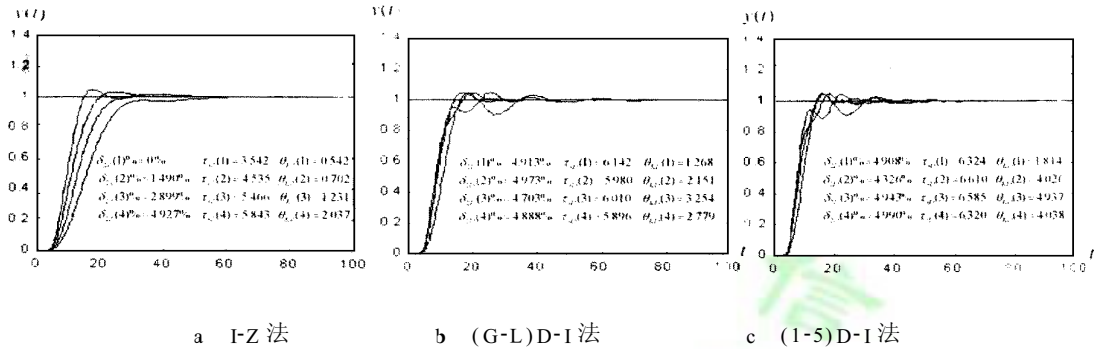
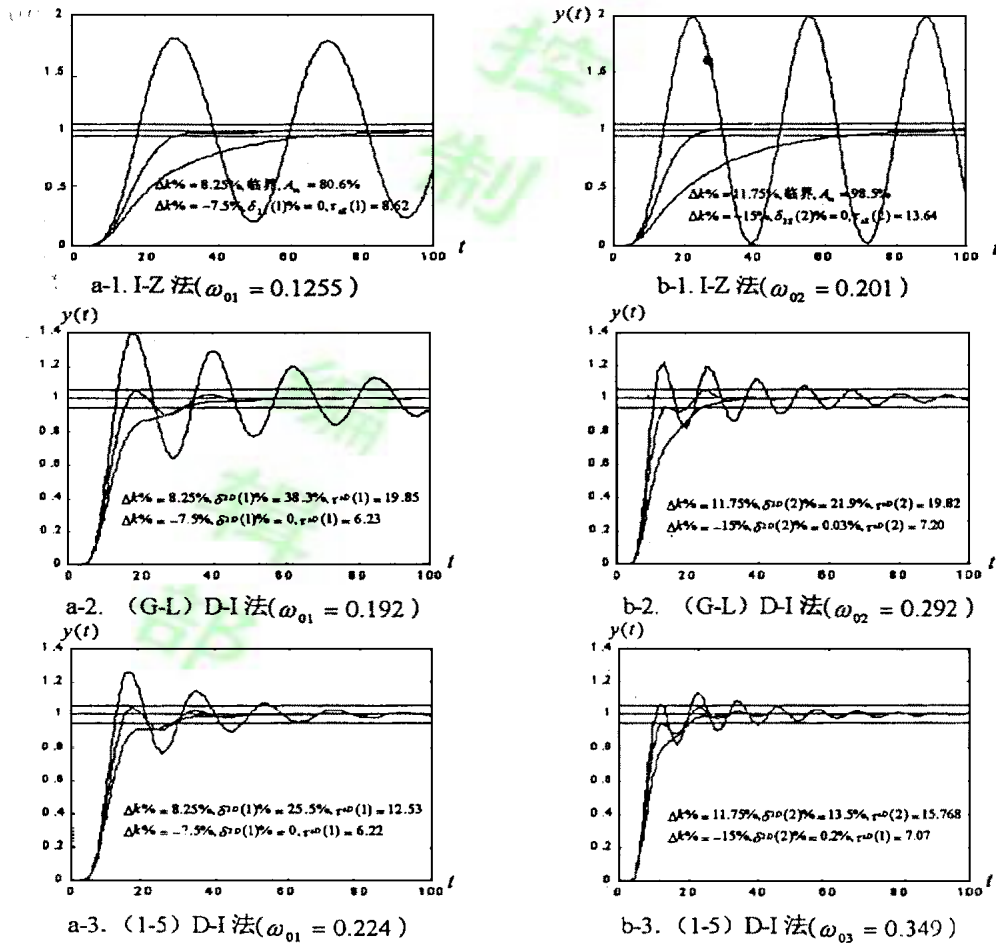


图3 三种两次优化控制系统的响应

统的性能反而变好,这就给此类系统的优化设计带来生机。

应该指出,系统的鲁棒性不仅和采用的算法有关,而且和自身的难控度  $\theta$  大小有关.本例中如果  $K = 2, L = 4, T = 4$ , 则  $\theta = 1$ . 用相同的三种算法进行设计,系统的鲁棒性将提高很多.这时, I-Z 法的临界扰动增量  $\Delta K\%: \mu = 1$  时,  $\Delta K\% = 32\%$ ;  $\mu = 2$  时,  $\Delta K\% = 40.5\%$ ;  $\mu = 3$  时,



A  $\mu = 1$  图4 三种两次优化控制系统的鲁棒性比较(a, b) B.  $\mu = 2$

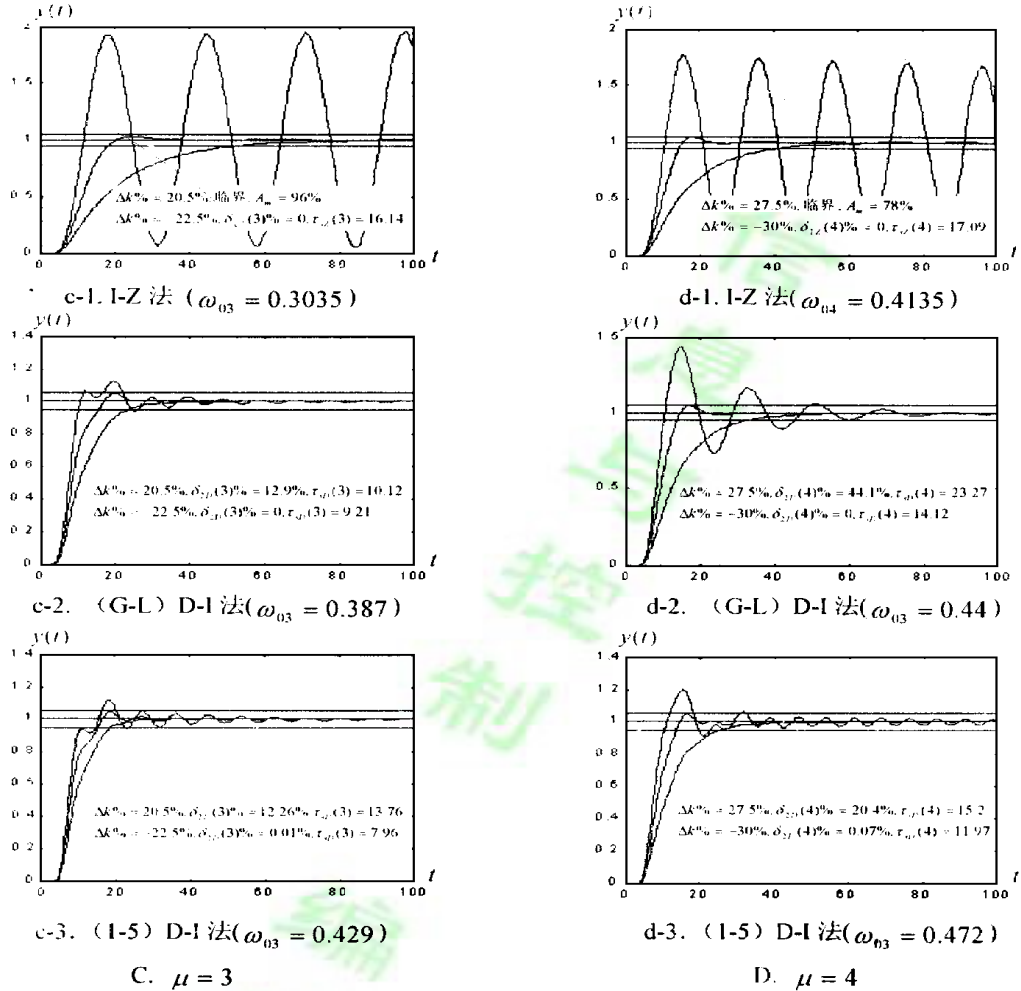


图4 三种两次优化控制系统的鲁棒性比较(c, d)

$\Delta K\% = 95\%$ ;  $\mu = 4$  时,  $\Delta K\% = 127.5\%$ . 它们比  $\theta = 4$  时几乎提高了 4 倍. 两种 D-I 算法也有更好的性能指标. (1-5)D-I 法的超调分别为:  $\delta_2(1) = 20.93\%$ ;  $\delta_2(2) = 14.03\%$ ;  $\delta_2(3) = 12.42\%$ ;  $\delta_2(4) = 8.00\%$ ; 都有可以接受的性能指标. 可见应用背驰定律可以设计出鲁棒性很强的优化控制系统.

## 5 结语

综上所述, 应用背驰定律可以设计出比较理想的二次优化控制系统, 它不仅有所需要的快速与平稳的性能指标, 且鲁棒性非常强. 文中虽然只讨论  $Q(p) = 1 + Tp$  的受控对象, 但它的基本思想可以推广到更复杂的时滞系统.

应该指出背驰定律的发现并不排斥 I-Z 法, 各自有各自的适用场合. 前者适用于大扰动系统, 后者适用于快速平稳且参数扰动并不太严重的场合.

## 参 考 文 献

- 1 项国波, 杨益群, 杨启文. 一类单容纯时滞系统二次优化控制. 信息与控制, 1995, **24**(4):
- 2 杨启文, 杨益群, 项国波. 一类双容纯时滞系统 ITAE 二次优化控制. 中国控制会议论文集, 中国科学技术出版社, 北京: 1995
- 3 项国波, 杨益群, 杨启文. 一类纯时滞系统 ITAE 二次优化控制. 工业过程模型化及其控制, 化学工业出版社, 北京: 1996
- 4 Watannable K & Ito M. A process-model Control for Linear Systems with Delay. IEEE Trans. Automat. Contr., 1981, **26**(6): 1261~ 1266
- 5 Astrom K J. Hang C C & Lim B C. A new Smith Predictor for Controlling a Process with an Integrator and Long Delay. IEEE Trans. Automat. Contr., 1994, **39**(2): 343~ 345
- 6 Matansek M R & M icic A D. A Modified Smith Predictor for Controlling a Process with an Integrator and Long Delay. IEEE Trans. Automat. Contr., 1996, **41**(8): 1199~ 1203
- 7 Tian Yuchu, Controlling Integrator Processes with Long Delay, 《Control Theory and Application》, 1999, **16**(3): 396~ 400
- 8 项国波. ITAE 最佳控制. 机械出版社, 北京: 1986
- 9 杨益群, 项国波. 新的 ITAE 最佳传递函数标准型. 信息与控制, 1997, **26**(4):

## A LAW OF RUN IN THE OPPOSITE DIRECTION FOR THE TWICE ITAE OPTIMUM CONTROL IN THE SYSTEM WITH DEAD-TIME

Q IAN Ye-qing<sup>1</sup>   X IANG Guo-bo<sup>2</sup>

(1. Technology Department, X iamen Customs X iamen 361006;

2. P. O. Box 2- 103 Qin Yuan Bulding Fuzhou University, Fuzhou 350002)

**Abstract:** This paper gives a new algorithm for the twice optimum control in the system with dead-time. All the twice optimum algorithms, not only in the finite space but also in the infinite space, are all employing ITAE optimal control law to do it. In this kind of system, there is an important regularity named the law of run in the opposite direction: the smaller the overshoot of first optimum in the finite space, and greater the overshoot of the second optimum in the infinite space, the stronger the system robustness. Finally, discuss an example, the results show that its robust is very strong. This is the need of many process control system.

**Keywords:** dead-time, ITAE optimum control, twice optimal control, robustness, a law of run in opposite direction

### 作者简介

钱业青(1974- ), 女, 硕士. 研究领域为多目标优化控制, 纯时滞系统二次优化控制.

项国波(1935- ), 男, 教授, 已发表论文 80 余篇, 专著 5 本. 研究领域为非线性控制系统, ITAE 最优控制, 电站并联运行及其稳定性, 纯时滞系统二次优化控制, 多目标优化控制.