

# 圆对称轮廓波变换的构造

练秋生 孔令富

(燕山大学信息科学与工程学院 秦皇岛 066004)

**摘 要** 提出了具有类似于视皮层变换频带划分的圆对称轮廓波变换. 在该变换中, 圆对称滤波器组将图像分解为多个不同分辨率的细节子带和一个低频子带, 方向滤波器组再将各细节子带分解为方向子带. 文中利用遗传算法设计满足重构要求的圆对称滤波器组, 应用伯恩斯坦多项式设计的映射函数将  $9/7$  双正交滤波器组映射为扇形滤波器组. 利用自适应阈值法对 Lena 图像去噪的实验结果表明, 两种圆对称轮廓波变换 (CSCT1 和 CSCT2) 的去噪性能与轮廓波变换相比有显著提高.

**关键词** 轮廓波变换; 圆对称滤波器组; 伯恩斯坦多项式; 遗传算法; 图像去噪

中图法分类号 TP391

## Construction of the Circular Symmetric Contourlet Transform

LIAN Qiu-Sheng KONG Ling-Fu

(Institute of Information Science and Technology, Yanshan University, Qinhuangdao 066004)

**Abstract** The contourlet transform is a novel multiscale geometric analysis method. It can represent geometric features such as edges and texture more effectively than wavelet transform. In this paper, the circular symmetric contourlet transform (CSCT) which has similar frequency partition with cortex transform is proposed. In the CSCT, the circular symmetric filter banks decomposes image into multi-resolution detail subbands and one low-frequency subband, and the detail subbands are decomposed into directional subbands by directional filter bank. The circular symmetric filter bank satisfying reconstruction conditions is designed by genetic algorithm. The  $9/7$  biorthogonal filter bank is mapped to fan filter bank by the mapping function which derived from the Bernstein polynomial. Denoising experiments for Lena image using adaptive thresholding show that the denoising performance of the CSCT1 and CSCT2 outperform the contourlet transform significantly.

**Keywords** contourlet transform; circular symmetric filter bank; Bernstein polynomials; genetic algorithm; image denoising

## 1 引 言

小波是表示具有点奇异性目标函数的最优基, 而对于二维图像信号, 其奇异性主要是由边缘和轮廓产生. 由于常用的二维小波是由两个一维正交小

波的张量积形成, 其方向选择性非常有限 (只有水平、垂直、对角线三个方向), 它不能以最稀疏的方式表示图像的轮廓及边缘信息, 小波不是表示图像的最优基<sup>[1]</sup>, 这就使得小波变换在处理二维图像时表现出一定的局限性. 为此人们提出了一系列多尺度几何分析方法, 如 Candes 和 Donoho 等提出的

ridgelet 变换<sup>[2]</sup>和 curvelet 变换<sup>[1,3]</sup>。Ridgelet 是在  $R^2$  空间中定义的多方向小波,在离散二维空间中要借助 Randon 变换及一维小波变换实现,它是表示具有直线边缘图像的最优基。曲线波是脊波的推广,它结合了分块脊波变换和子带分解算法,具有良好的空域和频域局部性及非线性逼近性能,是表示具有二阶可微的平滑曲线边缘图像的最优基。脊波和曲线波均为图像的高冗余表示,其冗余度分别为 4 和  $16J+1$  ( $J$  为分解级数)。借鉴 curvelet 的思想,Do 等提出了一种低冗余度多分辨率多方向图像变换,即轮廓波变换(contourlet transform)<sup>[4,5]</sup>,它继承了 curvelet 变换的诸多优点,而冗余度仅为  $4/3$ 。但轮廓波变换也存在不足:轮廓波变换的基函数光滑度不理想,存在频谱混淆现象,从而削弱了它的频域局部性和方向选择性。针对轮廓波变换的这些局限,本文构造了一种新的轮廓波变换。

## 2 轮廓波变换

图 1 是轮廓波变换的原理图,它由拉普拉斯塔式分解和方向滤波器组(Directional Filter Banks, DFB)实现。拉普拉斯塔式分解把原始图像分解为低频子带和高频子带<sup>[6]</sup>。其中低频子带是由原始图像经过二维低通滤波和隔行隔列下抽样产生。低频子带经过上抽样和低通滤波后形成与原始图像尺寸相同的低频分量,原始图像减去这个低频分量形成高频子带。高频子带再经过方向滤波器组分解为  $2^i$  个方向子带( $i$  为任意正整数,对于不同的分辨率, $i$  可以取不同值)<sup>[7]</sup>。对低频子带重复上述过程可实现图像的多分辨率、多方向分解。在实现轮廓波变换时,

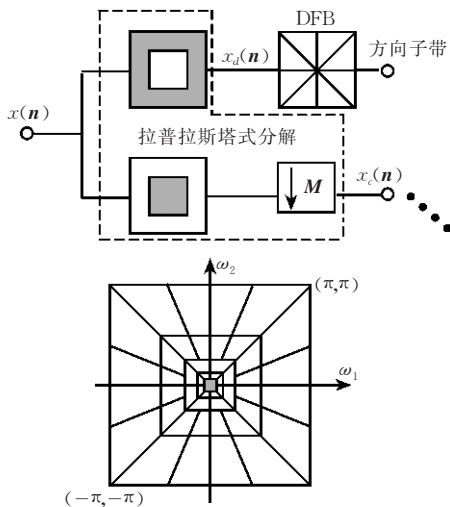


图 1 轮廓波变换的原理图及其频带划分

拉普拉斯塔式分解中的两个滤波器均为二维可分离双正交滤波器组<sup>[6]</sup>,它们的带宽大于  $\pi/2$ ,根据多抽样率理论<sup>[8]</sup>,对滤波后的图像进行隔行隔列下抽样会产生频谱混淆,因此低频和高频子带均有频谱混淆现象。而各方向子带是由高频子带经过 DFB 形成,这意味着方向子带也同样存在频谱混淆现象。

## 3 圆对称轮廓波变换

为去除轮廓波变换的频谱混淆现象,增强它的方向选择性,本文利用圆对称滤波器组和 DFB 构造了图 2 所示的圆对称轮廓波变换。圆对称轮廓波变换(CSCT)有 CSCT1 和 CSCT2 两种形式,这两种变换的区别在于 CSCT2 利用  $Lo_0$  和  $Hi_0$  将 CSCT1 的最高频子带分解为两个尺度。从图 1 可以看出,在轮廓波变换的频带划分中,各方向子带的频域支撑区均为梯形;而在圆对称轮廓波变换频带划分中,除最高分辨率的方向子带外,其余方向子带的频域支撑区均为扇形(见图 2(c)),这与视觉皮层变换(cortex transform)是一致的,而视觉皮层变换是直接根据大脑视觉皮层中的视觉感知细胞感受野的频

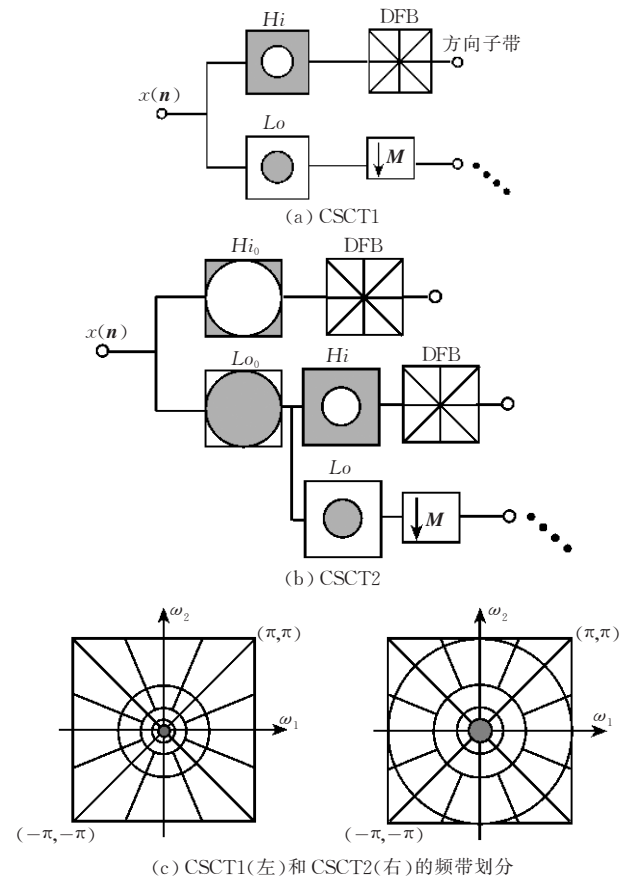


图 2 两种圆对称轮廓波变换的原理图及其频带划分

域特性而构造的<sup>[9]</sup>,因此圆对称轮廓波变换更符合人眼视觉特性。

从图 2 可以看出,图像经  $Hi$  高通滤波后直接进行方向分解形成方向子带,没有拉普拉斯塔式分解中的下抽样和上抽样过程,因此高频子带不存在频谱混淆现象.为避免低频子带产生频谱混淆现象,低通滤波器  $Lo$  的带宽必须小于  $\pi/2$ ,即  $Lo$  应满足

$$Lo(\omega) = 0, \quad |\omega| = \sqrt{\omega_1^2 + \omega_2^2} \geq \pi/2 \quad (1)$$

为满足重构条件,CSCT2 中的  $Hi_0$  和  $Lo_0$  应满足

$$Hi_0^2(\omega) + Lo_0^2(\omega) = 1 \quad (2)$$

$Lo$  的频域支撑区是半径为  $\pi/2$  的圆,因此对低通滤波后的信号进行隔行隔列抽样不会产生频谱混淆现象.由于方向滤波器组本身满足重构条件,只要圆对称滤波器组满足相应的重构条件,则可以保证圆对称轮廓波变换是可逆的.图 3 是利用  $Hi, Lo$  对图像进行一级分解及重构的原理图。

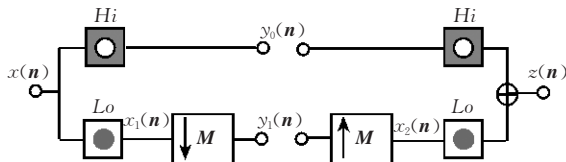


图 3 图像的一级圆对称分解与重构

图 3 中的  $x_2(n)$  是  $x_1(n)$  经隔行隔列下抽样和上抽样得到,根据多抽样率理论容易推导出<sup>[8]</sup>

$$X_2(\omega) = \frac{1}{|\det(\mathbf{M})|} \sum_{i=0}^{|\det(\mathbf{M})|-1} X_1(\omega - 2\pi\mathbf{M}^{-T}\mathbf{k}_i) \quad (3)$$

式中  $\mathbf{M}$  为抽样矩阵:

$$\mathbf{M} = \text{diag}(2, 2), \quad \mathbf{M}^{-T} = (\mathbf{M}^T)^{-1} = \text{diag}(1/2, 1/2), \\ |\det(\mathbf{M})| = 4, \quad \mathbf{k}_i \text{ 为 } \mathbf{M} \text{ 的陪集矢量, 将 } X_1(\omega) = X(\omega)Lo(\omega) \text{ 代入式(3)得}$$

$$X_2(\omega) = \frac{1}{4} \sum_{i=0}^3 X(\omega - \pi_i) Lo(\omega - \pi_i) \quad (4)$$

式中

$$\begin{aligned} \pi_0 &= (0, 0)^T, & \pi_1 &= (\pi, 0)^T, \\ \pi_2 &= (0, \pi)^T, & \pi_3 &= (\pi, \pi)^T. \end{aligned}$$

从图 3 可以看出:

$$Z(\omega) = Y_0(\omega)Hi(\omega) + X_2(\omega)Lo(\omega) \quad (5)$$

将式(4)及  $Y_0(\omega) = X(\omega)Hi(\omega)$  代入式(5)得

$$Z(\omega) = X(\omega) \left[ Hi^2(\omega) + \frac{1}{4} Lo^2(\omega) \right] + \\ \frac{1}{4} \sum_{i=1}^3 X(\omega - \pi_i) Lo(\omega - \pi_i) Lo(\omega) \quad (6)$$

由式(1)可知,  $Lo(\omega)$  与  $Lo(\omega - \pi_1), Lo(\omega - \pi_2), Lo(\omega - \pi_3)$  无重叠区域,因此上式的最后一项为 0,即

$$Z(\omega) = X(\omega) \left[ Hi^2(\omega) + \frac{1}{4} Lo^2(\omega) \right] \quad (7)$$

在图 3 中,重构图像的傅里叶变换  $Z(\omega)$  应与原始图像的傅里叶变换  $X(\omega)$  相等,因此上式简化为

$$Hi^2(\omega) + \frac{1}{4} Lo^2(\omega) = 1 \quad (8)$$

式(1),(2)和式(8)是圆对称滤波器组必须满足的重构条件。

## 4 滤波器组设计

轮廓波变换中采用基于提升结构的 PKVA 扇形滤波器组<sup>[10]</sup>为基本单元,以适当的方向进行级联构造 DFB 实现方向分解,其缺点是扇形滤波器组的空域尺寸相差悬殊(分别为  $43 \times 43$  和  $25 \times 25$ ),这意味着分解端和重构端的基函数有较大区别,而在多分辨率分析中往往要求两端的基函数尽量接近以达到较好的处理性能.为此本节提出一种基于一维 9/7 双正交滤波器组和映射技术的扇形滤波器组设计方法。

映射技术是设计二维滤波器组的有效方法,任何一维滤波器都可以通过二维映射函数  $M$  转换为二维滤波器.为满足重构条件, $M$  须满足下列约束条件<sup>[11]</sup>:  $M(z_1, z_2) = -M(-z_1, -z_2)$ . 在  $Z$  变换域用  $M(z_1, z_2)$  代替  $Z = (z + z^{-1})/2$ ,在频域相当于用  $M(\omega_1, \omega_2)$  代替  $\cos(\omega)$ . 为保证映射后的二维滤波器的频域支撑区为扇形,一维滤波器和二维滤波器有以下对应关系:  $0 \rightarrow (0, \pi), \pi \rightarrow (\pi, 0), \pi/2 \rightarrow (\omega, \omega)$ ,因此映射函数在频域还应满足  $M(\omega, \omega) = 0, M(\pi, 0) = -1, M(0, \pi) = 1$ . 这也意味着  $M(\omega_1, \omega_2)$  的支撑区本身也应是扇形。

本文利用伯恩斯坦多项式设计映射函数.伯恩斯坦多项式具有最平坦特性,任何定义在单位正方形  $[0, 1] \times [0, 1]$  上的二维有界函数都能用伯恩斯坦多项式逼近<sup>[12]</sup>:

$$f_N(x, y) = \sum_{j=0}^N \sum_{i=0}^N f\left(\frac{i}{N}, \frac{j}{N}\right) B_{N,i}(x) B_{N,j}(y) \quad (9)$$

式中  $B_{N,i}$  为一维伯恩斯坦多项式.令

$$x = (1 - Z_1)/2, \quad Z_1 = \cos\omega_1 = (z_1 + z_1^{-1})/2 \quad (10)$$

$$y = (1 - Z_2)/2, \quad Z_2 = \cos\omega_2 = (z_2 + z_2^{-1})/2 \quad (11)$$

将它们代入式(9),则  $\omega_1 \omega_2$  平面的扇形区域转换为  $xy$  平面的三角形,因此  $f$  在单位正方形  $[0, 1] \times [0, 1]$  上的抽样点应按以下方式取值:

$$f\left(\frac{i}{N}, \frac{j}{N}\right) = \begin{cases} 1, & i < j \\ 0, & i = j \\ -1, & \text{其它} \end{cases} \quad (12)$$

令  $M(z_1, z_2) = f_N(z_1, z_2)$  得到映射函数, 利用该映射函数将一维 9/7 双正交滤波器组映射为二维扇形滤波器组. 图 4(a) 列出了当  $N=3$  时扇形滤波器组的幅频特性, 其空域尺寸分别为  $19 \times 19$  和  $25 \times 25$ .

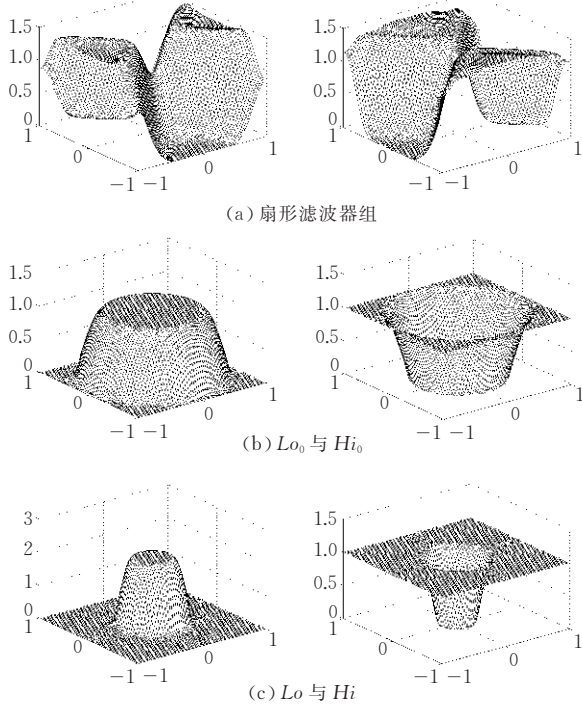


图 4 滤波器组的幅频特性

圆对称轮廓波变换中的圆对称滤波器组利用遗传算法设计. 遗传算法(GA)是基于达尔文进化理论的全局概率寻优算法<sup>[13]</sup>, 它根据适者生存的进化规则, 对种群中的染色体进行交叉、突变、选择等遗传操作搜索最优解. 为保证线性相位及稳定性,  $Hi$  和  $Lo$  均采用空域对称(四象限对称且对角线对称)的二维有限长滤波器, 其冲激响应  $hi$  与  $lo$  具有式(13)所示的形式(为书写方便, 假设滤波器的空域尺寸为  $5 \times 5$ , 矩阵的中心是滤波器的原点).

$$lo = \begin{bmatrix} v_3 & v_2 & v_1 & v_2 & v_3 \\ v_2 & c & b & c & v_2 \\ v_1 & b & a & b & v_1 \\ v_2 & c & b & c & v_2 \\ v_3 & v_2 & v_1 & v_2 & v_3 \end{bmatrix}, \quad hi = \begin{bmatrix} u_5 & u_4 & u_2 & u_4 & u_5 \\ u_4 & u_3 & u_1 & u_3 & u_4 \\ u_2 & u_1 & d & u_1 & u_2 \\ u_4 & u_3 & u_1 & u_3 & u_4 \\ u_5 & u_4 & u_2 & u_4 & u_5 \end{bmatrix} \quad (13)$$

采用浮点数对染色体编码, 每一条染色体用向量  $U$  来表示:  $U = (v_1, v_2, \dots, v_k, u_1, u_2, \dots, u_{k+2})$ . 前  $k$  个元素是二维低通滤波器  $Lo$  的系数, 后  $k+2$  个元素是二维高通滤波器  $Hi$  的系数. 在进化过程中,  $Hi$  和  $Lo$  必须满足一定的约束条件.  $Hi$  为高通滤波器, 因此  $Hi(\pi_0) = 0$ , 根据式(8)得  $Lo(\pi_0) = 2$ . 另

外由式(6)可知, 为避免直流成分在下抽样及上抽样后泄漏到  $\pi_1, \pi_2, \pi_3$  引起高频干扰,  $Lo$  必须满足:  $Lo(\pi_1) = Lo(\pi_2) = Lo(\pi_3) = 0$ . 给定一条染色体  $U$ , 由这几个约束条件可确定  $a, b, c, d$ , 即  $Hi$  和  $Lo$  由  $U$  唯一确定. 根据式(8),  $U$  的适应度函数可定义为

$$fit(U) = - \left\{ \int_{\omega \in \Omega} |Hi^2(\omega) + Lo^2(\omega) / 4 - 1| d\omega + \int_{\omega \in \Omega_p} |Lo(\omega) - 2|^2 d\omega + \int_{\omega \in \Omega_s} |Lo(\omega)|^2 d\omega \right\} \quad (14)$$

式中  $\Omega$  为  $[-\pi, \pi] \times [-\pi, \pi]$ , 通带  $\Omega_p$  是  $|\omega| < \pi/4$  的圆, 阻带  $\Omega_s$  是  $\Omega$  中  $|\omega| > \pi/2$  的区域. 同样可用遗传算法设计  $Lo_0$  和  $Hi_0$ , 这时适应度函数根据式(2)改为

$$fit(U) = - \left\{ \int_{\omega \in \Omega} |Hi_0^2(\omega) + Lo_0^2(\omega) - 1| d\omega + \int_{\omega \in \Omega_p} |Lo_0(\omega) - 1|^2 d\omega + \int_{\omega \in \Omega_s} |Lo_0(\omega)|^2 d\omega \right\} \quad (15)$$

式中通带  $\Omega_p$  是  $|\omega| < \pi/2$  的圆, 阻带  $\Omega_s$  是  $\Omega$  中  $|\omega| > \pi$  的区域. 另外为确保高频子带不含直流成分, 在进化过程中  $Lo_0$  和  $Hi_0$  应满足下列约束条件:  $Lo_0(\pi_0) = 1, Hi_0(\pi_0) = 0$ . 图 4(b) 和图 4(c) 是采用线性交叉、非均匀突变、轮盘选择等遗传算子<sup>[13]</sup> 进化 7 万代的设计结果(4 个圆对称滤波器的空域尺寸为  $25 \times 25$ ). 将设计的圆对称滤波器组结合方向滤波器组对标准 Lena 图像进行 4 级圆对称轮廓波变换(包括 CSCT1 和 CSCT2), 重构图像的峰值信噪比(PSNR)分别为 58.56dB 和 63.94dB, 完全能够满足应用要求.

图 5 列出了轮廓波变换及 CSCT1 和 CSCT2 的基函数及其对应的频谱(为节省篇幅, 只列出了其中一个尺度一个方向的基函数). 从图 5 可以看出, 圆对称轮廓波变换的基函数的频域支撑为扇形, 与轮

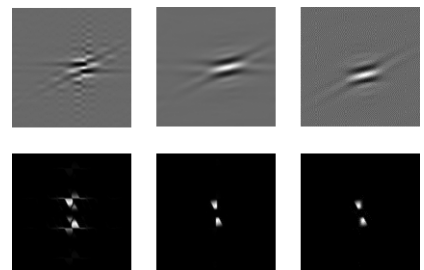


图 5 轮廓波变换、CSCT1 和 CSCT2 的基函数(从左到右)以及对应的(下一行)频谱

廓波变换相比,圆对称轮廓波变换的基函数的光滑度(即正则性)高,并且没有明显的频谱混淆现象,方向选择性更强;而轮廓波变换的基函数则有明显的频谱混淆现象,这意味着同一方向、同一频率的信息会在几个方向子带中同时出现,从而削弱了轮廓波变换的频域局部性和方向选择性。

## 5 圆对称轮廓波变换的应用

圆对称轮廓波变换不仅具有小波变换的多分辨率特性及时(空)频局部性,还具备良好的方向选择性,它在图像处理中有广泛的应用前景.这里给出圆对称轮廓波变换在图像去噪中的一个应用实例.本文在圆对称轮廓波变换域中应用自适应阈值法<sup>[14]</sup>实现图像去噪:

$$\hat{y} = \text{sign}(y) \max(0, |y| - (k\sigma_n^2/\sigma)) \quad (16)$$

式中  $\text{sign}$  为符号函数,  $y$  为含噪图像圆对称轮廓波变换系数,  $\hat{y}$  为原图像圆对称轮廓波变换系数的估计值,  $\sigma$  为  $\hat{y}$  的局部标准差,  $\sigma_n^2$  为  $y$  所对应的方向子带的噪声方差.对  $\hat{y}$  进行圆对称轮廓波逆变换即可实现图像去噪.

在式(16)中,  $k$  的取值大小对去噪性能有显著影响.在文献<sup>[14]</sup>中利用小波和自适应阈值法实现图像去噪时,  $k=1$ .但在轮廓波变换和圆对称轮廓波变换域中,若  $k$  仍取 1 则会过多地平滑掉原图像中的细节.在实验中利用叠加有零均值不同均方差白噪声的 Lena 图像作为测试图像,图像大小为  $512 \times 512$ .变换级数为 4,各级的方向数分别为 8, 8, 4, 4.由表 1 可以看出,利用 CSCT1 和 CSCT2 对加噪 Lena 图像去噪后的 PSNR 平均值明显高于轮廓波变换,CSCT2 的 PSNR 平均值明显高于 CSCT1.当式(16)中的  $k=1$  时,去噪图像的峰值信噪比(PSNR)平均值比轮廓波变换分别提高 0.99dB 和 1.40dB;当  $k=3/4$  时,去噪图像的 PSNR 平均值比轮廓波变换分别提高 0.85dB 和 1.24dB.当  $k$  取  $3/4$  时 PSNR 平均值虽然比  $k$  取 1 略有降低,但对比图 6(e)和图 6(f)可以看出  $k$  取  $3/4$  时能更多地保持图像的边缘细节.另外需要注意当噪声强度较大时(均方差大于 30),CSCT2 的去噪性能与 CSCT1 相比并没有表现出明显优势,这是因为 CSCT2 与 CSCT1 相比只是对高频细节子带的频带划分更精细,但是当噪声强度较大时,高频细节信息已经完全

淹没在噪声中.

表 1 Lena 图像去噪后的峰值信噪比(单位: dB)

	PSNR			
	10	20	30	40
加噪图像	28.12	22.13	18.60	16.08
轮廓波去噪( $k=1$ )	33.94	30.64	28.77	27.50
轮廓波去噪( $k=3/4$ )	33.92	30.71	28.85	27.56
CSCT1 去噪( $k=1$ )	34.47	31.58	29.92	28.83
CSCT1 去噪( $k=3/4$ )	34.29	31.42	29.91	28.80
CSCT2 去噪( $k=1$ )	35.11	32.14	30.23	28.96
CSCT2 去噪( $k=3/4$ )	34.98	31.99	30.16	28.85

注:其中 10,20,30,40 为噪声均方差.

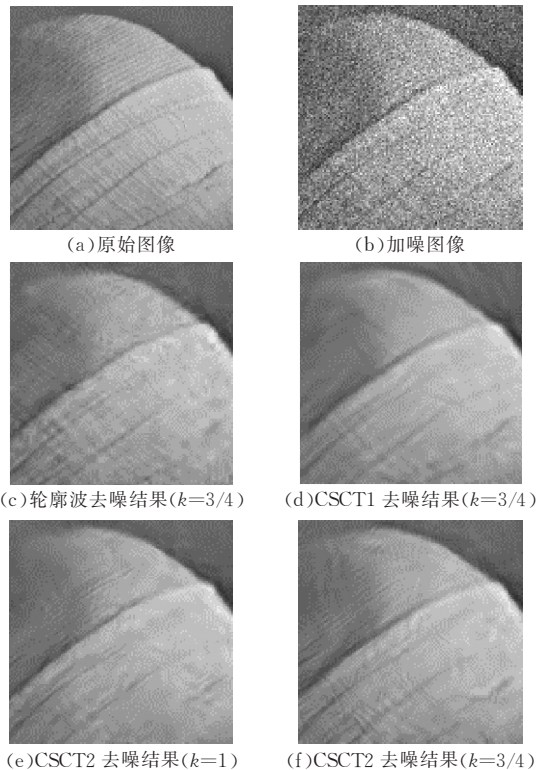


图 6 Lena 图像去噪实验结果(为便于观察,图中只画出 Lena 图像的帽子部分.各图的噪声均方差=20)

## 6 结 论

针对轮廓波变换的不足,本文提出了由圆周对称滤波器组和方向滤波器组实现的两种形式圆对称轮廓波变换,它去除了轮廓波变换存在频谱混淆现象,方向选择性更强,并且具有与视觉皮层变换相似的频带划分.文中给出了圆对称轮廓波变换在图像去噪中的一个应用实例,并取得了良好的去噪效果.

致 谢 感谢审稿老师提出的宝贵意见!

### 参 考 文 献

- 1 Candes E. J., Donoho D. L.. Curvelets—A surprisingly effective nonadaptive representation for objects with edges. In:

- Cohen A. , Rabut C. , Schumaker L. L. eds. . Curve and Surface Fitting. Saint-Malo; Vanderbilt University Press, 1999, 105~120
- 2 Candes E. J. . Harmonic analysis of neural networks. Applied and Computational Harmonic Analysis, 1999, 6(2): 197~218
- 3 Starck J. L. , Candes E. J. , Donoho D. L. . The curvelet transform for image denoising. IEEE Transactions on Image Processing, 2002, 11(6): 670~684
- 4 Do M. N. , Vetterli M. . Contourlets and sparse image expansions. In: Proceedings of the International Society for Optical Engineering, San Diego, USA, 2003, 560~570
- 5 Do M. N. , Vetterli M. . The contourlet transform: An efficient directional multiresolution image representation. IEEE Transactions on Image Processing, 2005, 14(12): 2091~2106
- 6 Do M. N. , Vetterli M. . Framing pyramids. IEEE Transactions on Signal Processing, 2003, 51(9): 2329~2342
- 7 Bamberg R. H. , Smith M. J. T. . A filter bank for the directional decomposition of images: Theory and design. IEEE Transactions on Signal Processing, 1992, 40(4): 882~893
- 8 Viscito E. , Allebach J. P. . The analysis and design of multidimensional FIR perfect reconstruction filter banks for arbitrary sampling lattices. IEEE Transactions on Circuits and Systems, 1991, 38(1): 29~41
- 9 Watson A. B. . The cortex transform: Rapid computation of simulated neural images. Computer Vision, Graphics, and Image Processing, 1987, 39(3): 311~327
- 10 Phoong S. M. , Kim C. W. , Vaidyanathan P. P. , Ansari R. . A new class of two-channel biorthogonal filter banks and wavelet bases. IEEE Transactions on Signal Processing, 1995, 43(3): 649~665
- 11 Tay D. B. H. , Kingsbury N. G. . Flexible design of multidimensional perfect reconstruction FIR 2-band filters using transformation of variables. IEEE Transactions on Image Processing, 1993, 2(4): 466~480
- 12 Cooklev T. , Yoshida T. , Nishihara A. . Maximally flat half-band diamond-shaped FIR filters using Bernstein polynomial. IEEE Transactions on Circuits and Systems-II, 1993, 40(11): 749~751
- 13 Zhou Ming, Sun Shu-Dong. The Theory and Applications of Genetic Algorithms. Beijing: Defense Industry Press, 1999(in Chinese)  
(周明, 孙树栋. 遗传算法原理与应用. 北京: 国防工业出版社, 1999)
- 14 Chang S. G. , Yu B. , Vetterli M. . Spatially adaptive wavelet thresholding with context modeling for image denoising. IEEE Transaction on Image Processing, 2000, 9(9): 1522~1531



**LIAN Qiu-Sheng**, born in 1969, Ph.D. candidate, associate professor. His current research interests include wavelet analysis, image processing and biometrics recognition.

**KONG Ling-Fu**, born in 1957, Ph.D., professor and Ph.D. supervisor. His current research interests include machine vision, intelligent information processing, parallel robotics and automatic control.

## Background

This work is supported by the Hebei Province Education Bureau with the title "Construction of Multi-Directional Wavelet Based on Human Visual System" (No. 2004124). This project aims to design new multi-resolution image representation which can capture the intrinsic geometrical structure such as edges and texture in natural images more effectively than standard separable wavelet transform. In this pa-

per, a novel image transform named circular symmetric contourlet transform which has similar frequency partition with cortex transform is proposed. The image denoising experiment shows its potential. The novel transform could be applied in image restoration, image compression and image retrieval in the future.