文章编号:1002-0411(2004)02-0151-05

基于 Delta 算子的线性系统输入输出能量解耦

钱归平, 毛维杰, 王 智
(浙江大学先进控制研究所工业控制技术国家重点实验室,浙江 杭州 310027)

摘 要:本文提出了 Delta 算子描述的线性系统的输入—输出能量解耦方法.它使得任何一个输入能量主要控制对应的一个输出的能量,对其它输出能量的影响尽可能小.所得结论将连续与离散系统的有关结果统一于 Delta 算子系统.

关键词:线性系统;解耦控制;Delta 算子;LMI
中图分类号:TP13　　文献标识码:A

Delta Operator Formulated Input-output Energy Decoupling of Linear Systems

QIAN Gui-ping, MAO Wei-jie, WANG Zhi
(*National Key Laboratory of Industrial Control Technology, Institute of Advanced Process Control, Zhejiang University, Hangzhou 310027, China*)

Abstract: This paper presents an input-output energy decoupling method for linear systems formulated by Delta operator. Under this method energy of every input controls mainly the energy of a corresponding output and influences the energy of the other outputs as weakly as possible. The proposed results can bring previous related conclusions of continuous time and discrete time systems into the unified Delta framework.

Keywords: linear system; decoupling control; Delta operator; LMI

1 引言(Introduction)

自 Middleton 和 Goodwin[1,2]的研究工作发表以来,Delta 算子或变换作为一种新的离散化方法,引起了控制理论和信号处理方面研究人员的普遍关注和研究兴趣,并得到了较为系统深入的研究,取得了许多研究成果.Goodwin 教授等建议采用 Delta 算子(或增量差分算子)来离散化连续系统,在快速采样情形下使其离散模型趋近于原来的连续模型.

利用 Delta 算子,可以同样处理离散状态下的鲁棒控制和能量解耦等问题.所谓能量解耦,就是从被控系统的输入输出能量关系上实现解耦,使得任何一个输入的能量主要控制对应的一个输出能量,而对其它输出能量的影响尽可能小.这种解耦方法类似于 Rosenbrock[6,7]的对角优势化近似解耦方法,但能量解耦是在时域系统中的近似解耦.动态解耦的实现相对比较困难,代价比较高,而能量解耦的求解过程简单易于实现,而且对被控对象的微小摄动不敏感,正好弥补了动态解耦的缺点.由于离散时间系统和采样数据系统解耦控制的研究相对比较薄弱,本文在毛维杰博士[9]提出的线性定常系统的输入输出能量解耦的基础上,利用 Delta 算子统一处理线性连续系统和线性离散系统的能量解耦问题.

Delta(δ)算子定义为:

$$\delta = \frac{q-1}{T} \tag{1}$$

其中 T 为采样周期,q 为前向移位算子,即 $qx(t) = x(t+T)$,现考虑如下的线性连续系统:

$$\left|\begin{aligned} \frac{d}{dt}x(t) &= Ax(t) + Bu(t) \\ y(t) &= Cx(t) + Du(t) \end{aligned}\right. \tag{2}$$

上式中,$x(t) \in R^n$ 为系统状态,$u(t) \in R^m$ 为控制输入,A、B、C、D 为适当维数的常值矩阵.

若采用带零阶保持器的离散化方法对连续系统进行采样,则(2)式的 q 算子离散化模型为:

$$\left|\begin{aligned} qx(t) &= A_q x(t) + B_q u(t) \\ y(t) &= C_q x(t) + D_q u(t) \end{aligned}\right. \tag{3}$$

其中

收稿日期:2003-02-27
基金项目:国家自然科学基金资助项目(60004002,60025308)

$$\begin{cases} A_q = e^{AT},\ B_q = \int_0^T e^{A(T-\tau)} B d\tau \\ C_q = C, D_q = D \end{cases} \tag{4}$$

而(2)式的 Delta 算子离散化模型为：

$$\begin{cases} \delta x(t) = A_\delta x(t) + B_\delta u(t) \\ y(t) = C_\delta x(t) + D_\delta u(t) \end{cases} \tag{5}$$

(3)式和(5)式之间参数的关系如下：

$$\begin{cases} A_\delta = (A_q - 1)/T = \Psi(A, T) A \\ B_\delta = B_q/T = \Psi(A, T) B \\ C_\delta = C_q, D_\delta = D_q \\ \Psi(A, T) = I + \frac{AT}{2!} + \frac{AT}{3!} + \cdots \end{cases} \tag{6}$$

根据(4)和(6)式，当采样周期 $T \to 0$ 时得到：

$$\lim_{T\to 0} A_q = I, \quad \lim_{T\to 0} B_q = 0$$

$$\lim_{T\to 0} A_\delta = A, \quad \lim_{T\to 0} B_\delta = B$$

由此可见，在采样周期很小时，传统的 q 移位算子模型将出现矩阵奇异现象，引起病态条件问题. Delta 算子方法避免了高速采样时传统的移位算子方法引起的数值不稳定问题，又使得当采样周期趋近于零时，Delta 算子离散模型趋近于原来的连续模型，从而基于 Delta 算子可以统一处理连续和离散系统的鲁棒镇定和解耦控制等问题.

2　问题描述(Problem formulation)

考虑基于 Delta 算子描述的线性系统：

$$\begin{aligned} \rho x(t) &= Ax(t) + Bu(t) \\ y(t) &= Cx(t) + Du(t) \end{aligned} \tag{7}$$

其中 ρ 称为广义微分算子，分别表示 d/dt(连续情形)或 δ(离散情形)，$x(t) \in R^n$ 为系统状态，$u(t) \in R^m$ 为系统输入，$y(t) \in R^m$ 为系统输出，同时满足 $m \leqslant n$，A、B、C、D 为具有相应维数的定常实矩阵，且 $\det D \neq 0$. 寻求状态反馈与输入变换控制率：

$$u(t) = Fx(t) + Gv(t) \tag{8}$$

使得闭环系统：

$$\begin{aligned} \rho x(t) &= (A + BF) x(t) + BGv(t) \\ y(t) &= (C + DF) x(t) + DGv(t) \end{aligned} \tag{9}$$

的任何一个输入的能量主要控制对应的一个输出的能量，而对其它输出能量的影响尽可能小，其中 $v(t) \in R^m$ 为变换后新的系统输入，F、G 分别为具有相应维数的定常矩阵. 上述输入—输出能量解耦过程可归纳为：寻求 $F \in R^{m\times n}$，$G \in R^{m\times n}$，满足：

$$\sum_{k=0}^{l} y_i(k) v_i(k) \geqslant \alpha_i \sum_{k=0}^{l} v_i^2(k),\ \forall\, l \geqslant 0,$$

$$v_j = 0(j \neq i), i = 1, 2, \cdots, m \tag{10}$$

$$\sum_{k=0}^{l} \hat{y}_i^T(k)\, \hat{y}_i(k) \leqslant \beta_i \sum_{k=0}^{l} v_i^2(k),\ \forall\, l \geqslant 0,$$

$$v_j = 0(j \neq i), i = 1, 2, \cdots, m \tag{11}$$

其中 $\hat{y}_i(k) \in R^{m-1}$ 表示 $y(k)$ 中除 $y_i(k)$ 分量外的所有其它分量组成的向量，α_i、β_i 为给定的正常数.

本文的输入—输出能量解耦具体的求解过程可归纳为对条件(10 - 11)的求解. 考虑到系统设计的首要目标是系统的稳定性，因此下面提出的能量解耦条件将同时保证闭环系统的稳定性.

定义 1：　对于线性系统(7)，如果存在矩阵 F、G，满足条件(10 - 11)，且闭环系统渐近稳定，则称该系统为输入—输出能量(α, β F, G)解耦的.

3　仅具输入变换的能量解耦(Energy decoupling with input transformation)

对于线性系统(7)，如果其本身是稳定的，则输入变换可以简化为仅具有输入变换部分. 即：

$$u(t) = Gv(t) \tag{12}$$

此时系统(7)为：

$$\begin{aligned} \rho x(t) &= Ax(t) + BCv(t) \\ y(t) &= Cx(t) + DGv(t) \end{aligned} \tag{13}$$

定理 1：　线性系统(7)为输入—输出能量($\alpha, \beta \mid O, G$)解耦的，如果存在矩阵 X_{iT}、$Y_{iT} > 0$，$i = 1, 2, \cdots, m$，满足：

$$\begin{bmatrix} X_{iT}A^T + AX_{iT} & Bg_i - X_{iT}C_i^T & TX_{iT}A^T \\ g_i^TB^T - C_iX_{iT} & 2\alpha_i I - (D_ig_i + g_i^TD_i^T) & Tg_i^TB_i^T \\ TAX_{iT} & TBg_i & -TX_{iT} \end{bmatrix} < 0 \tag{14}$$

$$\begin{bmatrix} Y_{iT}A^T + AY_{iT} & Bg_i & Y_{iT}\hat{C}_i^T & TY_{iT}A^T \\ g_i^TB^T & -\beta_i^{\frac{1}{2}} I & g_i^T\hat{D}_i^T & Tg_i^TB^T \\ \hat{C}_iY_{iT} & \hat{D}_ig_i & -\beta_i^{\frac{1}{2}} I & 0 \\ TAY_{iT} & TBg_i & 0 & -TY_{iT} \end{bmatrix} < 0 \tag{15}$$

其中 $g_i \in R^m$ 表示 G 的 i 列，$\hat{C}_i \in R^{(m-1)\times n}$ 表示 C 中除 C_i 行外的所有其它行向量组成的矩阵，$\hat{D}_i \in R^{(m-1)\times m}$ 表示 D 中除 D_i 行外的所有其它行向量组成的矩阵. T 为采样周期.

当 $T = 1$ 时，将 $A = (A_q - 1)/T$，$B = B_q/T$ 代入，则得到线性离散系统的输入输出能量解耦条件，当 $T = 0$ 时，为线性定常连续系统[9]的输入输出能量解耦条件. $\lim\limits_{T\to 0^+} X_{iT} = X_i$，$\lim\limits_{T\to 0^+} Y_{iT} = Y_i$，$X_i$、$Y_i$

分别为连续定常系统时候相应的值,其证明见[8].

证明: 基于系统(13)的每一个输入,系统采用离散形式,采样周期为 T,则可分解为:

$$\begin{aligned} x[(k+1)T] &= A_q x(kT) + B_q g_i v_i(kT) \\ y(kT) &= C_q x(kT) + D_q g_i v_i(kT) \end{aligned}, \quad i = 1,2,\cdots,m$$

其中 $A=(A_q-1)/T$, $B=B_q/T$, $C=C_q$, $D=D_q$,针对上述子系统,构造二次函数:

$$V_i(kT,x) = x^T(kT)P_i x(kT), \quad W_i(kT,x) = x^T(kT)Q_i x(kT), \quad P_i、Q_i > 0, \quad i=1,2,\cdots,m$$

我们设定:

$$M_i(kT) = \Delta V_i(kT,x) - 2y_i v_i + 2a_i v_i^2$$

$$N_i(kT) = \Delta V_i(kT,x) - \beta_i^{\frac{1}{2}} v_i^2 + \beta_i^{-\frac{1}{2}} \hat{y}_i^T \hat{y}_i$$

$$\begin{aligned} M_i(kT) &= x^T(kT+T)P_i x(kT+T) - x^T(k)P_i x(kT) - 2y_i v_i + 2a_i v_i^2 \\ &= (A_q x + B_q g_i v_i)^T P_i (A_q x + B_q g_i v_i) - x^T P_i x - 2y_i v_i + 2a_i v_i^2 \\ &= x^T(A^T TP_i + TP_i A + T^2 A^T P_i A)x + x^T(I + TA^T)TP_i B g_i v_i + v_i^T g_i^T B^T TP_i (I + TA^T)x \\ &\quad + Tv_i^T g_i^T B^T TP_i B g_i v_i - 2(C_i x + D_i g_i v_i)v_i + 2a_i v_i^2 \\ &= \begin{bmatrix} x(kT) \\ v_i(kT) \end{bmatrix}^T \left[\begin{bmatrix} TA^T \\ Tg_i^T B^T \end{bmatrix} P_i [\,TA \;\; TBg_i\,] + \begin{bmatrix} A^T TP_i + TP_i A & TP_i B g_i - C_i^T \\ g_i^T B^T TP_i - C_i & 2\alpha_i I - (D_i g_i + g_i^T D_i^T) \end{bmatrix} \right] \begin{bmatrix} x(kT) \\ v_i(kT) \end{bmatrix} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} N_i(kT) &= x^T(kT+T)Q_i x(kT+T) - x^T(kT)P_i x(kT) - \beta_i^{\frac{1}{2}} v_i^2 + \beta_i^{-\frac{1}{2}} \hat{y}_i^T \hat{y}_i \\ &= x^T(A^T TQ_i + TQ_i A + T^2 A^T Q_i A)x + x^T(I + TA^T)TQ_i B g_i v_i \\ &\quad + v_i^T g_i^T B^T TQ_i (I + TA^T)x + Tv_i^T g_i^T B^T TQ_i B g_i v_i - \beta_i^{\frac{1}{2}} v_i^2 + \beta_i^{-\frac{1}{2}} \hat{y}_i^T \hat{y}_i \\ &= \begin{bmatrix} x(kT) \\ v_i(kT) \\ \beta_i^{-\frac{1}{2}} \hat{y}_i \end{bmatrix}^T \left[\begin{bmatrix} TA^T \\ Tg_i^T B^T \\ 0 \end{bmatrix} Q_i [\,TA \;\; TBg_i \;\; 0\,] + \begin{bmatrix} A^T TQ_i + TQ_i A & TQ_i B g_i & \hat{C}_i^T \\ g_i^T B^T TQ_i & -\beta_i^{\frac{1}{2}} I & g_i^T \hat{D}_i^T \\ \hat{C}_i & \hat{D}_i g_i & -\beta_i^{\frac{1}{2}} I \end{bmatrix} \right] \begin{bmatrix} x(kT) \\ v_i(kT) \\ \beta_i^{\frac{1}{2}} \hat{y}_i \end{bmatrix} \end{aligned}$$

令 $TP_i = X_{iT}^{-1}$, $TQ_i = Y_{iT}^{-1}$,根据 Schur 引理,当条件(14)、(15)成立时:

$$\begin{bmatrix} TP_i & & \\ & I & \\ & & I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_{iT}A^T + AX_{iT} & Bg_i - X_{iT}C_i^T & TX_{iT}A^T \\ g_i^T B^T - C_i X_{iT} & 2\alpha_i I - (D_i g_i + g_i^T D_i^T) & Tg_i^T B_i^T \\ TAX_{iT} & TBg_i & -TX_{iT} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} TP_i & & \\ & I & \\ & & I \end{bmatrix} < 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{bmatrix} A^T TP_i + TP_i A_i & TP_i B g_i - C_i^T & TA^T \\ g_i^T B^T TP_i - C_i & 2\alpha_i I - (D_i g_i + g_i^T D_i^T) & Tg_i^T B^T \\ TA_i & TBg_i & -P_i^{-1} \end{bmatrix} < 0 \text{,得到 } M_i(kT) \leqslant 0 .$$

$$\begin{bmatrix} TQ_i & & & \\ & I & & \\ & & I & \\ & & & I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Y_{iT}A^T + AY_{iT} & Bg_i & Y_{iT}\hat{C}_i^T & TY_{iT}A^T \\ g_i^T B^T & -\beta_i^{\frac{1}{2}} I & g_i^T \hat{D}_i^T & Tg_i^T B^T \\ \hat{C}_i Y_{iT} & \hat{D}_i g_i & -\beta_i^{\frac{1}{2}} I & 0 \\ TAY_{iT} & TBg_i & 0 & -TY_{iT} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} TQ_i & & & \\ & I & & \\ & & I & \\ & & & I \end{bmatrix} < 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{bmatrix} A^T TQ_i + TQ_i A & TQ_i B g_i & \hat{C}_i^T & TA^T \\ g_i^T B^T TQ_i & -\beta_i^{\frac{1}{2}} I & g_i^T \hat{D}_i^T & Tg_i^T B^T \\ \hat{C}_i & \hat{D}_i g_i & -\beta_i^{\frac{1}{2}} I & 0 \\ TA & TBg_i & 0 & -Q_i \end{bmatrix} < 0 \text{,得到 } N_i(kT) \leqslant 0 .$$

对其分别从 0 到 l 求和,利用初始条件 $x(0)=0$,可以得到:

$$\sum_{k=0}^{l} M_i(kT) = V_i(l, x(l)) - \sum_{k=0}^{l}(2y_i(kT)v_i(kT) - 2\alpha_i v_i^2(kT)) \leqslant 0$$

$$\sum_{k=0}^{l} N_i(kT) = W_i(l, x(l)) + \sum_{k=0}^{l}\beta_i^{-\frac{1}{2}}\hat{y}_i^T(kT)\hat{y}_i(kT) - \beta_i^{\frac{1}{2}}v_i^2(kT)) \leqslant 0$$

因此,对所有 $l \leqslant 0$,总有:

$$\sum_{k=0}^{l} y_i(kT)v_i(kT) \geqslant \alpha_i \sum_{k=0}^{l} v_i^2(kT)$$

$$\sum_{k=0}^{l} \hat{y}_i^T(kT)\hat{y}_i(kT) \leqslant \beta \sum_{k=0}^{l} v_i^2(kT)$$

当 $T \to 0^+$ 时,由 $t = kT$,得到:

$$\lim_{T\to 0^+}\left[\sum_{k=0}^{l}(y_i(kT)v_i(kT) - \alpha_i v_i^2(kT))\right]T \geqslant 0$$

$$\Rightarrow \int_0^{\tau}(y_i^T(t)v_i(t) - \alpha_i v_i^T(t)v_i(t)\mathrm{d}t \geqslant 0$$

$$\Rightarrow \int_0^{\tau} y_i^T(t)v_i(t)\mathrm{d}t \geqslant \alpha_i \int_0^{\tau} v_i^T(t)v_i(t)\mathrm{d}t$$

$$\lim_{T\to 0^+}\left[\sum_{k=0}^{l}(\beta_i^{-\frac{1}{2}}\hat{y}_i^T(kT)\hat{y}_i(kT) - \beta_i^{\frac{1}{2}}v_i^2(kT))\right]T \leqslant 0$$

$$\Rightarrow \int_0^{\tau}(\beta_i^{-\frac{1}{2}}\hat{y}_i^T\hat{y}_i - \beta_i^{\frac{1}{2}}v_i^Tv_i)\mathrm{d}t \leqslant 0$$

$$\Rightarrow \int_i^{\tau}\hat{y}_i^T(t)\hat{y}_i(t)\mathrm{d}t \leqslant \beta \int_0^{\tau} v_i^T(t)v_i(t)\mathrm{d}t$$

可得线性定常连续系统的输入输出能量解耦.另外,当 $v(k)=0$ 时,把二次函数 $V_i(kT, x)$ 或 $W_i(kT, x)$ 作为 Lyapunov 函数,很容易验证

$$\Delta V_i(kT, x) < 0, \Delta W_i(kT, x) < 0$$

即条件(14)或(15)可保证系统渐近稳定.定理得证.

4 具有状态反馈与输入变换的能量解耦(Energy decoupling with both state feedback and input transformation)

对于线性系统(7),如果其本身是不稳定的,只是通过状态反馈镇定系统(7)设计输入变换矩阵实现能量解耦,有可能导致设计的保守性,即本来可以通过状态反馈和输入变换实现输入—输出能量解耦的系统,按照上述方法,有可能未必实现解耦.下面考虑同时具有状态反馈和输入变换的能量解耦问题.

此时,状态反馈控制率

$$u(t) = Fx(t) + Gv(t) \tag{16}$$

使得闭环系统

$$\begin{aligned} \rho x(t) &= (A + BF)x(t) + BGv(t) \\ y(t) &= (C + DF)x(t) + DGv(t) \end{aligned} \tag{17}$$

为输入输出能量解耦.由定理(1)及其证明过程,我们可以类似地推导出如下结论:

定理 2: 线性确定性系统(7)为输入—输出能量(α, β, F, G)解耦的,如果存在矩阵 Z 及 $X>0$, $i=1,2,\cdots,m$,满足:

$$\begin{vmatrix} X_TA^T + AX_T + Z^TB^T + BZ & Bg_i - X_TC_i^T - Z^TD_i^T & TX_TA^T + TZ^TB^T \\ g_i^TB^T - C_iX_T - D_iZ & 2\alpha_i I - (D_ig_i + g_i^TD_i^T) & Tg_i^TB_i^T \\ TAX_T + TBZ & TBg_i & -TX_T \end{vmatrix} < 0 \tag{18}$$

$$\begin{vmatrix} X_TA^T + AX_T + Z^TB^T + BZ & Bg_i & X_T\hat{C}_i^T - Z^TD_i^T & TX_TA^T + TZ^TB^T \\ g_i^TB^T & -\beta_i^{\frac{1}{2}}I & g_i^T\hat{D}_i^T & Tg_i^TB^T \\ \hat{C}_iX_T + \hat{D}_iZ & \hat{D}_ig_i & -\beta_i^{-\frac{1}{2}}I & 0 \\ TAX_T + TBZ & TBg_i & 0 & -TX_T \end{vmatrix} < 0 \tag{19}$$

其中 $g_i \in R^m$ 表示 G 的 i 列, $\hat{C}_i \in R^{(m-1)\times n}$ 表示 C 中除 C_i 行外的所有其它行向量组成的矩阵, $\hat{D}_i \in R^{(m-1)\times m}$ 表示 D 中除 D_i 行外的所有其它行向量组成的矩阵, T 为采样周期.且状态反馈矩阵为:

$$F = ZX_T^{-1} \tag{20}$$

当 $T=1$ 时,将 $A=(A_q-1)/T$, $B=B_q/T$ 代入,则得到线性离散系统的输入输出能量解耦条件,当 $T=0$ 时,为线性定常连续系统[9]的输入输出能量解耦条件. $\lim_{T\to 0^+} X_T = X$, X 为定常连续系统时候相应的值.

证明: 针对系统(9),利用定理(1),将 $A+BF$

代替 A, $C_i + D_i F$ 代替 C_i,参照二次稳定性的概念,令:

$$X_{iT} = Y_{iT} = X_T, \quad i = 1, 2, \cdots, m, \quad Z = FX_T$$

命题得证.

5 结论(Conclusion)

本文提出了 Delta 算子描述的线性系统输入—输出能量解耦方法,把线性连续系统和离散系统纳入 Delta 算子的统一框架之中.本文能量解耦方法的所有结论均由 LMI 描述,目前 LMI 的解法已非常成熟,这些不等式可直接由 Matlab 的 LMI 工具箱求解,易于实现.输入—输出能量解耦是时域系统中的近似解耦方法,在相关的设计完成之后,看其输入—输出响应效果就可以知道对象是否已经实现能量解耦.考虑到该方法的设计过程相当简单,在计算技术高度发达的今天,这个方法很容易推广到实际应用中.

参 考 文 献(References)

[1] Middleton R H, Goodwin G C. Improved finite word length characteristics in digital control using delta opetator [J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 1986, 31(11): 1015 ~ 1021.

[2] Middleton R H, Goodwin G C. Digital Control and Estimation: a Unified Approach [M]. Englewood Cliffs, NJ: Prentice Hall, 1990.

[3] Morgan B S. The synthesis of linear multivariable systems by state feedback [J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 1964, 9(5): 405 ~ 411.

[4] Falb P L, Wolovich W A. Decoupling in the design and synthesis of multivariable control systems [J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 1967, 12(6): 651 ~ 659.

[5] Morse A S, Wonham W M. Status of noninteracting control [J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 1971, 16(6): 568 ~ 581.

[6] Rosenbrock H H. The stability of multivariable systems [J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 1972, 17(1): 105 ~ 107.

[7] Rosenbrock H H. Computer Aided Control System Design [M]. N.Y.: Academic Press, 1974.

[8] Mori T, Troch L. Delta domain Lyapunov matrix equation-a link between continuous and discrete equations [J]. IEICE Transactions on Fundamentals of Electronics, Communications and Coputer Sciences, 1992, E75-A(3): 451 ~ 454.

[9] 毛维杰, 褚 健. 线性定常系统的输入输出能量解耦 [J]. 控制理论与应用, 2002, 19(1): 146 ~ 148.

[10] 毛维杰, 褚 健. 线性时滞系统的输入输出能量解耦[J]. 自动化学报, 2002, 28(2): 112 ~ 115.

[11] 张端金, 杨成梧. 反馈控制系统 Delta 算子理论的研究与发展 [J]. 控制理论与应用, 1998, 15(2): 153 ~ 160.

作者简介

钱归平(1975 -),硕士.研究领域为电气传动与控制,解耦控制,鲁棒控制理论与应用.

毛维杰(1969 -),博士,副教授.研究领域为鲁棒控制理论,时滞系统控制.