

基于 PME 重尾分布服务时间的 M/G/1 模型排队性能研究

于 秦 毛玉明

(电子科技大学通信与信息工程学院 成都 610054)

摘 要 通信网络的业务源普遍存在着自相似性(或称为长相关性),传统的假定业务到达间隔服从负指数分布的 Poisson 模型或其改进形式已不再适用.但在利用 M/G/1 模型对自相似业务源进行排队分析时,由于重尾分布服务时间的 LST 变换无闭合形式,进行排队性能分析非常困难.该文通过引入一类混合指数分布证明此类分布服从 Pareto 重尾分布,并得到相应的 LST 变换闭合形式及服务时间渐进级数,同时将形状参数 $\gamma=3/2$ 时的服务时间及其 LST 变换推广到更一般的情形,从而较为有效地解决了重尾分布的信源排队等待时间分析问题.

关键词 PME 分布;LST 变换;M/G/1 模型;排队性能
中图法分类号 TP301

Research on the Performance Analysis of M/G/1 Queue System of Service Time with PME Heavy-Tailed Distribution

YU Qin MAO Yu-Ming

(School of Communication & Information Engineering, University of Electronic Science and Technology of China, Chengdu 610054)

Abstract The real network traffic is self-similar or long-range dependent (LRD). Basing on the assumption that traffic source arriving process is negative exponent distribution, the Poisson or modulated Poisson model already can't be applicable to the real network traffic. When analyzing the M/G/1 queuing performance of self-similar traffic sources with heavy tails, it is very difficult to get the explicit expressions of the Laplace-Stieltjes transform of the service-time distribution. This paper introduces a class of mixtures of exponential distribution and proves they are heavy-tailed Pareto distributions. By calculating the LST and asymptotic series of the service-time distribution authors analyze the steady-state waiting-time probabilities of M/G/1 queue system. The authors also extend the special case $\gamma=3/2$ to the normal case. The results show that it will be helpful to analyze the heavy-tailed waiting-time distribution of self-similar traffic sources.

Keywords PME distribution; Laplace-Stieltjes Transform; M/G/1 model; queuing performance

1 引 言

在通信网络业务的理论分析中,通常假定分组到

达为 Poisson 过程或推广的 Poisson 过程和 Bernoulli 过程,如 MMPP(Markov Modulated Poisson Process), IPP(Interrupted Poisson Process), IBP(Interrupted Bernoulli Process)等.这些模型的共同特点是只

收稿日期:2004-08-02;修改稿收到日期:2005-09-24. 本课题得到国家“八六三”高技术研究发展计划项目基金(2001AA123032)资助.
于 秦,女,1974 年生,博士研究生,主要研究方向为无线局域网、移动通信、无线接入控制与无线分组调度等. E-mail: yuqin@163.com.
毛玉明,男,1956 年生,教授,博士生导师,主要研究领域为宽带通信网、网络体系结构与协议分析、网络管理系统与协议、路由协议与技术等.

存在短时相关性,而大量研究显示,无论是在局域网还是广域网中,数据分组的到达间隔及分组长度服从重尾分布,网络业务具有统计上的自相似性(或称为长相关性)^[1~7].

在解析排队模型方面,Likhanov 等人的研究表明:通过适当的变换,自相似业务到达过程的G/D/1排队模型可以映射为 M/G/1 模型,其服务时间为 Pareto 分布且具有无限方差^[8]. 稳态等待时间在传统的排队分析中是基于服务时间 LST (Laplace-Stieltjes Transform) 变换来进行的,但当服务时间服从重尾分布时(如 Pareto 分布),其 LST 变换无闭合形式,这使得排队性能分析非常困难. Boxma 和 Cohen^[9]引入了一类混合指数分布,对 M/G/1 排队系统的稳态等待时间进行拖尾分析.

本文首先将证明该类分布仍服从 Pareto 重尾分布,是一种混合指数 Pareto 分布(Pareto Mixtures of Exponential Distribution, PME). 其次,利用 Taylor 展式和 Gamma 函数获得这类分布的 LST 变换闭合形式以及 $t > 0$ 及 $t \rightarrow \infty$ 时 PME 重尾分布服务时间的渐进级数. 最后,对 $\gamma = 3/2$ 时 PME 重尾分布进行了讨论,将文献^[9, 10]中的服务时间及 LST 变换推广到更一般的情形. 利用 Pollaczek-Khinchin 变换,对自相似业务源排队等待时间进行分析,给出了稳态等待时间的仿真结果并加以讨论.

2 重尾分布

对于非负随机变量 τ ,其分布函数 $F(t)$ 和余分布函数 $F^c(t)$ 分别为 $F(t) = P\{\tau \leq t\}$ 和 $F^c(t) = 1 - F(t)$. 当 $F^c(t)$ 满足

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \frac{F^c(t+s)}{F^c(t)} = 1, \quad s \geq 0 \quad (1)$$

定义 $F(t)$ 为重尾分布^[11].

Pareto 分布是一种常用的重尾分布,其分布函数表示式为

$$F(t) = 1 - (\beta/t)^\alpha, \quad \alpha, \beta \geq 0 \quad (2)$$

其中 $\alpha (0 < \alpha < 2)$ 为形状参数,决定分布函数拖尾的严重程度; β 为位置参数.

通常考虑 $1 < \alpha \leq 2$ 的情况,此时随机变量的均值有限且方差为无穷大,符合通信网络实际业务流情况.

3 PME 重尾分布及其 LST 变换

首先引入服从 Pareto 分布的非负随机变量 τ_γ ,

其分布函数为 $B(t, \eta)$,在此基础上得到一类混合指数 Pareto 分布(Pareto Mixtures of Exponential, PME)的分布函数 $B(t)$ 并得到 $B(t)$ 的 LST 变换闭合形式.

令 τ_η 为非负随机变量,其分布函数 $B(t, \eta)$ 为

$$B(t, \eta) = P\{\tau_\eta \leq t\} = 1 - [\eta/(\eta+t)]^\gamma \quad (3)$$

其中 γ 为常数,满足 $1 < \gamma < 2$. η 为非负随机变量,服从 Gamma 分布 $\Gamma(2 - \gamma, c^{-1})$,其概率密度函数 $f(\eta)$ 为

$$f(\eta) = \frac{c^{2-\gamma}}{\Gamma(2-\gamma)} \eta^{1-\gamma} e^{-c\eta}, \quad \eta > 0 \quad (4)$$

其中 c 和 γ 为常数,满足 $c > 0, 1 < \gamma < 2$. 由式(3)和式(4)可得 τ_η 的均值为 $\eta/(\gamma-1)$.

令 τ 为一个非负随机变量,其分布函数和余分布函数分别为 $B(t)$ 和 $B^c(t)$.

$$B(t) = P\{\tau \leq t\} = \int_0^\infty f(\eta) B(t, \eta) d\eta \quad (5)$$

由式(1) Pareto 分布的定义,当余分布函数 $F^c(t)$ 在对数坐标系下是一条斜率为 $-\alpha$ 的直线时, $F(t)$ 为 Pareto 重尾分布. 下面证明式(3)的 $B(t)$ 服从重尾分布.

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \frac{d \log B^c(t)}{d \log t} = \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{(-\gamma) \int_{\eta=0}^\infty f(\eta) [\eta/(\eta+t)]^\gamma \frac{t}{\eta+t} d\eta}{\int_{\eta=0}^\infty f(\eta) [\eta/(\eta+t)]^\gamma d\eta} = -\gamma,$$

故 $B(t)$ 为 Pareto 重尾分布. 令 μ 为平均服务率,则容易求得平均服务时间 $1/\mu$ 为 $(2-\gamma)/[c(\gamma-1)]$,其中 $1 < \gamma < 2$.

定义 $B(t)$ 的 LST $\hat{B}(s)$ 为

$$\hat{B}(s) = \int_0^\infty e^{-st} dB(t), \quad \text{Re}(s) \geq 0 \quad (6)$$

则由式(6)有

$$\begin{aligned} \hat{B}(s) &= s \int_0^\infty e^{-st} \left[1 - r \int_0^\infty \eta e^{-c\eta} (\eta+t)^{-\gamma} d\eta \right] dt \\ &= \int_{u=0}^\infty e^{-su} u^{-\gamma} \left(1 - rs \int_{\eta=0}^u \eta e^{-(c-s)\eta} d\eta \right) e^{-su} u^{-\gamma} du \\ &= 1 - rs \int_{u=0}^\infty e^{-su} u^{-\gamma} \left(\frac{1 - e^{-(c-s)u}}{(c-s)^2} - \frac{u e^{-(c-s)u}}{c-s} \right) du \end{aligned} \quad (7)$$

其中 $r = c^{2-\gamma}/\Gamma(2-\gamma)$. 对式(7)中第一部分积分,令

$$\phi = \int_{u=0}^\infty e^{-su} u^{-\gamma} (1 - e^{-(c-s)u}) du, \text{ 利用 } e^x \text{ 和 } (1+x)^m$$

的 Taylor 展式以及 Gamma 函数的性质则有

$$\phi = - \int_{u=0}^\infty e^{-su} u^{-\gamma} \sum_{n=1}^\infty \frac{(s-c)^n u^n}{n!} du$$

$$\begin{aligned}
 &= -\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(s-c)^n u^n \Gamma(n-\gamma+1)}{n! s^{n-\gamma+1}} \\
 &= \frac{c^{\gamma-1} - s^{\gamma-1}}{\gamma-1} \Gamma(2-\gamma) \tag{8}
 \end{aligned}$$

将式(8)的 ϕ 代入式(7)可得到 $1 < \gamma < 2$ 时重尾分布服务时间 $B(t)$ 的 LST 为

$$\hat{B}(s) = 1 - \frac{c^{2-\gamma}}{\gamma-1} \cdot \frac{s(c^{\gamma-1} - s^{\gamma-1})}{(c-s)^2} + \frac{s}{c-s}, \text{Re}(s) \geq 0 \tag{9}$$

其中 c 满足 $c = \mu(2-\gamma)/(\gamma-1)$, $c > 0$ 且 $c \neq s$.

这样, 我们得到式(3)重尾 PME 分布服务时间的 LST 变换闭合形式为式(9).

4 PME 重尾分布的级数表达式

在这部分将讨论 $t > 0$ 及 $t \rightarrow \infty$ 时服务时间 $B(t)$ 的渐进级数表达式, 其中 $1 < \gamma < 2$.

当 $t > 0$ 时, $B(t)$ 的余分布函数 $B^c(t)$ 为

$$\begin{aligned}
 B^c(t) &= \int_{\eta=0}^{\infty} f(\eta) B^c(t, \eta) d\eta = r \int_{\eta=0}^{\infty} \eta(\eta+t)^{-\gamma} e^{-c\eta} d\eta \\
 &= \frac{r e^{ct}}{c^{2-\gamma}} \left[\int_{ct}^{\infty} u^{1-\gamma} e^{-u} du - (ct) \int_{ct}^{\infty} u^{-\gamma} e^{-u} du \right] \\
 &= \frac{r(\gamma-1+ct)}{\gamma-1} \frac{e^{ct}}{c^{2-\gamma}} \int_{ct}^{\infty} u^{1-\gamma} e^{-u} du - \frac{r t^{2-\gamma}}{\gamma-1} \tag{10}
 \end{aligned}$$

其中, $r = c^{2-\gamma}/\Gamma(2-\gamma)$,

$$\int_{ct}^{\infty} u^{1-\gamma} e^{-u} du \stackrel{(\zeta=2-\gamma)}{=} \int_{ct}^{\infty} u^{\zeta-1} e^{-u} du,$$

$\int_{ct}^{\infty} u^{\zeta-1} e^{-u} du$ 是一个不完全 Gamma 函数 $\Gamma(\zeta, ct)$.

$$\Gamma(\zeta, ct) = \int_{ct}^{\infty} u^{\zeta-1} e^{-u} du = \Gamma(\zeta) - \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n (ct)^{\zeta+n}}{n! \zeta+n} \tag{11}$$

当 $t > 0$ 时, 由式(10)得到 $B(t)$ 的收敛级数表达式为

$$B(t) = 1 - \frac{(1-\zeta+ct)e^{ct}\Gamma(\zeta, ct) - (ct)^\zeta}{(1-\zeta)\Gamma(\zeta)} \tag{12}$$

当 $t \rightarrow \infty$ 时, 由

$$\begin{aligned}
 \lim_{t \rightarrow \infty} \Gamma(\zeta, ct) &= \\
 &= \frac{(ct)^{\zeta-1}}{e^{ct}} \sum_{m=0}^M \frac{(-1)^m \Gamma(1-\zeta+m)}{(ct)^m \Gamma(1-\zeta)} + O[(ct)^{-M-1}] \tag{13}
 \end{aligned}$$

可得 $B(t)$ 的收敛级数表达式如下

$$B(t) = 1 - \frac{(1-\zeta+ct)e^{ct} \lim_{t \rightarrow \infty} \Gamma(\zeta, ct) - (ct)^\zeta}{(1-\zeta)\Gamma(\zeta)} \tag{14}$$

通过以上推导, 我们得到 $t > 0$ 及 $t \rightarrow \infty$ 时服务时间 $B(t)$ 的渐进级数表达式如式(12)和式(14)所示. 在此基础上, 利用 Pollaczek-Khinchin 变换, 可

对自相似业务源排队等待时间进行相应分析.

5 $\gamma=3/2$ 时的 PME 重尾分布

利用重尾分布合成自相似业务源时, Hurst 系数 H 是表征自相似业务突发程度的一个重要参数. H 与重尾分布形状参数 γ 的关系满足 $H = (3-\gamma)/2$, 其中 $1 < \gamma < 2$, 故 Hurst 系数 H 的取值在 $0.5 \sim 1$ 之间. 考虑 $\gamma = 3/2$ 的情形, 此时 $H = 0.75$, 表示业务源在长时间尺度下具有正的相关结构, 即当业务在前一时段处于突发状态时它在后续时刻更可能持续其突发状态.

当 $\gamma = 3/2$ 时, 平均服务率 $\mu = c$. 根据文献[9]有

$$\hat{B}(s) = 1 - \frac{s}{(\sqrt{s} + \sqrt{c})^2} = 1 - \frac{s}{(\sqrt{s} + \sqrt{\mu})^2} \tag{15}$$

$$B(t) = 1 + \frac{2\sqrt{\mu t}}{\mu\sqrt{\pi}} - \frac{1+2\mu t}{\mu} e^{\mu t} \text{erfc}(\sqrt{\mu t}) \tag{16}$$

下面推广文献[9]的 $\hat{B}(s)$ 得到 $\hat{B}_e(s)$, 其对应的服务时间分布函数为 $B_e(t)$, 平均服务率为 μ_e (平均服务时间为 $1/\mu_e$):

$$\hat{B}_e(s) = 1 - \frac{s}{(\sqrt{s} + \sqrt{\mu_e})(\sqrt{s} + \mu_e/\sqrt{\mu_e})} \tag{17}$$

其中 $1/\mu_e = \int_0^\infty t dB_e(t) = -d\hat{B}_e(s)/ds|_{s=0}$. 不难看出, 当 $\mu_e = \mu$ 时, 式(17)退化为式(15), 所以式(17)的 $\hat{B}_e(s)$ 为式(15)的 $\hat{B}(s)$ 的一种推广形式. 当 $\mu_e \neq \mu$ 时, 由 LST 反变换可得到

$$\begin{aligned}
 B_e(t) &= 1 - \frac{1}{\sqrt{\kappa} - \sqrt{\mu}} \left\{ \left[\frac{1}{\mu\sqrt{\pi t}} - \frac{\psi(\mu t)}{\sqrt{\mu}} \right] - \right. \\
 &\quad \left. \left[\frac{1}{\kappa\sqrt{\pi t}} - \frac{\psi(\kappa t)}{\sqrt{\kappa}} \right] \right\} \tag{18}
 \end{aligned}$$

其中, $\kappa = \mu_e^2/\mu$, $\psi(t) = e \text{erfc}(\sqrt{t})$ [8].

考虑分组到达速率为 λ 、平均服务时间为 $1/\mu_e$ 、服务强度 $\rho = \lambda/\mu_e$ 且服务时间 $B_e(t)$ 如式(18)所示的 M/G/1 模型. $W_e(t)$ 为稳态等待时间的分布函数, 它的余分布函数 $W_e^c(t)$ 的 LST 变换 $\hat{W}_e^c(s)$ 可由 Pollaczek-Khinchin 公式得到

$$\hat{W}_e^c(s) = \rho \frac{1 - \hat{\beta}_e(s)}{1 - \rho \hat{\beta}_e(s)} \tag{19}$$

其中 $\hat{\beta}_e(s) = \frac{1 - \hat{B}_e(s)}{s\mu_e^{-1}} = \frac{\mu_e}{(\sqrt{s} + \sqrt{\mu_e})(\sqrt{s} + \mu_e/\sqrt{\mu_e})}$.

由 LST 反变换可求得

$$W_e^c(t) = \frac{\rho}{r_1 - r_2} [r_1 \psi(r_2^2 t) - r_2 \psi(r_1^2 t)] \quad (20)$$

其中,

$$r_1 = \frac{(\sqrt{\mu} + \mu_c/\sqrt{\mu})}{2} + \sqrt{\frac{(\sqrt{\mu} + \mu_c/\sqrt{\mu})^2}{4} - (1-\rho)\mu_c},$$

$$r_2 = \frac{(\sqrt{\mu} + \mu_c/\sqrt{\mu})}{2} - \sqrt{\frac{(\sqrt{\mu} + \mu_c/\sqrt{\mu})^2}{4} - (1-\rho)\mu_c}.$$

从式(20)得到稳态时 $W_e(t)$ 的表达式为

$$W_e(t) = 1 - \frac{\rho}{r_1 - r_2} [r_1 \psi(r_2^2 t) - r_2 \psi(r_1^2 t)] \quad (21)$$

$W_e(t)$ 的概率密度函数 $w_e(t)$ 为

$$w_e(t) = \frac{r_1 r_2 \rho}{r_1 - r_2} [r_1 \psi(r_1^2 t) - r_2 \psi(r_2^2 t)] \quad (22)$$

当 $\mu_c = \mu$ 时, $r_1 = (1 + \sqrt{\rho})\sqrt{\mu}$, $r_2 = (1 - \sqrt{\rho})\sqrt{\mu}$,

此时 $\hat{W}_e(s)$, $W_e(t)$ 和 $w_e(t)$ 分别为

$$\left\{ \begin{aligned} \hat{W}_e(s) &= (1-\rho) + \frac{(1-\rho)\sqrt{\rho\mu}/2}{\sqrt{s+(1-\sqrt{\rho})\sqrt{\mu}}} - \frac{(1-\rho)\sqrt{\rho\mu}/2}{\sqrt{s+(1+\sqrt{\rho})\sqrt{\mu}}} \\ W_e(t) &= 1 - \frac{1}{2}(1+\sqrt{\rho})\sqrt{\rho} \cdot \psi[(1-\sqrt{\rho})^2 \mu t] + \\ &\quad \frac{1}{2}(1-\sqrt{\rho})\sqrt{\rho} \cdot \psi[(1+\sqrt{\rho})^2 \mu t] \\ w_e(t) &= \frac{1}{2}(1-\rho)\sqrt{\rho\mu} \{ (1+\sqrt{\rho})\sqrt{\mu} \cdot \psi[(1+\sqrt{\rho})^2 \mu t] - \\ &\quad (1-\sqrt{\rho})\sqrt{\mu} \cdot \psi[(1-\sqrt{\rho})^2 \mu t] \} \end{aligned} \right. \quad (23)$$

式(23)与文献[9]中给出的结果一致,因此式(17)是对文献[9] $\gamma=3/2$ 情形时的推广.

6 仿真结果与分析

考虑式(12)中常数 $c=1$ 的情形. 在 $\gamma=7/4, 3/2, 5/4$, 分别令 $\rho=0.9, 0.5, 0.1$, 根据 Pollaczek-Khinchin 公式并利用 MAPLE 软件进行数值计算得到稳态等待时间的分布函数 $W(t)$ 的数值结果, 见表 1. 其中时间变量 t 的取值从 1 到使得 $W(t)$ 的值等于 0.999.

利用表 1 的数值结果做出两种情况下的 $W(t)$ 折线图: (1) γ 取值相同, 而 ρ 的取值不同(分别如图 1 的 (a), (b), (c) 所示); (2) ρ 取值相同, 而 γ 的取值不同(分别如图 2 的 (a), (b), (c) 所示).

图 1 中的 (a), (b) 和 (c) 分别为同一形状参数 γ 对应于不同服务强度 ρ 的稳态服务时间分布函数 $W(t)$. 由图可见: (1) 随着 t 的增大, $W(t)$ 趋近于 1; (2) 对应于相同的形状参数 γ , 服务强度 ρ 越大, 相同 t 值对应的 $W(t)$ 值越小, 故 ρ 为 0.9 所对应的 $W(t)$ 折线总是位于 ρ 为 0.5 和 0.1 的折线的下方; (3) 对应于相同的形状参数 γ , ρ 越小, $W(t)$ 的变化越平缓, 其对应的折线越平坦, 反之, $W(t)$ 的变化越快, 其对应的折线陡峭, 但在趋近于 1 时其拖尾也越长.

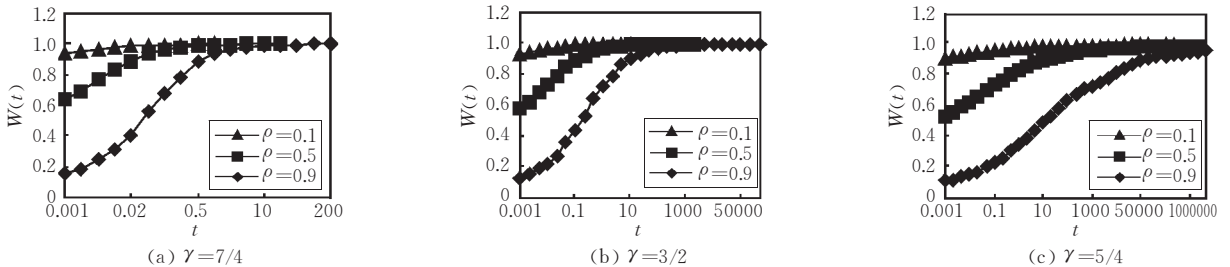


图 1 相同 γ 值对应于不同 ρ 的 $W(t)$ 性能比较

图 2 中的 (a), (b) 和 (c) 分别给出了相同服务强度 ρ 对应于不同形状参数 γ 的稳态服务时间分布函数. 由图可见: (1) 随着 t 的增大, $W(t)$ 趋近于 1; (2) 对应于相同的服务强度 ρ , 形状参数 γ 的取值越大, 相同 t 值对应的 $W(t)$ 值越大, 故 γ 为 5/4 所对

应的 $W(t)$ 折线总是位于 γ 为 3/2 和 7/4 的折线的下方; (3) 对应于相同的服务强度 ρ , 形状参数 γ 越小, $W(t)$ 的变化越平缓, 其对应的折线越平坦, 在趋近于 1 时其拖尾越长, 反之, $W(t)$ 的变化越快, 其对应的折线陡峭, 在趋近于 1 时拖尾也越短.

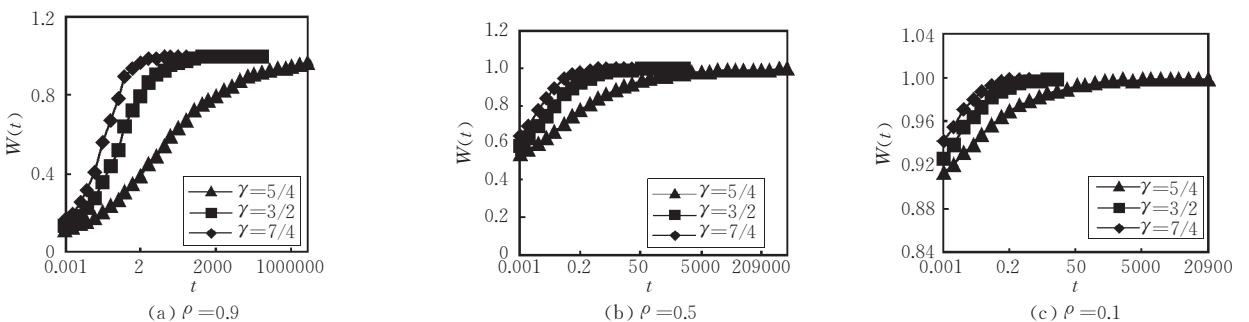
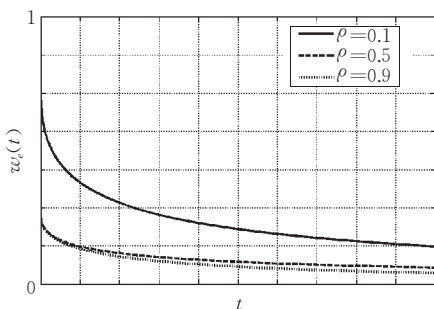


图 2 相同 ρ 值对应于不同 γ 的 $W(t)$ 性能比较

表 1 稳态等待时间的分布函数 $W(t)$

t	$W(t)$								
	$\gamma=7/4$			$\gamma=3/2$			$\gamma=5/4$		
	$\rho=0.9$	$\rho=0.5$	$\rho=0.1$	$\rho=0.9$	$\rho=0.5$	$\rho=0.1$	$\rho=0.9$	$\rho=0.5$	$\rho=0.1$
1	0.15798	0.63609	0.94204	0.13319	0.58377	0.92573	0.11456	0.53881	0.91341
2	0.18901	0.69092	0.95509	0.15144	0.62268	0.93841	0.12276	0.55904	0.9199
5	0.25121	0.77380	0.97118	0.18722	0.68642	0.95374	0.13823	0.59406	0.93026
10	0.31925	0.83592	0.98083	0.22545	0.73988	0.96450	0.15386	0.62553	0.93866
20	0.40839	0.88948	0.98783	0.27519	0.79291	0.97361	0.17309	0.65954	0.94686
50	0.55526	0.94020	0.99362	0.36008	0.85514	0.98272	0.20417	0.70551	0.95671
100	0.67561	0.96398	0.99616	0.43778	0.89300	0.98763	0.23192	0.73927	0.96319
200	0.78523	0.97864	0.99770	0.52353	0.92242	0.99119	0.26319	0.77107	0.9688
500	0.89001	0.98935	0.99884	0.63944	0.95012	0.99441	0.30953	0.80922	0.97501
1000	0.93678	0.99371	0.99900	0.72053	0.96453	0.99604	0.34796	0.83485	0.9789
2000	0.96383	0.99628		0.79017	0.97484	0.99720	0.38879	0.85767	0.9822
5000	0.98248	0.99814		0.86131	0.98406	0.99823	0.44548	0.88374	0.9858
10000	0.98977	0.99889		0.90027	0.98872	0.99875	0.48957	0.90059	0.98803
20000	0.99399	0.99900		0.92885	0.99202	0.99900	0.53391	0.91522	0.98992
50000	0.99700			0.95475	0.99495		0.59168	0.93153	0.99197
100000	0.99822			0.96795	0.99643		0.63385	0.94187	0.99324
200000	0.99900			0.97731	0.99748		0.67406	0.95072	0.99431
500000				0.98564	0.99840		0.72342	0.96047	0.99547
1.00E+6				0.98985	0.99887		0.75748	0.96657	0.99619
1.27E+6				0.99037	0.99900		0.75821	0.96893	0.99745
2.00E+6				0.99282			0.78853	0.97176	0.99679
5.00E+6				0.99546			0.82489	0.97743	0.99745
1.00E+7				0.99679			0.84894	0.98096	0.99785
2.00E+7				0.99773			0.87017	0.98395	0.99819
5.00E+7				0.99856			0.89424	0.98720	0.99856
1.00E+8				0.99898			0.90973	0.98922	0.99879
1.03E+8				0.99900			0.91963	0.99031	0.99881
2.00E+8							0.92312	0.99092	0.99898
2.09E+8							0.93542	0.99176	0.99900
5.00E+8							0.93800	0.99277	
1.00E+9							0.94742	0.99391	
2.00E+9							0.95546	0.99488	
5.00E+9							0.96430		

特别地,当 $\gamma=3/2$ 时, $\mu=1$. 由式(23), 服务强度 ρ 分别取 0.9, 0.5, 0.1 时所对应的概率密度函数 $w_e(t)$ 的曲线如图 3 所示. 由图可见, 服务强度 $\rho=0.5$ 对应的概率密度函数 $w_e(t)$ 的曲线位置最高, 其曲线变化相对其它 ρ 值更陡峭. 当服务强度 ρ 取 0.9 和 0.1 时, 概率密度函数 $w_e(t)$ 曲线起点值相同, 均为 0.09, 随着 t 的增长, ρ 越小则概率密度变化越缓慢, 对应的曲线越平坦.

图 3 概率密度函数 $w_e(t)$ ($\gamma=3/2$)

7 结 论

传统的对通信网络业务排队分析中的等待时间是基于负指数服务时间, 通常利用 LST 变换方法来分析, 但当服务时间的概率密度函数服从 Pareto 分布时其 LST 变换无闭合形式. 因此, 利用 M/G/1 模型对自相似业务源进行排队分析非常困难. 本文通过引进一类服从重尾分布的混合指数 Pareto 分布, 利用 Taylor 展式和 Gamma 函数得到相应的 LST 变换闭合形式及服务时间渐进级数, 并将形状参数 $\gamma=3/2$ 时的服务时间及其 LST 变换推广到更一般的情形, 较为有效地解决了基于 M/G/1 模型的信息源排队等待时间分析问题. 此外, 利用此类 PME 分布合成自相似业务流进行建模、排队分析、网络性能、流量控制和资源配置等值得深入研究.

参 考 文 献

- 1 Leland W. E. , Taqqu M. S. , Willinger W. , Wilson D. V. . On the self-similar nature of Ethernet traffic (extended version). *IEEE/ACM Transactions in Networking*, 1994, 2(1): 1~15
- 2 Willinger W. , Taqqu M. S. , Leland W. E. , Wilson D. V. . Self-similarity in high-speed packet traffic: Analysis and modeling of Ethernet traffic measurements. *Statistical Science*, 1995, 10: 67~85
- 3 Song S. , Ng J. K. Y. , Tang B. . Some results on the self-similarity property in communication networks. *IEEE Transactions on Communications*, 2004, 52 (10): 1636~1642
- 4 Yu Qin, Mao Yu-Ming. Performance analysis of M/G/1 queue system of service time with PME heavy-tailed distribution. In: *Proceedings of the 2004 International Conference on Information and Communication Technologies*, Bangkok, Thailand, 2004, 228~233
- 5 Yu Qin, Mao Yu-Ming, Wang Tai-Jun, Wu Fan. Hurst parameter estimation and characteristic analysis of aggregated wireless LAN traffic. In: *Proceedings of the 2005 International Conference on Communications, Circuits and Systems*, Hong Kong, China, 2005, 339~345
- 6 Yu Qin, Mao Yu-Ming, Wu Fan, Wang Tai-Jun. Self-similar traffic aggregation and modeling in wireless access networks. In: *Proceedings of the 4th International Conference on Optical Internet*, Chongqing, China, 2005, 591~596
- 7 Paxson V. , Floyd S. . Wide area traffic: The failure of Poisson modeling. *IEEE/ACM Transactions in Networking*, 1995, 3: 226~244
- 8 Likhanov N. , Tsybakov B. , Georganas N. D. . Analysis of an ATM buffer with self-similar ("fractal") input traffic. In: *Proceedings of the INFOCOM'95*, 1995, 3: 985~992
- 9 Boxma O. J. , Cohen J. W. . The M/G/1 queue with heavy-tailed service time distribution. *IEEE Journal on Selected Areas in Communications*, 1998, 16(5): 749~763
- 10 Abate J. , Whitt W. . Explicit M/G/1 waiting-time distributions for a class of long-tail service-time distributions. *Operations Research Letters*, 1999, 25: 25~31
- 11 Sigman K. . Appendix: A primer on heavy-tailed distributions. *Queueing Systems*, 1999, 33: 261~275



YU Qin, born in 1974, Ph. D. candidate. Her research interests include wireless networks, mobile communication, wireless access control and wireless TCP.

MAO Yu-Ming, born in 1956, professor, Ph. D. supervisor. His main research interests include wideband communication networks, wireless mobile communication, network management and TCP/IP protocol.

Background

This work is supported by the National High Technology Research and Development Program (863 Program) of China under grant by the National High Technology Research and Development Program (863 Program) of China under grant No. 2001AA 123032, which focuses mainly on studying the self-organizing technology of wireless mobile networks and consists of seven major parts, i. e. , self-organizing algorithm and protocol for wireless mobile networks, dynamic routing algorithm and protocol for self-organizing mobile networks, dynamic self-organizing network topology discovery and forming, wireless traffic characteristics analyzing and modeling, wireless packets fair scheduling and congestion control algorithms, real-time traffic transmitting techniques, TCP/IP-based wireless networking experimental system establishing.

The sub-research group concentrates on the traffic properties analyzing and modeling in wireless mobile self-organizing network, because detailed analysis and accurate modeling of network traffic are necessary for estimating the future traffic variation, implementing congestion control, optimizing network resource allocation and guaranteeing Quality of Service. They have made major contributions to collect and process the traffic data in wireless mobile self-organizing experimental system, to analyze the traffic scaling characteristics under different time scales, to model the network traffic by different models and compare their performance, to analyze the queue performance of multi-scaling traffic input, to forecast the traffic variation and implement the network congestion control.