

# 形状统计 Mumford-Shah 模型的 MR 图像左心室外轮廓分割

陈 强<sup>1)</sup> 王平安<sup>2)</sup> 夏德深<sup>1)</sup>

<sup>1)</sup>(南京理工大学计算机科学与技术学院 南京 210094)

<sup>2)</sup>(香港中文大学计算机科学与工程系 香港)

**摘 要** 左心室的分割是左心室运动重建的前提,分割的精度直接影响重建的真实性.由于左心室外轮廓存在弱边界,甚至边界的断裂,使得精确分割左心室外轮廓变得相当困难.文章在详细分析左心室外轮廓的基础上,采用了形状统计 Mumford-Shah 模型的分割方法,同时对原模型做了如下两点改造:(1)用期望最大(EM)算法求得图像中每点属于心肌的后验概率,通过此后验概率构造“伪灰度”图像来替代原灰度图像,以达到目标与背景灰度呈阶跃型分布的目的;(2)用边缘图替代 Mumford-Shah 模型中的梯度项,以增强弱边缘,提高分割精度.实验结果证明,此方法可以有效地改进分割精度,适合整个心动周期.

**关键词** Mumford-Shah 模型;形状统计;EM 算法;MR 图像分割;活动轮廓模型

中图法分类号 TP391

## Shape Statistics Mumford-Shah Model for Outer Contour Segmentation of the Left Ventricle MR Image

CHEN Qiang<sup>1)</sup> HENG Pheng Ann<sup>2)</sup> XIA De-Shen<sup>1)</sup>

<sup>1)</sup>(The School of Computer Science and Technology, Nanjing University of Science and Technology, Nanjing 210094)

<sup>2)</sup>(Department of Computer Science and Engineering, Chinese University of Hong Kong, Hong Kong)

**Abstract** The segmentation of left ventricle is the premise of its motion reconstruction, and the segmentation precision will influence the reconstruction facility. Due to the weak boundary, even the break boundary, on the outer contour of the left ventricle, it is very difficulty to segment the outer contour precisely. Based on the detailed analysis of the outer contour, shape statistics Mumford-Shah model is adopted. At the same time, the authors reconstruct the original model in the following two parts: (1) Using expectation maximum (EM) algorithm to resolve the posterior probability of each pixel belonging to the myocardium, and using it to construct “artificial intensity” image to substitute original intensity image, in order to make the object and background intensity distributed abruptly; (2) Using edge image to substitute the grads term of the Mumford-Shah model, in order to enhance weak boundary and improve segmentation precision. The experiment results prove that this method can effectively improve the segmentation precision and is appropriate for the whole heart beating cycle.

**Keywords** Mumford-Shah model; shape statistics; EM algorithm; MR image segmentation; active contour model

## 1 引言

心脏核磁共振成像是一种非介入性的成像方式. 特别地, 短轴图像对于检测全局和区域心脏功能具有很高的价值, 为了高质量地分析心脏功能, 高精度地分割左心室是必要的. 目前, 左心室的分割方法有多种, 如 Paragios<sup>[1]</sup>采用变分方法实现左心室的自动分割; Mitchell、Lelieveldt<sup>[2]</sup>等人采用多级杂交活动表面模型匹配的方法实现左右心室的分割; Taleb-Ahmed<sup>[3]</sup>等人从信号处理的角度来定位轮廓; Makowski、Sørensen<sup>[4]</sup>等人基于活动轮廓模型, 并引入反混乱特性以改进复杂形状目标的分割, 特别是乳头肌的影响; Lelieveldt<sup>[5]</sup>等人采用了多视角的活动表面模型(AAM)分割左心室; 但是左心室外轮廓的分割精度都不是很高, 主要是外轮廓情况比较复杂, 有断裂边缘等特点.

本文在详细分析左心室外轮廓成像特征的基础上, 采用了结合形状统计的 Mumford-Shah 模型分割方法. 本文做的主要工作为: (1) 针对 Mumford-Shah 模型存在的缺陷, 提出了一种基于 EM 算法的解决办法; (2) 针对左心室外轮廓的真实弱边缘在虚假强边缘附近的特点, 用边缘图替代原模型中的梯度项, 以达到精确分割左心室外轮廓的目的; (3) 对于左心室外轮廓的断裂边缘, 采用了先验形状统计来引导曲线的演化.

本文第 2 节结合形状统计的 Mumford-Shah 模型用于图像分割; 第 3 节用基于期望最大算法得到伪灰度图像替代原灰度图像, 从而解决原 Mumford-Shah 模型的目标与背景需呈阶跃型分布的缺陷; 第 4 节用基于 Canny 算子的边缘图替代原模型中的梯度项; 第 5 节为基于改进的形状统计 Mumford-Shah 模型左心室外轮廓分割; 第 6 节为实验结果; 最后为结论.

## 2 结合形状统计的 Mumford-Shah 模型的图像分割

### 2.1 Mumford-Shah 模型简介

Mumford-Shah 模型是 Mumford 和 Shah<sup>[6]</sup>于 1989 年提出的一种变差图像分割方法. 基本思想是将一幅图像按灰度相似性划分, 划分的粗细通过分割曲线长度的权重来调节.

假定在图像平面  $\Omega$  上有演化曲线  $C$ ,  $inside(C)$  表示曲线  $C$  的内部区域,  $outside(C)$  表示曲线  $C$  的外部区域. 下面引入能量函数  $F(c_1, c_2, C)$ , 定义如下:

$$F(c_1, c_2, C) = \mu \cdot Length(C) + \nu \cdot Area(inside(C)) + \lambda_1 \int_{inside(C)} |I(x, y) - c_1|^2 dx dy + \lambda_2 \int_{outside(C)} |I(x, y) - c_2|^2 dx dy \quad (1)$$

其中,  $I$  为图像,  $c_1, c_2$  分别为曲线  $C$  内部区域和外部区域的图像灰度均值;  $\mu > 0, \nu \geq 0, \lambda_1, \lambda_2 > 0$  为固定常量. 在某种意义上, 长度项和面积项相似, 所以一般取  $\nu = 0$ .

因此, 图像分割问题就转化为下面的最小化问题:

$$\inf_{c_1, c_2, C} F(c_1, c_2, C) \quad (2)$$

图 1 为目标与背景灰度差异明显时的分割结果, 图 2 为目标与背景灰度差异不明显时的分割结果. 从合成图像的分割结果可以看出: 如果图像中目标与背景的灰度差异明显, 且各自内部灰度趋于一致, 那么演化曲线能够很好地分割目标; 如果目标与背景的灰度差异不明显, 那么按灰度相似性不能很好地分割目标. 当目标灰度与背景灰度呈阶跃性时, 分割结果较好, 当目标灰度介于背景灰度之间时, 分割结果较差. 对此, 文献[7]提到了可以用曲率或纹理来替代原 Mumford-Shah 模型中的灰度图; 文献[8]提出了多相水平集的求解方法, 同时分割多个灰度级的目标; 本文提出了一种用基于 EM 算法求解的伪灰度图像替代原灰度图像的通用方法, 这将在第 3 节介绍.

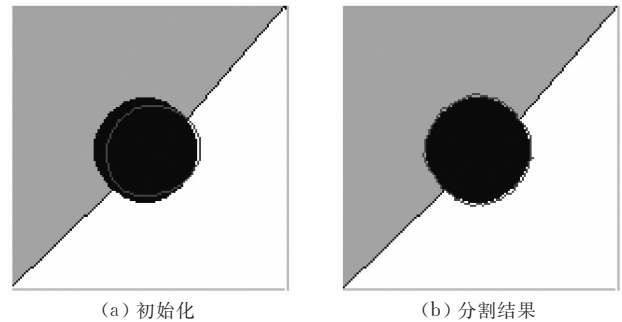


图 1 目标与背景灰度差异明显

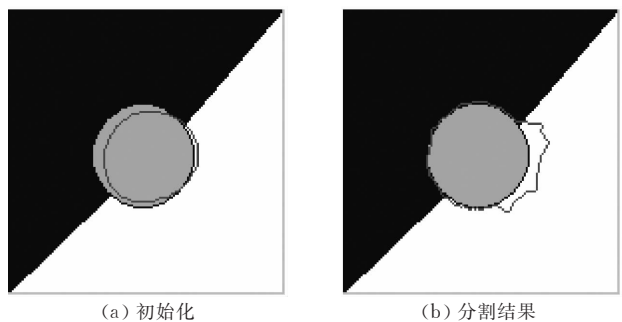


图 2 目标与背景灰度差异不明显

## 2.2 结合形状统计的变差图像分割方法

对于图像分割来说,形状信息是很重要的先验信息. Cootes<sup>[9]</sup>等人引入了活动形状模型(ASM), Leventon<sup>[10]</sup>等人将形状统计信息加到了水平集实现过程中,黄福珍<sup>[11]</sup>等人通过构造椭圆形状模型来提取人脸轮廓, Cremers 等人将形状统计信息与 Mumford-Shah 模型相结合,对于特定的形状简单的目标用线性形状统计方法<sup>[12]</sup>,对于复杂的可变形形状的目标用非线性形状统计的方法<sup>[13]</sup>. 由于左心室外轮廓形状比较简单,所以本文采用线性形状统计与 Mumford-Shah 模型相结合的方法来分割左心室外轮廓.

给定轮廓  $C$ , 定义总的能量函数为

$$E(\mathbf{u}, C) = E_i(\mathbf{u}, C) + \alpha \cdot E_C(C) \quad (3)$$

其中  $\mathbf{u}$  为分片光滑函数,  $E_i$  主要是利用输入图像的灰度信息构造的能量函数,  $E_C$  为通过轮廓与先验形状的相似性构造的能量函数. 下面分别对  $E_i, E_C$  的构造给出说明.

### 2.2.1 基于 B 样条的 Mumford-Shah 分割

为了方便地构造能量函数, 采用了封闭 B 样条来表示轮廓:

$$C: [0, 1] \rightarrow \Omega, C(s) = \sum_{n=1}^N p_n B_n(s) \quad (4)$$

其中  $B_n$  为三次周期 B 样条基函数,  $p_n = (x_n, y_n)^T$  为样条控制点,  $s$  为轮廓  $C$  的参数. 虽然此参数表达形式不允许开边界, 也不允许轮廓的分裂和合并, 但是它方便了轮廓形状先验知识的生成.

由 Mumford 和 Shah 于 1989 年提出的变差图像分割方法是最小化以下能量函数:

$$E_i(\mathbf{u}, C) = \frac{1}{2} \int_{\Omega} (\mathbf{I} - \mathbf{u})^2 dx + \frac{1}{2} \lambda^2 \int_{\Omega-C} |\nabla \mathbf{u}|^2 dx + \nu \|C\| \quad (5)$$

用平方二范数代替原长度项  $\|C\|$ :

$$L(C) = \int_0^1 C_s^2 ds \quad (6)$$

得到下面的扩散 snake 形式:

$$E_i(\mathbf{u}, C) = \frac{1}{2} \int_{\Omega} (\mathbf{I} - \mathbf{u})^2 dx + \frac{1}{2} \lambda^2 \int_{\Omega-C} |\nabla \mathbf{u}|^2 dx + \nu L(C) \quad (7)$$

上式可以认为是由 Mumford-Shah 函数的外能和 snake 的内能组合而成的杂交模型.

### 2.2.2 基于训练形状统计的形状能量构造

轮廓的显式参数允许在向量空间中表示采样形状和近似它们的分布, 首先需要将训练形状在近似的意义上进行配准. 这可以通过为每一个样本选择合适的平移、缩放以及旋转, 以确保它们尽可能地相像, 选择这些几何变换使配准形状与“平均”形状之

间(在最小二乘的意义下)的差别减小.

每个样本形状可由  $N$  个控制点组成:

$$\mathbf{z} = (x_1, y_1, \dots, x_N, y_N)^T \quad (8)$$

则相似训练形状的近似配准算法<sup>[14]</sup>如下:

1. 对于每个样本  $\mathbf{z}_i (i=2, 3, \dots, M)$ , 逐个旋转、缩放并与样本  $\mathbf{z}_1$  做配准, 得到集合  $\{\mathbf{z}_1, \hat{\mathbf{z}}_2, \hat{\mathbf{z}}_3, \dots, \hat{\mathbf{z}}_M\}$ ;
2. 计算变换后的形状的平均值;
3. 将平均形状旋转、缩放并与样本  $\mathbf{z}_1$  做配准;
4. 将  $\hat{\mathbf{z}}_2, \hat{\mathbf{z}}_3, \dots, \hat{\mathbf{z}}_M$  旋转、缩放并配准到与调整过后的平均形状匹配;
5. 如果平均形状收敛, 那么停止; 否则跳至步 2.

在对训练形状进行配准后, 可以从训练样本中求得平均控制点向量  $\boldsymbol{\mu}$  和样本协方差矩阵  $\boldsymbol{\Sigma}$ . 一般地,  $\boldsymbol{\Sigma}$  为非满秩矩阵, 特别是当样本数小于  $2N$  时. 为了在  $2N$  维空间上定义概率密度, 需要对  $\boldsymbol{\Sigma}$  规则化.

令  $\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \dots \geq \sigma_r > 0$  为  $\boldsymbol{\Sigma}$  的非零本征值,  $\mathbf{V}$  为对应的本征向量,  $\mathbf{D}$  为以非零本征值为对角元组成的对角矩阵, 以常量  $\sigma_{\perp} = \sigma_r / 2$  代替  $\boldsymbol{\Sigma}$  中的零本征值, 得到规则化的协方差矩阵:

$$\boldsymbol{\Sigma}_{\perp} = \mathbf{V} \mathbf{D} \mathbf{V}^T + \sigma_{\perp} (\mathbf{I} - \mathbf{V} \mathbf{V}^T) \quad (9)$$

假定控制点向量服从高斯分布:

$$P(\mathbf{z}) \propto \exp\left(-\frac{1}{2}(\mathbf{z} - \boldsymbol{\mu})^T \boldsymbol{\Sigma}_{\perp}^{-1}(\mathbf{z} - \boldsymbol{\mu})\right) \quad (10)$$

它对应如下的二次能量:

$$E_C(\mathbf{z}) = -\log(P(\mathbf{z})) + const = \frac{1}{2}(\mathbf{z} - \boldsymbol{\mu})^T \boldsymbol{\Sigma}_{\perp}^{-1}(\mathbf{z} - \boldsymbol{\mu}) \quad (11)$$

### 2.2.3 梯度下降法最小化能量函数

在固定  $\mathbf{u}$  的条件下, 最小化关于轮廓  $C$  的扩散 snake 方程(7), 得到如下的 Euler-Lagrange 方程:

$$\frac{\partial E_i}{\partial C} = [e^-(s) - e^+(s)] \cdot \mathbf{n}(s) - \nu C_{ss}(s) = 0, \quad \forall s \in [0, 1] \quad (12)$$

其中,  $e^+$  和  $e^-$  分别表示在轮廓  $C(s)$  内、外的能量密度,  $\mathbf{n}$  表示轮廓上的外法向量.

$$e^{+/-} = (\mathbf{I} - \mathbf{u})^2 + \lambda^2 (\nabla \mathbf{u})^2 \quad (13)$$

用梯度下降法解式(7)的最小化问题得如下的演化方程:

$$\frac{\partial C}{\partial t} = -\frac{\partial E_i}{\partial C} = [e^+(s) - e^-(s)] \cdot \mathbf{n}(s) + \nu C_{ss}(s) \quad (14)$$

其中  $t$  为时间参数.

通过引入轮廓的样条曲线定义(4), 同时包含形状能量(11), 得到第  $m$  个控制点的坐标:

$$\frac{dx_m(t)}{dt} = \sum_i (\mathbf{B}^{-1})_{mi} [(e^+(s_i, t) - e^-(s_i, t)) n_x(s_i, t) + \nu(x_{i-1} - 2x_i + x_{i+1})] - \alpha \left[ \frac{dE_C(\mathbf{z})}{dz} \right]_{2m-1},$$

$$\frac{dy_m(t)}{dt} = \sum_i (\mathbf{B}^{-1})_{mi} [(e^{+(s_i, t)} - e^{-(s_i, t)}) n_y(s_i, t) + \nu(y_{i-1} - 2y_i + y_{i+1})] - \alpha \left[ \frac{dE_C(\mathbf{z})}{d\mathbf{z}} \right]_{2m} \quad (15)$$

其中, 周期三对角矩阵  $\mathbf{B}$  包含了在演化节点的样条基函数. 演化方程(15)的三项各自的含义为:

(1) 第 1 项通过最大化相邻区域的灰度相似性和梯度吸引力使轮廓向目标边界演化;

(2) 第 2 项通过最小化轮廓长度, 使控制点之间的距离趋于相等, 这防止了轮廓演化过程中尖点的形成;

(3) 最后一项使轮廓朝着与训练形状相似的方向演化, 这将在下面介绍.

#### 2.2.4 变差框架下的不变性

为了排除形状能量对平移、旋转和缩放的影响, 用下面的能量代替  $E_C$ :

$$E_{\text{shape}}(\mathbf{z}) = E_C(\hat{\mathbf{z}}), \quad \hat{\mathbf{z}} = \frac{R_\theta \mathbf{z}_c}{|R_\theta \mathbf{z}_c|} \quad (16)$$

其中,  $\mathbf{z}_c$  表示对每个控制点进行中心化:

$$\mathbf{z}_c = \left( \mathbf{I}_{2N} - \frac{1}{N} \mathbf{T} \right) \mathbf{z}, \quad \mathbf{T} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 & \cdots \\ 0 & 1 & 0 & 1 & \cdots \\ 1 & 0 & 1 & 0 & \cdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots \end{pmatrix}_{2N \times 2N} \quad (17)$$

$\mathbf{I}_{2N}$  为单位矩阵,  $R_\theta$  表示控制点向量  $\mathbf{z}_c$  相对于平均形状  $\boldsymbol{\mu}$  的旋转,  $R_\theta$  的推导可以参照文献[15, 16], 最终结果为

$$\hat{\mathbf{z}} = \frac{\mathbf{M} \mathbf{z}_c}{|\mathbf{M} \mathbf{z}_c|}, \quad \mathbf{M} = \mathbf{I}_N \otimes \begin{pmatrix} \boldsymbol{\mu}^T \mathbf{z}_c & -\boldsymbol{\mu} \times \mathbf{z}_c \\ \boldsymbol{\mu} \times \mathbf{z}_c & \boldsymbol{\mu}^T \mathbf{z}_c \end{pmatrix} \quad (18)$$

其中,  $\otimes$  表示直积,  $\boldsymbol{\mu} \times \mathbf{z}_c := \boldsymbol{\mu}^T R_{\pi/2} \mathbf{z}_c$ .

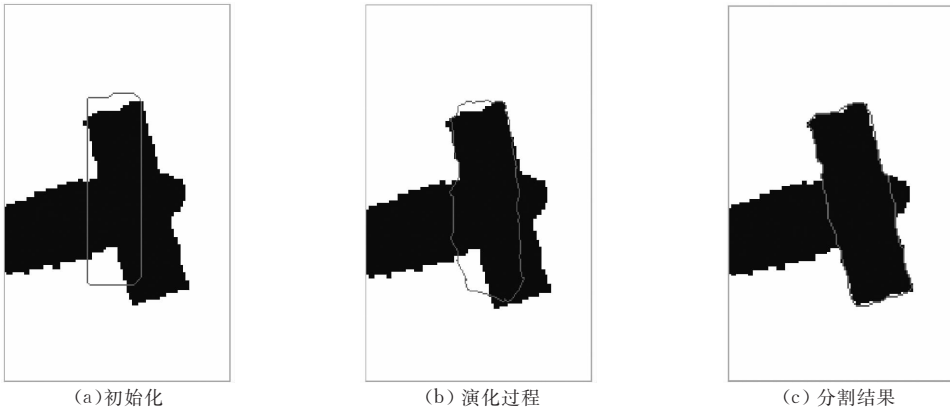


图 3 基于形状统计 Mumford-Shah 模型的合成图像分割

### 3 基于期望最大算法的伪灰度图像生成

在 2.1 节中提到了 Mumford-Shah 模型对分

轮廓演化方程(15)中的最后一项可以通过下式求得:

$$\frac{dE_{\text{shape}}(\mathbf{z})}{d\mathbf{z}} = \frac{dE_C(\hat{\mathbf{z}})}{d\hat{\mathbf{z}}} \cdot \frac{d\hat{\mathbf{z}}}{d\mathbf{z}} = \frac{dE_C(\hat{\mathbf{z}})}{d\hat{\mathbf{z}}} \cdot \frac{d\hat{\mathbf{z}}}{d\mathbf{z}_c} \cdot \frac{d\mathbf{z}_c}{d\mathbf{z}} \quad (19)$$

其中

$$\frac{dE_C(\hat{\mathbf{z}})}{d\hat{\mathbf{z}}} = (\boldsymbol{\Sigma}_\perp^{-1} (\hat{\mathbf{z}} - \boldsymbol{\mu}))^T \quad (20)$$

$$\frac{d\hat{\mathbf{z}}}{d\mathbf{z}_c} = \frac{\mathbf{M}' \mathbf{z}_c + \mathbf{M}}{\|\mathbf{M} \mathbf{z}_c\|} - \frac{(\mathbf{M} \mathbf{z}_c)(\mathbf{M} \mathbf{z}_c)^T (\mathbf{M}' \mathbf{z}_c + \mathbf{M})}{\|\mathbf{M} \mathbf{z}_c\|^3} \quad (21)$$

$$\mathbf{M}' = \frac{d\mathbf{M}}{d\mathbf{z}_c},$$

$$\mathbf{M}'_{ijk} = \frac{d\mathbf{M}_{ik}}{d(\mathbf{z}_c)_j} = \begin{cases} \boldsymbol{\mu}_j, & i=k \\ \boldsymbol{\mu}_{j+1}, & i=k+1, i \text{ 为偶数}, j \text{ 为奇数} \\ -\boldsymbol{\mu}_{j-1}, & i=k+1, i, j \text{ 均为偶数} \\ -\boldsymbol{\mu}_{j+1}, & i=k-1, i, j \text{ 均为奇数} \\ \boldsymbol{\mu}_{j-1}, & i=k-1, i \text{ 为奇数}, j \text{ 为偶数} \\ \mathbf{0}, & \text{其它} \end{cases} \quad (22)$$

$$\frac{d\mathbf{z}_c}{d\mathbf{z}} = \left( \mathbf{I}_{2N} - \frac{1}{N} \mathbf{T} \right) \quad (23)$$

#### 2.3 合成图像的分割结果

基于上面提到的形状统计 Mumford-Shah 模型, 对合成图像进行了实验, 图 3(a) 为以平均形状为初始轮廓的初始化, 图 3(c) 为实验结果. 从实验结果可以看出: 由于在原有 Mumford-Shah 模型中加入了先验形状约束, 使得受遮挡的目标也能够很好地分割, 且目标形状的平移、旋转和缩放对分割结果没有影响.

割图像有一定的要求, 总的说来为如下两点:

- (1) 目标内部灰度趋于一致;
- (2) 目标与背景灰度差异明显.

而这两点对左心室外轮廓的分割都不满足, 这可以

从图 4 中看出:由于核磁共振成像特点,左心室外轮廓的情况比较复杂,如图 4 所示,左心室外轮廓存在弱边缘、断裂边缘和真实弱边缘在虚假强边缘附近的特点;左心室内部灰度不均匀,心肌灰度较低,心室内部的血液部分灰度较高;左心室的灰度与背景差异不明显,类似于图 2 的灰度分布。

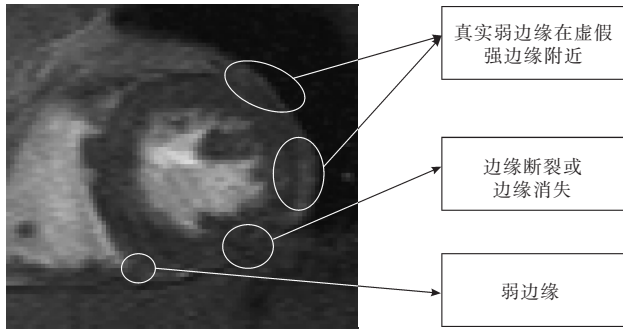


图 4 左心室外轮廓的分析

因此,需要对原有模型进行改造,才能很好地分割左心室外轮廓.首先,用期望最大算法求图像上每个像素属于心肌的最大后验概率,同时用求得的最大后验概率替代左心室内部血液部分的后验概率,最后利用每点属于心肌的最大后验概率构造伪灰度图像,替代原始灰度图,使 Mumford-Shah 模型适用于左心室外轮廓的分割。

设图像  $I$  中有  $c$  类同质区域,每类区域中像素的灰度服从高斯分布:

$$p(I_i | \mu_k, \sigma_k) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_k} \exp\left(-\frac{(I_i - \mu_k)^2}{2\sigma_k^2}\right), k=1, 2, \dots, c \quad (24)$$

其中,  $I_i$  表示第  $i$  个像素的灰度,  $\mu_k$  和  $\sigma_k$  分别为均值和方差。

若设第  $k$  类的先验概率为  $p_k$ ,则图像的灰度混合概率函数为

$$f(I | \theta) = \sum_{k=1}^c p_k p(I | \mu_k, \sigma_k) \quad (25)$$

其中,  $\theta = (p_1, \dots, p_c, \mu_1, \dots, \mu_c, \sigma_1^2, \dots, \sigma_c^2)$  为待估计的混合参数向量.用极大似然法来估计参数,定义似然函数为

$$L(\theta) = \prod_{i=1}^n f(I_i | \theta) \quad (26)$$

其中,  $n$  为像素的总数.则  $\theta$  的估计量为

$$\hat{\theta} = \max_{\theta} \ln(L(\theta)).$$

EM(Expectation Maximization)算法<sup>[17]</sup>是一种通过迭代求解最优参数估计的优化方法.求解的基本步骤如下:

1. 初始化  $\hat{\theta}$ , 记为  $\hat{\theta}^0$ ;

2. E-步:计算第  $m$  步时图像中的像素属于第  $k$  类的后验概率:

$$\hat{p}_k^{m+1}(\hat{\theta}_k^m | I_i) = \frac{p(I_i | \hat{\theta}_k^m) \hat{p}_k^m}{\sum_{j=1}^c p(I_i | \hat{\theta}_j^m) \hat{p}_j^m}, k=1, 2, \dots, c \quad (27)$$

3. M-步:求似然函数对估计参数的导数,根据 E-步求出的像素后验概率,得到第  $m+1$  步的  $\hat{\theta}$ :

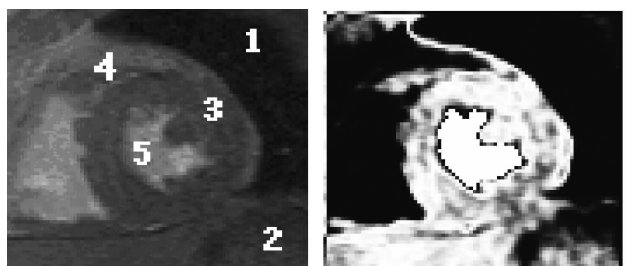
$$\hat{\mu}_k^{m+1} = \frac{\sum_{i=1}^n \hat{p}_k^{m+1}(\hat{\theta}_k^m | I_i) I_i}{\sum_{i=1}^n \hat{p}_k^{m+1}(\hat{\theta}_k^m | I_i)} \quad (28)$$

$$(\hat{\sigma}_k^2)^{m+1} = \frac{\sum_{i=1}^n \hat{p}_k^{m+1}(\hat{\theta}_k^m | I_i) (I_i - \hat{\mu}_k^{m+1})^2}{\sum_{i=1}^n \hat{p}_k^{m+1}(\hat{\theta}_k^m | I_i)} \quad (29)$$

$$\hat{p}_k^{m+1} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \hat{p}_k^{m+1}(\hat{\theta}_k^m | I_i) \quad (30)$$

4. 计算第  $m$  步、第  $m+1$  步时的似然函数值  $L^m, L^{m+1}$ , 若  $|L^m - L^{m+1}| < \eta$ ,  $\eta$  为设定的阈值或迭代超过给定的次数则停止;否则转步 2.

在求出待估计的参数后,可以知道每个像素属于每类的后验概率,通过每个像素属于某类的后验概率可以生成伪灰度图像.图 5 为伪灰度图像的生成,从图 5(a)可以看出:这里将图像分成了五类,心肌为第三类,同时在左心室血液部分给出了初始定位点,用于将这部分的属于心肌的后验概率值改为图像中属于心肌的后验概率最大值,图 5(b)为依据每个像素属于心肌的后验概率构造的伪灰度图像.比较图 5(a)和 5(b)可以发现:图 5(b)较图 5(a)的灰度发生了如下变化:(1)目标内部灰度趋于一致;(2)目标与背景灰度差异明显.这正是本文采用 EM 算法生成伪灰度图像的目的,它能够很好地满足 Mumford-Shah 模型.伪灰度图像只需要满足如上的两个变化,而不需要使得目标内部灰度完全一致,所以图 5(a)中初始目标类别区域的选取没有严格限制,比如第三类目标区域的选取只要在心肌区域就可以。



(a) 类别的选定

(b) 伪灰度图像

图 5 伪灰度图像的生成

## 4 基于 Canny 算子的边缘图生成

为了解决真实弱边缘在虚假强边缘附近的问题,我们用基于 Canny 算子的边缘图替代式(13)中的梯度能量项. 这可以增强弱边缘,同时 Canny 算子的边缘检测最优性与以下标准有关<sup>[14]</sup>:

(1) 检测标准: 不丢失重要的边缘, 不应有虚假的边缘;

(2) 定位标准: 实际边缘与检测到的边缘位置之间的偏差最小;

(3) 单响应标准: 将多个响应降低为单个响应.

图 6 为边缘图的生成,从生成结果可以看出:由于 Canny 算子的边缘检测的最优性,使得生成的边缘图具有如下特点:(1)没有丢失重要的边缘,心肌上没有虚假边缘;(2)检测到的边缘与真实边缘接近;(3)增强了弱边缘.

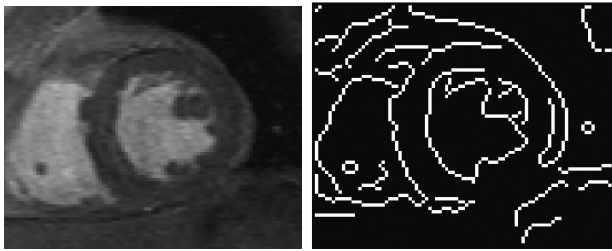


图 6 边缘图生成

## 5 基于改进的形状统计 Mumford-Shah 模型左心室外轮廓分割

通过用 EM 算法得到的伪灰度图像替代原形状统计 Mumford-Shah 模型中的灰度图像,用 Canny 算子得到的边缘图替代原形状统计 Mumford-Shah 模型中的梯度项,得到如下改造后的总的能量函数:

$$E(\mathbf{u}', \mathbf{C}) = \delta_e \cdot (E_i(\mathbf{u}', \mathbf{C}) + \alpha \cdot E_c(\mathbf{C})) \quad (31)$$

其中,分片光滑函数  $\mathbf{u}'$  由伪灰度图像  $I'$  决定,

$$\delta_e: \Omega \rightarrow \{0, 1\}, \delta_e(\mathbf{x}) = \begin{cases} 0, & \mathbf{x} \in e \\ 1, & \text{其它} \end{cases}$$

图,  $\delta_e(\mathbf{x})$  的含义为: 如果当前像素  $\mathbf{x}$  属于边缘图中的边缘,则置为 0; 否则为 1.

类似于前面的梯度下降法最小化能量函数(31),得到如下的新的控制点演化方程:

$$\frac{dx_m(t)}{dt} = \delta_e(s) \cdot \left\{ \sum_i (\mathbf{B}^{-1})_{mi} [(e^+(s_i, t) - e^-(s_i, t))n_x(s_i, t) + \nu(x_{i-1} - 2x_i + x_{i+1})] - \alpha \left[ \frac{dE_{\text{shape}}(\mathbf{z})}{dz} \right]_{2m-1} \right\},$$

$$\frac{dy_m(t)}{dt} = \delta_e(s) \cdot \left\{ \sum_i (\mathbf{B}^{-1})_{mi} [(e^+(s_i, t) - e^-(s_i, t))n_y(s_i, t) + \nu(y_{i-1} - 2y_i + y_{i+1})] - \alpha \left[ \frac{dE_{\text{shape}}(\mathbf{z})}{dz} \right]_{2m} \right\} \quad (32)$$

其中,  $e^{+/-} = (\mathbf{I}' - \mathbf{u}')^2$ .

算法终止的条件为

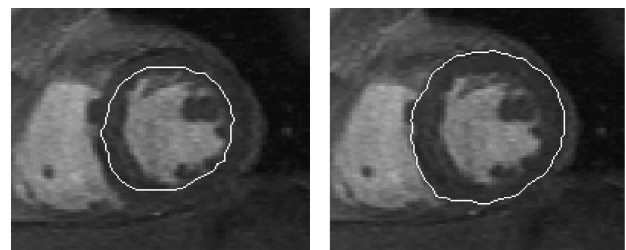
$$\frac{1}{n} \sum_{k=t_0}^{t_0+m} \sum_{i=1}^n d(C_{k+1}^i, C_k^i) \leq \epsilon, \quad t_0 = 0, 1, 2, \dots \quad (33)$$

其中,  $m$  为迭代次数(这里取为 5),  $n$  为曲线上的点数,  $\epsilon$  为常量.

$$d(C_{k+1}^i, C_k^i) = \min_j \|C_k^j - C_{k+1}^i\| \quad (34)$$

## 6 实验结果

图 7 为左心室外轮廓的分割结果,它是图 8 中的其中一幅. 图 8 中所有图像的参数设置都为  $\nu = 0.2$ ,  $\alpha = 2$ ,  $\epsilon = 0.3$ , 只是它们的迭代次数不同. 从图 7(a)的初始化可以看出: 尽管初始轮廓靠近左心室内轮廓, 曲线还是能够很好地到达左心室外轮廓的真实边界. 主要是由于改进的 Mumford-Shah 模型具有如下特性决定的:(1)分割结果不依赖于灰度梯度,使得左心室内轮廓对演化曲线没有吸引力;(2)Mumford-Shah 模型中的灰度相似性是针对整幅图像来说的,所以演化曲线的演化方向具有全局性. 即只要初始轮廓在心肌上,曲线都能够到达左心室外轮廓. 另外从分割结果可以看出: 由于用边缘图替代了梯度项,使得虚假强边缘对真实弱边缘的影响很小,弱边缘也得到了增强;断裂边缘通过样条曲线的连续、光滑特性和轮廓的先验形状约束,使得断裂边缘的问题得到了满意的解决. 从演化方程(32)可知: 边缘图像对分割结果的影响较大. 如果在心肌区域存在错误的边缘,可能会对分割结果产生一定的影响. 但是由于 MR 图像的质量较好,另外初始目标轮廓线内的边缘对分割结果不产生影响,所以



(a) 初始化

(b) 分割结果

图 7 左心室外轮廓的分割结果

Canny 边缘检测算子中的参数设置对分割结果不是很敏感.

设计算机得到的左心室轮廓线为  $\mathbf{P}$ , 手工分割结果为  $\mathbf{H}$ . 本文使用  $\mathbf{P}$  和  $\mathbf{H}$  间的平均绝对距离<sup>[18]</sup> (MAD) 对实验结果进行评价.

$$e(\mathbf{P}, \mathbf{H}) = \frac{1}{2} \left\{ \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n d(\mathbf{p}_i, \mathbf{H}) + \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m d(\mathbf{h}_i, \mathbf{P}) \right\} \quad (35)$$

其中  $\mathbf{P} = \{\mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2, \dots, \mathbf{p}_n\}$ ,  $\mathbf{H} = \{\mathbf{h}_1, \mathbf{h}_2, \dots, \mathbf{h}_m\}$  分别为轮廓线上点的坐标,  $d(\mathbf{p}_i, \mathbf{H})$  表示点  $\mathbf{p}_i$  到  $\mathbf{H}$  上最近邻点的距离:

$$d(\mathbf{p}_i, \mathbf{H}) = \min_j \|\mathbf{h}_j - \mathbf{p}_i\| \quad (36)$$

表 1 为图 8 中分割结果同手工分割结果间的 MAD 评价结果.

表 1 图 8 中分割结果同手工分割结果间的 MAD 评价结果

	MAD	MAD	Mean	Variance
(a)	0.9621	(h)	0.8096	0.8287
(b)	0.5662	(i)	0.7444	0.0876
(c)	0.6675	(j)	1.6556	
(d)	0.7719	(k)	0.6472	
(e)	0.9657	(l)	0.6374	
(f)	1.0838	(m)	0.5509	
(g)	0.7113			

从表 1 的 MAD 评价结果可知: 本文算法在分割左心室外轮廓时, 达到了较高的分割精度. 平均误差没有超过 1 个像素, 其它文献<sup>[2,5,19~22]</sup> 的分割精度都在 1~2 个像素之间. 且算法的稳定性较好, 因为误差的方差为 0.0876. 所以本文的算法为临床应用提供了一种可能的途径.

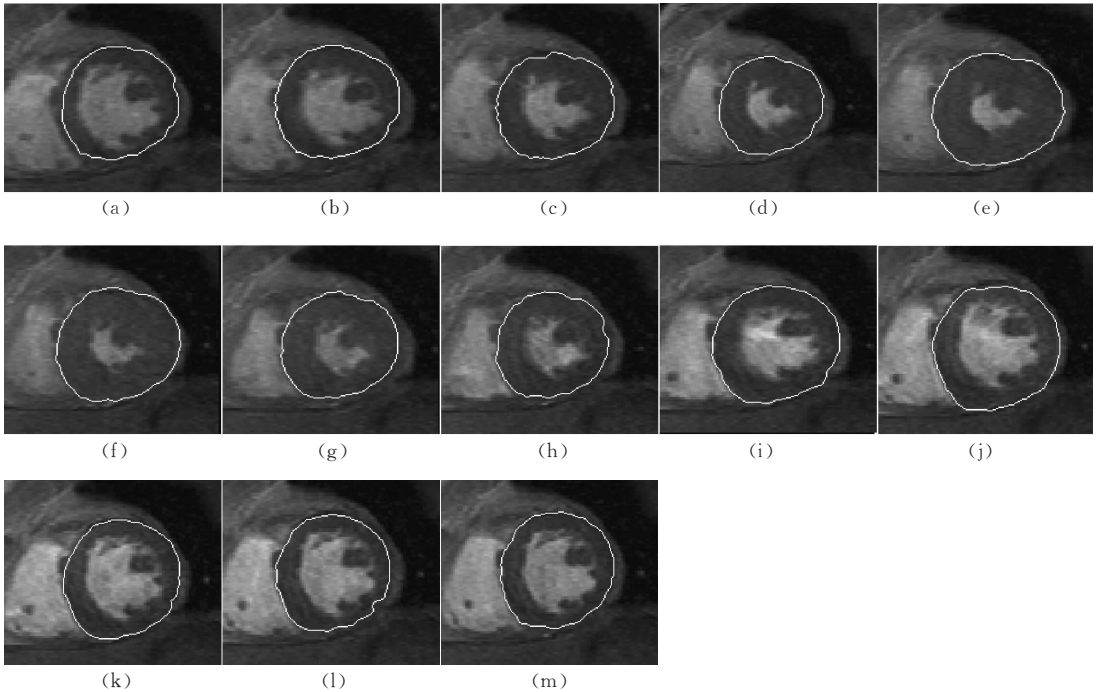


图 8 一个心动周期内一个断层上的左心室 MR 图像的外轮廓分割

## 7 结 论

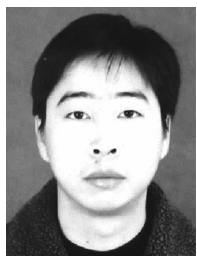
本文提出了一种改进的基于形状统计 Mumford-Shah 模型的左心室核磁共振图像外轮廓的分割方法, 实验结果证明了此方法的有效性. 考虑到左心室外轮廓的形状相对较简单, 本文采用了线性的形状统计方法. 如果要分割左心室内轮廓或其它形状变化较大的目标, 就有必要采用非线性的形状统计. 同时统计多个目标的形状, 在“重污染”条件下同时分割多个小样本目标是下一步将要研究的问题.

致 谢 作者感谢香港 Prince of Wales Hospital 提供了实验用的 Cardiac MRI 图像!

## 参 考 文 献

- 1 Paragios N. A variational approach for the segmentation of the left ventricle in MR cardiac images. *International Journal of Computer Vision*, 2002, 50(3): 345~362
- 2 Mitchell S. C., Lelieveldt B. P. F., van der Geest R. J., Bosch H. G., Reiber J. H. C., Sonka M. Multistage hybrid active appearance model matching: Segmentation of left and right ventricles in cardiac MR images. *IEEE Transactions on Medical Imaging*, 2001, 20(5): 415~423
- 3 Taleb-Ahmed A., Leclerc X., Michel T. S. Semi-automatic

- segmentation of vessels by mathematical morphology: Application in MRI. In: Proceedings of the International Conference on Image Processing, Thessaloniki, Greece, 2001, 1063~1066
- 4 Makowski P., Sørensen T. S., Therkildsen S. V., Materka A., Stødkilde-Jørgensen H., Pedersen E. M.. Two-phase active contour method for semiautomatic segmentation of the heart and blood vessels from MRI images for 3D visualization. *Computerized Medical Imaging and Graphics*, 2002, 26(1): 9~17
  - 5 Lelieveldt B. P. F., Üzümcü M., van der Geest R. J., Reiber J. H. C., Sonka M.. Multi-view active appearance models for consistent segmentation of multiple standard views: Application to long- and short-axis cardiac MR images. *International Congress Series*, 2003, 1256: 1141~1146
  - 6 Mumford D., Shah J.. Optimal approximations by piecewise smooth functions and associated variational problems. *Communication on Pure Applied Mathematics*, 1989, 42(5): 577~685
  - 7 Chan T. F., Vese L. A.. Active contours without edges. *IEEE Transactions on Image Processing*, 2001, 10(2): 266~277
  - 8 Chan T. F., Vese L. A.. Image segmentation using level sets and the piecewise-constant Mumford-Shah model. UCLA CAM; Technical Report 00-14, 2000
  - 9 Cootes T. F., Taylor C. J., Cooper D. H., Graham J.. Active shape models-their training and application. *Computer Vision and Image Understanding*, 1995, 61(1): 38~59
  - 10 Leventon M. E., Grimson W. E. L., Faugeras O.. Statistical shape influence in geodesic active contours. In: Proceedings of the Conference on Computer Vision and Pattern Recognition, Hilton Head Island, SC, 2000, 316~323
  - 11 Huang F. Z., Su J. B., Xi Y. G.. Geometric active contours for face contour extraction. *Journal of Image and Graphics*, 2003, 8(5): 546~550 (in Chinese)  
(黄福珍, 苏剑波, 席裕庚. 基于几何活动轮廓模型的人脸轮廓提取方法. *中国图象图形学报*, 2003, 8(5): 546~550)
  - 12 Cremers D., Tischhäuser F., Weickert J., Schnörr C.. Diffusion snakes: Introducing statistical shape knowledge into the Mumford-Shah functional. *International Journal of Computer Vision*, 2002, 50(3): 295~313
  - 13 Cremers D., Kohlberger T., Schnörr C.. Shape statistics in kernel space for variational image segmentation. *Pattern Recognition*, 2003, 36(9): 1929~1943
  - 14 Sonka M., Hlavac V., Boyle R.. *Image Processing, Analysis, and Machine Vision-SECOND EDITION*. Pacific Grove, CA: Brooks/Cole, 1998 (in Chinese)  
(Sonka Milan, Hlavac Vaclav, Boyle Roger 著. 艾海舟, 武勃等译. *图像处理、分析与机器视觉(第二版)*. 北京: 人民邮电出版社, 2003)
  - 15 Werman M., Weinshall D.. Similarity and affine invariant distances between 2d point sets. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 1995, 17(8): 810~814
  - 16 Dryden I. L., Mardia K. V.. *Statistical Shape Analysis*. Chichester: Wiley, 1998
  - 17 Moon T. K.. The expectation-maximization algorithm. *IEEE Signal Processing Magazine*, 1996, 13(6): 47~60
  - 18 Mikić I., Krucinski S., Thomas J. D.. Segmentation and tracking in echocardiographic sequences: Active contours guided by optical flow estimates. *IEEE Transactions on Medical Imaging*, 1998, 17(2): 274~283
  - 19 de Bruijne M., Nielsen M.. Shape particle filtering for image segmentation. In: Proceedings of the MICCAI, LNCS, Rennes, Saint-Malo, France, 2004: 168~175
  - 20 Stegmann M. B., Fisker R., and Ersbøll B. K.. Extending and applying active appearance models for automated, high precision segmentation in different image modalities. In: Proceedings of the 12th Scandinavian Conference on Image Analysis, Stavanger, Norway, 2001, 90~97
  - 21 Spreeuwens L. J., Breeuwer M.. Model-based segmentation of short-axis MR cardiac images. *International Congress Series*, 2005, 1281: 39~43
  - 22 Lorenzo-Valdés M., Sanchez-Ortiz G. I., Elkington A. G., Mohiaddin R. H., Rueckert D.. Segmentation of 4D cardiac MR images using a probabilistic atlas and the EM algorithm. *Medical Image Analysis*, 2004, 8(3): 255~265



**CHEN Qiang**, born in 1979, Ph. D. candidate. His current research interests include image processing, computer vision and pattern recognition.

**HENG Pheng Ann**, born in 1961, Ph. D., professor. His main research interests include visual reality and 3D medical imaging.

**XIA De-Shen**, born in 1941, professor, Ph. D. supervisor. His main research interests include image processing, satellite remote sense image analyzing and pattern recognition.

## Background

The research is a part of the project "Motion Reconstruction of Left Ventricle From Tagged MR Images" supported by CUHK fund from HKSAR Government under Grant No. 4180/01E and 1/00C, which is a collaborating project between the Nanjing University of Science & Technology and the Chinese University of Hong Kong. The purpose of this project is to describe the movement of the left

ventricle, and reconstruct the movement using the visualization technique. It includes the image segmentation, noise removing, tag tracking, motion reconstruction and visualization. The paper is intended to segment the left ventricle accurately which is the premise of the motion reconstruction. The project has been studied for about three years, and thirties of papers have been published.