# 一种基于不完全知识的决策方法及其应用*

陈 剑①
(清华大学 经管学院)

**提 要** 提出一种基于不完全知识的决策方法。通过决策者给出的关于各目标相对重要性的范围来估计权值,从而将多目标决策问题转化为一系列简单的线性规划问题加以处理。随着决策者提供更多的信息,决策结果将不断得到改进。最后,将该方法应用于水稻杂交育种组合选配,取得了满意的结果。

**关键词** 农业系统工程 多目标决策 方法与应用

## 1 引 言

一般的决策分析方法通常要求决策者给出关于问题精确而完整的描述。然而,许多实际的决策问题却十分复杂,上述要求往往得不到满足。从而产生了一些新的决策分析方法[2,3,5],这些方法针对不同的问题各有特点,但也均存在着弱点。有的方法要求决策者作大量关于各目标相对重要性的两两比较,或者要求决策者给出明确的参考点,等等。因此限制了方法的应用。为此,本文针对离散型决策问题提出一种基于不完全知识的多目标决策方法(IKMA)。IKMA(Incomplete Knowledge Multi-objective Analysis)是一种交互式决策分析方法,它允许决策者不断地修改自己的判断或补充新的信息,并根据决策者的意见修正分析结果。对许多决策问题来说,一般不需要决策者提供全部的两两比较就能得出最终方案。通过引入区间表示和分析方法[4],将零散的知识/信息转化为一定的区间或不等式,并定义绝对优势和弱优势等概念以确定方案间的优势,从而将多目标决策问题转化为一系列简单的线性规划问题加以处理。因此,该方法在一定程度上还有助于处理群体决策问题。该方法或以找到唯一的最优方案而告终,或当决策有不能提供更多有用的信息以进一步改进结果时停止,这时它将给出一个有效优选方案子集供决策者挑选。

## 2 基于不完全知识的决策方法

从某种意义上说,任何实际的决策问题均可归结为多目标决策问题,所谓多目标决策是指:决策者依据两个或两个以上的目标在可数或不可数方案集中按他们的意愿选择最佳方

---

收稿日期:1994—03—12
* 国家自然科学基金资助项目的研究子项
①陈 剑,博士,副教授,北京清华园 清华大学经管学院 系统工程博士点,100084

案。它可以表达成如下形式：

$$\text{Max/Min} \quad q = f(x) = [f_1(x), \cdots f_k(x)]^T$$
$$\text{s.t.} \quad x \in \Omega \qquad (1)$$

其中　$x \in R^n$ 是一个 $n$ 维决策向量，$\Omega$ 是可行方案集（本文只讨论有限方案集的情形），$f_i(x), i=1,2,\cdots k$ 为目标函数，$k$ 为目标的个数

在解决多目标决策问题时，由于目标间的不可公度性及可能存在的矛盾性，很难使所有目标同时达到最优，这就需要在目标间加以权衡，亦即，依据决策者的偏好对各目标进行折衷。然而，要求决策者给出准确的偏好是很困难的，即使要求决策者对各目标进行两两比较给出准确的结果也很不容易，而且当目标较多时，这种过程常使决策者感到厌烦，同时容易出现前后矛盾的情况。这里我们将要求适当放宽，允许决策者只提供关于目标间相对重要性的大致范围（对可行方案可能产生的结果也只要求给出一定范围），而不需要准确的数值，决策者可根据当时掌握的情况进行判断，而不一定进行全部两两对比。给出一定的范围，实际上就是某一区间，而区间判断可以很自然地转换成线性约束[1]。例如：决策者可能会有这样的判断："产量至少比质量重要两倍但不超过三倍"，这意味着产量和质量的权值 $W_Y$ 和 $W_Q$ 之间存在着如下关系：$2W_Q \leqslant W_Y \leqslant 3W_Q$；如果判断为：产量的重要性应占 30%到 40%之间"，则可表示为：$0.3 \leqslant W_Y \leqslant 0.4$；如果决策者认为"若将费用和质量联合起来则比产量更重要"，则可表示为：$W_C + W_Q \geqslant W_Y$。

通常区间判断可表示成：$I_{ij} = [l_{ij}, u_{ij}]$，其中 $u_{ij}$和 $l_{ij}$分别为第 $i$ 个目标比第 $j$ 个目标相对重要性的上下限。

一般 $u_{ij} \neq l_{ij}$，若 $u_{ij} = l_{ij}$，则 $I_{ij}$退化为一数值。利用区间判断，我们可以得到关于权值的可行域。例如：考虑一个三目标决策问题，决策者给出如下判断：$I_{12} = [1,2]$，$I_{23} = [2,3]$，则权值可行域为图 1 中阴影区域。

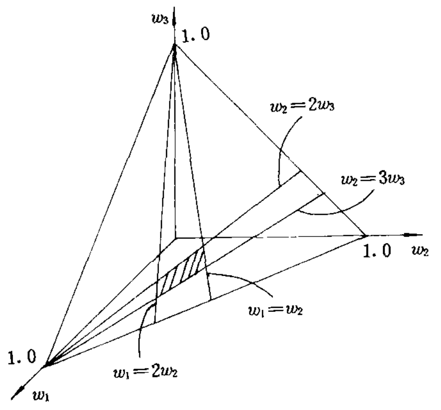


图 1　权值可行域示意图

Fig. 1　Sketch of the range of weight feasible value

对于复杂的决策问题，可行方案产生的结果也具有很大的不确定性。在估计一个方案 $x$ 关于某一属性 $a_i$ 可能产生的结果时，经常只能得出一个范围。例如：在水稻育种中，某一组合杂交后，后代的株高会是多少？只能依据双亲的特点得出象在 90cm 至 120cm 之间这样的区间估计。某方案 $x$ 关于属性 $a_i$ 的区间估计记作：$[\underline{x}_i, \bar{x}_i]$，其中，$\bar{x}_i$ 和$\underline{x}_i$ 分别为上、下限。而它们关于目标的价值通过定义价值函数 $V(\cdot)$来刻划。从而方案 $x$ 关于属性 $a_i$ 在区间$[\underline{x}_i, \bar{x}_i]$上对目标的贡献将在区间$[\underline{V}_i(x), \overline{V}_i(x)]$内。对几种典型的价值函数形式，对应的$\underline{V}_i(x)$和 $\overline{V}_i(x)$分别为：

1）若 $V(\cdot)$为单调增函数，则

$\underline{V}_i(x) = V_i(\underline{x}_i)$，$\overline{V}_i(x) = V_i(\bar{x}_i)$

2)若 $V(\cdot)$ 为单调降函数，则

$\underline{V}_i(x)=V_i(\bar{x}_i)$，$\overline{V}_i(x)=V_i(\underline{x}_i)$

3)对于任意的 $V(\cdot)$，有：

$\underline{V}_i(x)=\min\limits_{x_i\in[\underline{x}_i,\bar{x}_i]} V_i(x_i)$，

$\overline{V}_i(x)=\max\limits_{x_i\in[\underline{x}_i,\bar{x}_i]} V_i(x_i)$

图 2 给出几种典型价值函数示意图.

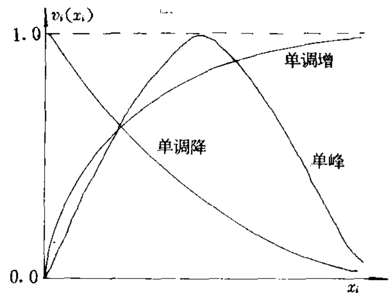


图 2 几种典型价值函数示意图

Fig. 2 Sketch of several typical value functions

考虑方案关于不同属性的结果相互独立的情形，我们可以分别利用 $V_i(x_i)$ 计算出 $\overline{V}_i(x)$ 和 $\underline{V}_i(x)$，$i=1,2,\cdots k$，进而求出该方案总目标值区间 $V(x)=[\underline{V}(x),\overline{V}(x)]$。对于给定的权值可行域 $\overline{W}$，$V(x)$ 可由下式求出：

$$\begin{cases} \overline{V}(x)=\max\limits_{w_i\in W}\sum\limits_{i=1}^{k} w_i\overline{V}_i(x) \\ \underline{V}(x)=\min\limits_{w_i\in W}\sum\limits_{i=1}^{k} w_i\underline{V}_i(x) \end{cases} \tag{2}$$

这样，多目标决策问题就转化成求解一系列线性规划问题。

由于得到的各方案的目标函数值是一个区间，而非某一数值，各方案间的优劣需按区间数[4]大小来定义。

定义1 （绝对优势 $\succ_a$ ）

给定两方案 $x,y\in\Omega$，它们的目标值区间分别为 $V(x)=[\underline{V}(x),\overline{V}(x)]$ 和 $V(y)=[\underline{V}(y),\overline{V}(y)]$，如满足 $\underline{V}(x)>\overline{V}(y)$，则称方案 $x$ 绝对优于方案 $y$，记作：$x \succ_a y$。

定义2 （弱优势 $\succ_w$ ）

给 定两个方案 $x,y\in\Omega$，它们的目标值区间分别为 $V(x)=[\underline{V}(x),\overline{V}(x)]$ 和 $V(y)=[\underline{V}(y),\overline{V}(y)]$，若满足：

$$\Phi(x,y)=\min\limits_{w_i\in W}\sum_{i=1}^{k} w_i[\underline{V}_i(x)-\overline{V}_i(y)]>0 \tag{3}$$

则称方案 $x$ 弱优于方案 $y$，记作：$x \succ_w y$。

在确定最优方案时，最理想的情形是应用定义1即可排出各方案的优先次序。然而，对于复杂的决策问题，方案间不存在绝对优势关系(特别是在决策分析过程的初期)是正常的，也就是说，对于两个方案 $x,y\in\Omega$，有：$\overline{V}(x)>\overline{V}(y)\geqslant\underline{V}(x)$。这时需要通过比较方案间的弱优势关系以确定最优方案。如果应用弱优势关系也不能得出唯一最优方案，说明对该问题掌握的信息太少，需要请决策者提供更多的信息以改进决策结果，否则只能给出一个有效优选子集供决策者挑选。

随着决策过程的深入，决策者将根据自己的意愿，对问题所具备的知识和掌握的信息修改原先的判断或提供新的信息。如果缺乏有力的决策支持，决策者可能会做出与原先不一致的判断或提供无意义的信息。前者会导致出现权值可行域为空的情形，后者对改进决策结果不起任何作用。因此，有必要让决策者更多地了解当前权值可行域的情况，引导他们提供有助于改进决策结果的信息。为此，我们引入一致区间的概念，定义为

$$\hat{I}_{ij} = [\hat{l}_{ij}, \hat{u}_{ij}] \tag{4}$$

其中：$\hat{l}_{ij} = \min\limits_{w_i, w_j \in W} \frac{w_i}{w_j}$　　$\hat{u}_{ij} = \max\limits_{w_i, w_j \in W} \frac{w_i}{w_j}$

$\hat{I}_{ij}$给出了当前条件下目标 $i$ 相对目标 $j$ 的重要性范围。而由它们构造的区间矩阵。

$$\hat{I} = \begin{pmatrix} — & \hat{I}_{12} & \cdots & \hat{I}_{1k} \\ \hat{I}_{21} & — & \cdots & \hat{I}_{2k} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ I_{k1} & I_{k2} & \cdots & — \end{pmatrix} \tag{5}$$

则综合反映了当前权值可行域范围。计算 $\hat{I}_{ij}$的方法较多，一种简便的方法是通过计算权值可行域顶点，进而求出 $\hat{I}_{ij}$。以图1为例，容易求出权值可行域的四个顶点分别为：$(\frac{2}{5}, \frac{2}{5}, \frac{1}{5})$，$(\frac{4}{7}, \frac{2}{7}, \frac{1}{7})$，$(\frac{3}{7}, \frac{3}{7}, \frac{1}{7})$和$(\frac{3}{5}, \frac{3}{10}, \frac{1}{10})$，然后应用式(4)即可得到：

$$\hat{I} = \begin{pmatrix} — & [1,2] & [2,6] \\ [\frac{1}{2},1] & — & [2,3] \\ [\frac{1}{6},\frac{1}{2}] & [\frac{1}{3},\frac{1}{2}] & — \end{pmatrix}$$

这时，若决策者给出这样的判断 $I'_{13}=[1,7]$，由于 $I'_{13}\supset\hat{I}_{13}$，这一新判断对原决策结果将不会有任何影响。如果决策者进一步给出的判断为 $I'_{13}=[\frac{1}{2},\frac{3}{2}]$，它与 $\hat{I}_{13}$不相交(即 $\hat{I}_{13}\cap I'_{13}=\Phi$)，说明决策者在前后判断中出现不一致的现象。归纳起来容易得出：

定理1：$W'\subset W$ 且 $W'\neq\Phi$ 当且仅当对任意的 $i,j\in K=\{1,2,\cdots,k\}$，存在 $\hat{I}_{ij}\cap I'_{ij}\neq\Phi$。

如果决策者所作判断不满足上述定理，则他需要放松原先的判断，或调整新的判断。

## 3　应用示例

一般的水稻育种小组每年大约进行几百个组合的杂交试验，如何选配亲本直接关系整个育种工作效果。每个育种家都掌握着大量亲本资料。按照一定的育种原则和实践经验，对这些亲本进行配对，可组合出数量极大的杂交试验。所以，需要从这些组合中挑选更有希望的组合加以优先考虑，以保证较高的育种成功率。因此，育种家对杂交组合选配十分重视，把它当作整个育种工作的重要一环加以处理。然而，由于候选组合太多，加之影响育种结果的因素也很多，对每个组合都进行深入细致的比较和分析是不现实的，这就使育种工作带有相当的盲目性。为了辅助育种家对杂交组合进行分析、对比，我们将 IKMA 应用于水稻杂交组合选配，并为河北省稻作研究所水稻超高产育种组分别就1992年和1993年杂交试验提供了配组方案(每年三百个组合左右)，均为用户采纳，并且绝大多数得到实施。

考核水稻品种好坏涉及的属性(指标)很多，作为示例，这里只讨论最主要的四个：穗数($a_1$)、穗粒数($a_2$)、千粒重($a_3$)和株高($a_4$)(实际中还要考虑抗性、米质、生育期、株型等属性)，其中前三个为构成产量的三要素，一般希望数值越大越好(即价值函数为单调增的)，而株高则要求适中，在河北省以100cm 左右为宜(即价值函数为单峰的)。现以三个杂交组合 $A$、$B$ 和

$C$ 为例，它们关于上述四个属性的价值(均经过标么化处理)的上下限列在表1中。

**表1 水稻四属性的三种杂交组合方案**

Tab. 1 Three cross-combinations of rough rices with four different indexes respectively

| 组合 | 穗数 $a_1$ | | 穗粒重 $a_2$ | | 千粒重 $a_3$ | | 株高 $a_4$ | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | $\underline{V}_1(x)$ | $\overline{V}_1(x)$ | $\underline{V}_2(x)$ | $\overline{V}_2(x)$ | $\underline{V}_3(x)$ | $\overline{V}_3(x)$ | $\underline{V}_4(x)$ | $\overline{V}_4(x)$ |
| $A$ | 0.82 | 0.90 | 0.60 | 0.65 | 0.65 | 0.70 | 0.80 | 0.85 |
| $B$ | 0.55 | 0.60 | 0.75 | 0.88 | 0.50 | 0.60 | 0.65 | 0.70 |
| $C$ | 0.68 | 0.75 | 0.70 | 0.75 | 0.85 | 0.90 | 0.92 | 1.00 |

所谓产量三要素是指：利用某一品种的这三个属性就能估计出它的理论产量。因而，这三个属性具有相同的重要性，即 $w_1=w_2=w_3$。水稻育种中有几种不同的模式，如，多穗型、大穗型、大粒型等。相对不同的模式，这三个属性的相对重要性则有小的差异。这里仅讨论多穗型的情形(即希望培育出的新品种因每株穗数较多而使产量提高)、那么穗数就相对其它两个属性更重要一些，有：$w_2\leqslant w_1\leqslant 1.2w_2$， $w_2=w_3$。而产量通常比株高重要的多，大约在二倍至三倍之间，这意味着$2w_4\leqslant w_1+w_2+w_3\leqslant 3w_4$。归纳起来，我们得到如下线性规划问题：

$$\overline{V}(x)=\max\sum_{i=1}^{4}w_i\overline{V}_i(x),\qquad \underline{V}(x)=\min\sum_{i=1}^{4}w_i\underline{V}_i(x)$$

$$\begin{aligned}
\text{s.t.}\quad & w_1 && \leqslant 1.2w_2\\
& w_1 && \geqslant w_2\\
& w_2 && = w_3\\
& w_1+w_2+w_3 && \leqslant 3w_4\\
& w_1+w_2+w_3 && \geqslant 2w_4\\
& w_1+w_2+w_3+w_4 && = 1\\
& X\in\Omega=\{A,B,C\}
\end{aligned}$$

求解上述线性规划问题得到：

$$V(A)=[0.72,0.79]\qquad V(B)=[0.61,0.70]\qquad V(C)=[0.78,0.87]$$

由上述结果，有：$\underline{V}(A)>\overline{V}(B)$和$\underline{V}(C)>\overline{V}(B)$，这意味着：$A\succ_a B$和$C\succ_a B$。关于组合 $A$ 和 $C$，有：$\overline{V}(C)>\overline{V}(A)>\underline{V}(C)$，经计算得：$\Phi(C,A)=0.0027$，由于 $\Phi(C,A)>0$，故有：$C\succ_w A$。从而得到这三个组合的优先次序为：$C$、$A$、$B$。因此，在育种中应首先保证组合 $C$，其次是组合 $A$，而组合 $B$ 则可以不予考虑。

从这个例子看出，应用 IKMA 可以在对问题不具备完全知识的情况(仅利用决策者关于问题的零散而不完全的判断及关于各方案可能出现结果的大致估计)下求出问题的解答。

## 4 结束语

本文针对离散型决策问题提出一种基于不完全知识的多目标决策方法(IKMA)。与传统的决策方法相比，IKMA 对决策者的要求松了许多，充分利用决策者关于问题的零散和不完整的知识信息，将复杂决策问题转化为一系列简单的线性规划来处理。并且通过与决策者的

交互,不断地改进结果。这是一种解决复杂决策问题简便而有效的方法。

## 参考文献

1 Arbel A. Approximate of preference and priority derivation. European Journal of Operational Research, 1989, 43:317～326

2 Hwang C L et al. A new approach for multiple objective decision making. Computers and Operations Research, 1993, 20:889～899

3 Korhonen P et al. Multiple criteria decision support—a review. European Journal of Operational Research, 1992, 63:361～375

4 Moore R E. Interval Analysis, Prentice—Hall. Englewood Cliffs, 1966

5 White Ⅲ C C et al. A model of multiattribute decision making and trade-off-weight determination under uncertainty. IEEE Transcation on Systems, Man and Cybernetics, 1984, 14:223～229

# A Method for Decision Making With Incomplete Knowledge and Its Application

**Chen Jian**

(*School of Economics and Management*, *Tsinghua University*)

**Abstract**

In this paper, a method for multi-objective decision making is presented. The assessment of weights is based on the interval judgements which indicate ranges of the relative importance of the objectives. Then, the multi-objective decision making can be converted into a series of linear programming problems. The solution for a decision problem will be improved as decision makers provide more information. This method is applied to selecting cross-combinations in rice breeding. The results are satisfactory.

**Key words**　Agricultural systems approach　Multi-objective decision making　Method and application