

文章编号: 1002-0411(2000)02-097-05

# 不确定相似组合系统的分散自适应输出反馈控制

刘粉林 黎阳生 王银河 张嗣瀛

(东北大学自控系 沈阳 110006)

摘 要: 本文讨论了不确定组合大系统的分散自适应输出反馈控制问题, 不确定项满足通常的匹配条件. 针对不确定项界未知的情形, 通过设计自适应输出反馈控制器, 使系统渐近稳定. 仿真结果表明本文的设计方法是有效的.

关键词: 自适应, 输出反馈, 不确定性, 分散控制, 相似组合系统

中图分类号: TP13

文献标识码: B

## 1 引言

不确定系统的镇定是控制系统的一个重要问题, 镇定通常包括状态反馈镇定<sup>[1~4]</sup>和输出反馈镇定<sup>[5~6]</sup>, 前者已经取得了许多令人满意的结果, 但需借助系统的全部信息. 在实际中, 一般说来, 状态仅是部分可知的, 而输出是可以量测的, 且输出反馈容易实现, 因此, 研究系统的输出反馈镇定具有重大的理论和实际意义.

近年来, 对不确定系统的研究大都是基于不确定项的界是已知的<sup>[1~6]</sup>, 且控制器的设计也是基于这样的界. 但实际系统此界难以确定, 尤其是互联组合大系统, 各子系统之间互联项的不确定性信息是极其有限的. 若不确定项的界超过了所估计的界, 仅用估计界所得到的控制器<sup>[1~6]</sup>就难以保证系统的稳定性, 系统甚至是不稳定的; 但若估计界过于保守, 比实际界要大得多, 则如文[1~6]中所设计的控制器虽然能使系统稳定, 但控制器保守性较大, 控制增益较高, 因而是经济的. 文[7~9]针对不确定项界未知的情形进行了讨论, 文[7]设计非线性控制器使系统实用稳定, 文[8]采用自适应方法讨论的是模型匹配问题, 文[9]采用自适应方法设计控制器得到了系统实用稳定的结论, 但并没有对输入增益不确定性进行讨论. 针对不确定项界未知情形的讨论现只是在状态信息可以获取的情况下得到的, 关于输出反馈方面的结果尚不多见.

本文主要考虑了具有相似结构的不确定组合大系统的分散自适应输出反馈镇定问题, 不确定项满足匹配条件, 可以是非线性或时变的, 子系统的标称部分是高频增益和最小相位的, 且是能稳和能检测的. 对于控制器的设计, 不确定项有界, 但界是未知的, 甚至它们是可以随意的, 所设计的控制器保证系统渐近稳定, 且自适应参数一致有界并趋于某一定值. 同时分散控制器的结构与系统的相似结构是密切相关的, 相似条件的运用简化了分析和设计.

## 2 系统描述

考虑由下述  $N$  个互联不确定子系统  $s_i$  组成的组合大系统  $S$ , 子系统  $s_i, i \in N$  可以由下式给出

收稿日期: 1999-04-02  
基金项目: 国家自然科学基金(69774005)、教育部博士点基金(97014508)和国家攀登计划资助项目

$$\dot{x}_i = Ax_i + B[I + E_i(t, x_i, \sigma_i)]u_i + Bz_i(t, x, \sigma), \quad (1a)$$

$$y_i = Cx_i, \quad (1b)$$

其中,  $x_i(t) \in R^n$ ,  $u_i(t), y_i(t) \in R^m$  ( $n \geq m$ ),  $(x = [x_1^T, x_2^T, \dots, x_N^T]^T \in R^{nR})$ , 分别是第  $i$  个子系统的状态、控制输入和量测输出;  $A \in R^{n \times n}$ ,  $B \in R^{n \times m}$ ,  $C \in R^{m \times n}$  分别是第  $i$  个标称子系统的状态、输入增益和输出矩阵, 不确定参数  $\sigma_i \in \Omega_i \subset R^N$ ,  $\Omega = \Omega_1 \times \Omega_2 \times \dots \times \Omega_N$ ,  $\sigma = [\sigma_1^T, \sigma_2^T, \dots, \sigma_N^T]^T \in \Omega \subset$

$R^q$ ,  $q = \sum_{i=1}^N q_i$ , 是 Lebesgue 可测的,  $\Omega$  为  $R^q$  的紧子集;  $E_i(t, x_i, \sigma_i): R \times R^n \times \Omega_i \rightarrow R^{m \times m}$  为输入增益的不确定变化,  $z_i(t, x, \sigma): R \times R^{n \times N} \times \Omega \rightarrow R^m$  为非线性的不确定关联;  $I \in R^{m \times m}$  为单位阵.

关于系统的输入增益不确定性  $E_i(t, x_i, \sigma_i)$ , 要求关于  $t$  分段连续, 关于  $x_i, \sigma_i$  连续; 系统的关联不确定性  $z_i(t, x, \sigma)$ , 要求关于  $t$  分段连续, 关于  $\sigma$  连续,  $x$  光滑. 如此, 我们知系统(1)对任意初始状态和任何分段连续的控制输入  $u_i$  有唯一解.

**定义 1** 称不确定系统(1)具有结构上的相似性是指系统(1)的每个标称子系统具有完全相同的线性结构, 即

$$\dot{x}_i = Ax_i + Bu_i, \quad (2a)$$

$$y_i = Cx_i, \quad (2b)$$

其中  $i = 1, 2, \dots, N$ .

关于系统(1)有如下假设

假设 1<sup>[5]</sup>  $\text{dec}(CB) \neq 0$  (高频增益).

假设 2<sup>[5]</sup>  $(A, B, C)$  是能稳和能检测的.

假设 3<sup>[5]</sup> 传递函数矩阵  $C(sI - A)^{-1}B$  是最小相位的.

**引理 1** 考虑系统

$$\dot{z} = Az + Bu, \quad (3a)$$

$$y = Cz, \quad (3b)$$

满足假设 1- 3, 则存在正定矩阵  $P$  和非奇异矩阵  $K$  使得

$$(A - \frac{\beta}{2}BKC)^T P + P(A - \frac{\beta}{2}BKC) + \gamma I < 0, \quad (4a)$$

$$B^T P = KC, \quad (4b)$$

成立, 其中  $\beta, \gamma$  是某正常数, 且系统(3)与  $u = -\frac{1}{2}\beta k_y$  构成的闭环系统是渐近稳定的.

**注 1** 引理 1 是文[5]定理 2.11 和定理 3.3 的直接推论.

**假设 4** 存在非负常数  $\eta_i, \xi_j$  ( $i, j = 1, 2, \dots, N$ ) 使得

$$\|E_i(t, x_i, \sigma_i)\| \leq \eta_i < 1, \quad (5a)$$

$$\|z_i(t, x, \sigma)\| \leq \sum_{j=1}^N \xi_{ij} \|x_j\| \quad (5b)$$

其中  $\eta_i, \xi_{ij}$  是未知常数, 这里  $\|\cdot\|$  表示通常的 Euclidean 范数及矩阵的诱导范数.

假设 4 中  $\eta_i < 1$ , 表明各子系统输入通道中的不确定性增益要小于正常的输入增益, 这样的假设是合理的.

### 3 分散自适应控制器的设计及主要结果

本文提出如下分散自适应控制律

$$u_i = -\theta_i k y_i, \quad (6a)$$

$$\dot{\theta}_i = \Gamma_i \|K y_i\|^2, \theta_i(0) = \theta_{i0} \geq 0, \quad (6b)$$

式中  $\Gamma_i$  是自适应修正参数,  $P$  由(3)式给出.

**注 2** 若系统(1)满足 1- 4, 则系统(1)的平衡点为  $x = (0, 0, \dots, 0)^T$ , 而系统(1)与自适应控制律(6)构成的闭环系统的平衡点为  $(0, 0, \dots, 0, \theta_1, \dots, \theta_N)$ , 其中  $\theta_i$  为任何实数, 为此我们要证明系统(1)渐近稳定, 只须证明系统(1)与自适应律(6)构成的闭环系统渐近稳定, 且  $\theta_i$  是一致有界的即可.

**定理 1** 对于不确定组合大系统(1), 在假设 1- 4 下, 采用分散自适应律(6), 则系统(1)将渐近稳定, 自适应变量  $\theta_i$  一致有界.

**证明** 构造如下 Lyapunov 函数

$$V(t) = \sum_{i=1}^N \{x_i^T P x_i + (1 - \eta_i) \Gamma_i^{-1} (\theta_i - \theta_i^*)^2\}, \quad (7)$$

其中

$$\theta_i^* = \frac{1}{2(1 - \eta_i)} (\beta + \sum_{j=1}^N \frac{N}{\gamma} \xi_{ij}^2), \quad (8)$$

考虑 Lyapunov 函数  $V(t)$  沿系统(1)和(6)构成的闭环系统的全导数得:

$$\begin{aligned} \dot{V}(t) = & \sum_{i=1}^N [x_i^T P \dot{x}_i + \dot{x}_i^T P x_i + 2(1 - \eta_i) (\theta_i - \theta_i^*) \|K y_i\|^2] = \sum_{i=1}^N \{2x_i^T P (A x_i - \theta_i B k y_i) \\ & + \sum_{i=1}^N 2x_i^T P B (E_i u_i + z_i)\} + \sum_{i=1}^N 2(1 - \eta_i) (\theta_i - \theta_i^*) \|K y_i\|^2 \end{aligned} \quad (9)$$

由假设 4 并注意下列事实

$$2ab \leq ca^2 + \frac{1}{c} b^2 \quad (10)$$

关于任何实数  $a, b$  和正数  $c$ , 则

$$\begin{aligned} 2x_i^T P B (E_i u_i + z_i) & \leq 2 \|B^T P x_i\| [\eta_i \theta_i \|K y_i\| + \sum_{j=1}^N \xi_{ij} \|x_j\|] \\ & \leq 2\eta_i \theta_i \|B^T P x_i\| \|K y_i\| + \sum_{j=1}^N [\frac{N}{\gamma} \xi_{ij}^2 \|B^T P x_i\|^2 + \frac{\gamma}{N} \|x_j\|^2] \end{aligned} \quad (11)$$

注意下列事实

$$\sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N \frac{\gamma}{N} \|x_j\|^2 = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N \frac{\gamma}{N} \|x_i\|^2 = \sum_{i=1}^N \gamma \|x_i\|^2 \quad (12)$$

利用引理 1 中的(4), 并将(8)、(11)和(12)代入(9)得:

$$\begin{aligned} \dot{V}(t) \leq & \sum_{i=1}^N [x_i^T (A^T P + P A) x_i - 2(1 - \eta_i) \theta_i \|B^T P x_i\|^2] + \sum_{i=1}^N \{ \sum_{j=1}^N (\frac{N}{\gamma} \xi_{ij}^2 \|B^T P x_i\|^2 \\ & + \frac{\gamma}{N} \|x_j\|^2) - x_i^T [ \frac{\beta}{2} P B K C + \frac{\beta}{2} (B K C)^T P ] x_i + \beta \|B^T P x_i\|^2 \\ & + 2(1 - \eta_i) (\theta_i - \theta_i^*) \|B^T P x_i\|^2 \} \leq \sum_{i=1}^N x_i^T [ (A - \frac{1}{2} \beta B K C)^T P \\ & + P (A - \frac{1}{2} \beta B K C) ] x_i + \sum_{i=1}^N \gamma \|x_i\|^2 \leq 0 \end{aligned} \quad (13)$$

等号仅当  $x = (x_1^T, x_2^T, \dots, x_N^T)^T = 0$  时成立, 即系统(1)和自适应律(6)构成的闭环系统是渐近稳定的. 由(13)知:

$$0 \leq V(t) \leq V(0) = \sum_{i=1}^N [x_i^T(0)P x_i(0) + (1 - \eta_i)\Gamma_i^{-1}(\theta_{i0} - \theta_i^*)^2] < +\infty \quad (14)$$

即知自适应变量  $\theta_i$  是一致有界的,且当系统(1)的状态到达平衡点后,自适应律将停止变化而趋于稳态.

#### 4 仿真算例

双倒立摆系统<sup>[7]</sup>,系统模型为:

$$\dot{x}_i = A x_i + B [I + E_i(t, x_i, \sigma_i)] u_i + B z_i(t, x, \sigma), \quad (15a)$$

$$y_i = C x_i, \quad i = 1, 2 \quad (15b)$$

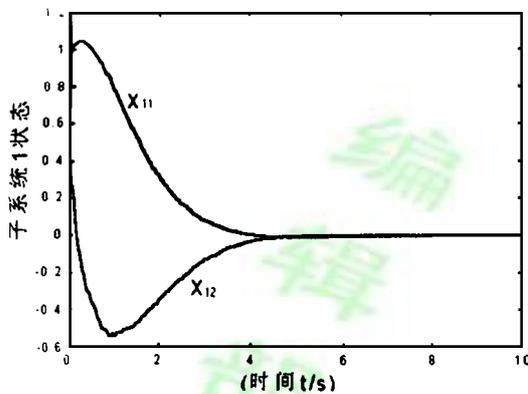
其中

$$A = \begin{bmatrix} 0 & l/g \\ 1 & 0 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 1/m^0 l^2 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad C = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad E_i = -\frac{\Delta m}{m},$$

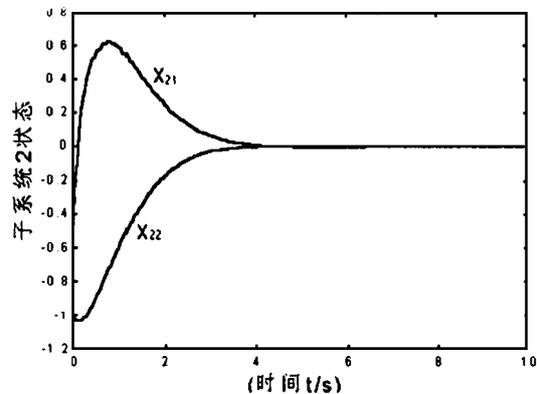
$$z_i = [0 \quad -\frac{m^0}{m} k a^2] x_i + [0 \quad \frac{m^0}{m} k a^2] x_j$$

$m = m^0 + \Delta m$ ,  $\Delta m$ 、 $k$ 、 $a$  是系统的不确定参数,其界未知,  $|\Delta m| < m^0$ , 显然该系统满足假设 1-4. 下面我们用数值来说明自适应控制器(6)的有效性.

假设  $l/g = 1/m^0 l^2 = 1$ , 当  $\beta = 3, \gamma = 1$  时, 取  $P = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$ 、 $K = 1$ , 则(4)式满足, 现今不确定参数为  $q_i = \frac{m^0}{m} k a^2, w_i = \frac{\Delta m}{m}$ , 取不确定参数  $q_i = 0.25 + 0.25 \sin(50t), w_i = 0.2 \sin(10t)$ , 自适应修正参数  $\Gamma_1 = 0.01, \Gamma_2 = 0.05$ , 初始条件为  $x_1(0) = (0.5, 1)^T, x_2(0) = (-0.5, -1)^T, \theta_1(0) = 2, \theta_2(0) = 3$ , 用自适应控制器(6)进行仿真, 结果如图.



子系统 1 的状态响应曲线



子系统 2 的状态响应曲线

图 1 子系统的状态响应曲线

#### 5 结束语

本文给出了一类具有相似结构不确定组合大系统的分散自适应输出反馈镇定控制器的设计方法. 研究表明, 所设计的控制器具有较强的鲁棒性, 自适应控制器的引入, 避免了在系统不确定项界未知的情况下, 采用估计界所设计的控制器的过分保守性或不能使系统稳定<sup>[1-6]</sup>, 采用非线性控制器仅能得到系统实用稳定<sup>[7]</sup>的不足. 仿真结果表明, 本文的方法是有效的, 研究结果还表明, 系统的相似结构使控制器在结构上亦具有某种相似性, 从而简化分析

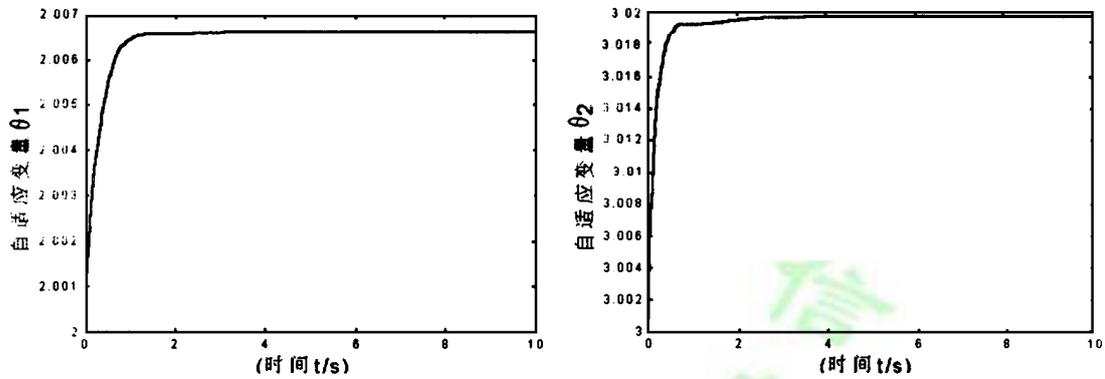


图 2 自适应变量的响应

和设计.

### 参 考 文 献

- 1 Chen Y H, Leitmann G, Kai X Z. Robust Control Design for Interconnected System with Time-varying Uncertainties, *Int. J. Contr.*, 1991, **54**(5):1119~ 1142
- 2 Chen Y H. Decentralized Robust Control for Large-scale Uncertain Systems: A Design Based on the Bound of Uncertainty, *J. Dynamic Syst. Meas. Contr.*, 1992, **114**:1~ 9
- 3 Gong Z. Decentralized Robust Control of Uncertain Interconnected System with Prescribed Degree of Exponential Convergence, *IEEE Trans. Auto. Contr.*, 1995, **40**: 704~ 707
- 4 倪茂林, 吴宏鑫. 线性不确定系统的鲁棒控制器设计. *自动化学报*, 1992, **18**(5): 585~ 589
- 5 Gu G. Stability Condition of Multivariable Uncertain Systems Via Output Feedback Control, *IEEE Trans. Auto. Contr.*, 1990, **35**(8): 925~ 927
- 6 Gavel D T, Siljak D D. Robust Decentralized Control Using Output Feedback, *IEE Proc.*, 1982, **129**- d, 310~ 314
- 7 Gong G, Wen C, Mital D P. Decentralized Robust Controller Design for a Class of Interconnected Uncertain System: with Unknown Bound of Uncertainty, *IEEE Trans. Auto. Contr.*, 1996, **41**: 850~ 854
- 8 Gavel D T, Siljak D D. Decentralized Adaptive Control: Structural Conditions for Stability, *IEEE Trans. Auto. Contr.*, 1989, **34**: 413~ 426
- 9 Shi L, Singh S K. Decentralized Control for Interconnected Uncertain System: Extensions to Higher-order Uncertainties, *Int. J. C.*, 1993, **57**: 1453~ 1468

## DECENTRALIZED OUTPUT FEEDBACK ADAPTIVE CONTROL OF SIMILAR COMPOSITE SYSTEMS WITH UNCERTAINTY

LIU Fen-lin LI Yang-sheng WANG Yin-he ZHANG Si-ying

(Department of Automatic control, Northeastern University, Shenyang 110006)

**Abstract:** This paper discusses the decentralized adaptive control via output feedback for similar composite systems with uncertainty, whose uncertainties are matched. In the case the bounds of uncertainty are unknown, the large-scale composite systems can be asymptotically stabilized via decentralized adaptive output feedback controller. The simulation shows the validity of this method. (下转第 117 页)