第 22 卷 第 4 期 地 理 研 究 Vol. 22, No. 4
2003 年 7 月 GEOGRAPHICAL RESEARCH July, 2003

点一轴系统的分形结构及其空间复杂性探讨

刘继生[1]，陈彦光[2]，刘志刚[3]
（1. 东北师范大学地理系，长春 130024；2. 北京大学地理科学中心，北京 100871；
3. 东南大学智能运输系统研究中心，南京 210096）

摘要：本文对社会经济点一轴系统空间结构的分形演化及其复杂性规律进行了初步探讨。首先分析一般点一轴系统的演化过程，揭示其从低度有序的空间结构向高度有序的分形结构演化的一般规律；然后借鉴复杂性科学研究中的“球一棍”模式，论证点一轴系统的数理本质乃是空间复杂性中“惟一巨型组件（UGC）”。文章以豫北地区的郑、汴、洛城镇体系为实例验证了点一轴体系的分形性质，并讨论了系统的空间复杂性特征及其现实意义。文章最后指出了有关课题今后研究的主要方向。

关 键 词：点-轴系统；城市体系；分形；分维；空间复杂性
中图分类号：F061.5；KP28.5 **文章编号**：1000-0585(2003)04-0447-08

1 引言

点一轴系统理论从创生伊始至今已有十余年的历史[1]，这期间该模式在理论与实践的双向互动过程中不断发展和完善，现已成为区域空间结构理论的主要模式之一。点一轴系统与 W. Christaller 的中心地体系似乎有着共同的理论出发点[2]，即三角点阵格局，但点一轴模式扬弃了基于欧氏几何学的正六边形结构，代之以貌似无规则的空间分布形态，而且描述对象更为广泛，因此具有很强的理论解释能力和实践功能。

区域空间的点一轴结构形成过程实际上是欧氏维的空间系统向分数维空间系统的演化过程，点一轴空间结构具有分形几何特征。分形是大自然的优化结构，分形体能够最有效地占据空间[3]，点一轴系统的分形结构使得它对空间的利用效率很高。有趣的是，在地理学家提出点一轴模式的时候，复杂性研究中出现了所谓的球一棍模式[4]，后者当然涉及地理学中点与轴的关系。然而，球-棍模式试图解释一切现象，其结果通常是什么都解释不好[4]；点一轴模式专注于人文地理空间问题，自然可以得到深刻的发展。点一轴模式的数理本质可以认为是空间复杂性研究中的惟一巨型组件（unique giant component，UGC)[4]，其演化机制可以通过计算机模拟揭示出来。

分形是空间复杂性的重要特征，维数是描述空间结构的首要参数，分形维数可以作为点一轴系统分析和规划的定量判据之一。描述点一轴系统的自相似规律可以分别描述系统的点维数（城镇分布的维数）和线维数（交通网络的分布维数），然后结合点一线刻画其网络维数。只要一个点一轴系统的“点”和“轴线”分别具有分形构造，则整个系统也就具备分形特征；只要系统出现分形结构，也就具有空间复杂性质。本文将以河南省北部地

收稿日期：2002-11-10；**修订日期**：2003-03-31
基金项目：国家自然科学基金资助项目（40071035）
作者简介：刘继生（1955-），男，博士，教授，博士生导师。从事地理分形和地理系统的空间复杂性研究。E-mail：liujs362@nenu.edu.cn。

区（简称“豫北地区”）的郑（郑州）、汴（开封）、洛（洛阳）城镇体系为实例说明点一轴模式的分形性质及其空间复杂性意义。文章旨在为分形点一轴系统的空间结构及其复杂性研究提供初步的范例。

2 理论基础：点一轴系统的时空演化及其复杂性本质

2.1 UGC：点一轴系统的数理本质

点一轴系统的形成过程本质上也就是 UGC 的演化过程。假定一个区域有一批聚落，它们彼此之间没有道路联系。随着时间的推移，一些道路开始形成，相邻的聚落逐渐集聚成“簇”（cluster）——由道路联系起来的一组聚落。簇与簇之间又会被更宽更长的道路联系起来，形成更大的簇。当某一个簇吸引了区域中半数以上的聚落时，一个超级的巨型簇出现了，这便是所谓“惟一巨型组件（UGC)”。点一轴模式正是这样一个 UGC，它是球一棍模式在地理系统空间复杂性研究中的一个生动实例。我们感兴趣的在于两点，一是点一轴系统作为 UGC 的形成过程，它的“簇”总是以 1、2、4、8、16、……这样的倍数加速增加[4]，这是地理系统以递阶方式自组织演化的过程，自相似结构总是从中“涌现(emerge)”出来[5]。二是点一轴系统的空间复杂性规律，它是混沌与有序之间的高度自组织形态，亦即空间利用效率最高的分数维结构。这两个方面是有内在联系的。我们知道，当地理系统以递归方式成长时，其时空结构可用如下方程描述[5]：

$$S(t)=S_1 r_p^{t-1} \tag{1}$$

$$f(t)=f_T r_f^{T-t} \tag{2}$$

式中，S 为某一要素的规模，f 为年龄为 t 的要素的数目，t 为要素年龄，T 为最大要素的年龄，r 为参数。可以证明，满足上述方程的系统最终会演化出如下分数维关系[5]

$$f_m \propto S_m^{-D} \tag{3}$$

式中，m 为要素等级，D 为分维。既然 UGC 的演化过程具有递归性质，而点一轴系统又是 UGC 中的一类，点一轴系统服从方程（1)、(2）就是逻辑上的必然，从而必将出现满足式（3）的分形结构。

另一方面，人文地理系统的信息分析方法之一是空间解集（disaggregation）过程，从严格的空间解集结果中可以探寻出两种基本结构：其一是对称的等级体系（symmetric hierarchy)，可用方程(1)、(2)进行刻画；其二是有序的网络结构（network structure)[6]，描述方法更为复杂。前者对应于中心地系统，该系统已被证明具有分形结构[7]；后者与点轴结构有关，这一点我们下面要作具体说明。事实上，基于空间解集的等级体系与网络结构是一枚硬币的两个面[6]。根据前者的分形性质可以想见：后者也应具有分形性质。

2.2 点一轴系统的演化模式分析

社会经济点一轴系统的形成有四个主要阶段[8]，从空间结构的角度上看，这是从整数维到分数维的演化过程。现用分形思想对各阶段分别解释如下：

第一阶段：低度平衡阶段。这是“点一轴形成前的均衡阶段，地表是均质的空间，社会经济客体虽说呈‘有序’状态的分布，但却是无组织状态，这种空间无组织状态具有极端的低效率。”[8]从图 1a 可以看出，点列呈均匀分布（也没有等级差异)，故其空间（乃至规模）分布维数应是整数维。其实，对图 1a 进行网格化处理，改变网格尺寸 ε，必有 $N(\varepsilon)\propto\varepsilon^2$，这里 $N(\varepsilon)$为被点占据的网格数。根据 Hausdorff 维数公式可知，其空间分布维数

为 $d=2$ 的欧氏维。

第二阶段：孕育阶段。这期间均衡的地域形态发生对称破缺，“点、轴同时开始形成，区域局部开始有组织状态，区域资源开发和经济进入动态增长时期。”[8] 如图 1b 所示，区域空间中发育两点（A、B）、一轴，这是分形点一轴系统的初始元，其拓扑维数显然可近似地表为 $d_T=1$，这仍是一个整数维的空间形态，但已隐含着分形形成的机遇。

第三阶段：发展阶段。这期间“主要的点一轴系统框架形成，社会经济演变迅速，空间结构变动幅度大。”[8] 如图 1c 所示，系统的维数由 $d=1$ 逐渐升高，整数维特征逐步丧失，空间形态开始出现不规则性。

第四阶段：形成阶段。这时期“点一轴空间结构系统形成，区域进入全面有组织状态，它的形成是社会经济要素长期自组织过程的结果，也是科学的区域发展政策和计划、规划的结果”[8]。如图 1d 所示，系统要素貌似破碎无规，实则隐含着深刻的秩序，即自相似性，这是一种分数维的结构，其空间维数 D 一般满足：$1<D<2$。

当两个以上的点一轴系统扩展、联结以后，可以形成区域网络，而网络的各个子系统仍是点一轴体系。从点一轴到网络是区域系统分维演化的一般趋势，也是地理系统空间复杂化的典型过程。根据经验，当系统发生对称破缺和出现分形结构的时候，也就是一种“新秩序”涌现的时候，这个时候系统趋于自组织临界状态[9]，也就是处于所谓“混沌的边缘”地带，复杂性总是诞生于混沌的边缘[10]。点一轴系统的演化过程与中心地体系晶态结构的非晶化[11, 12]的过程异曲同工，二者可能具有相同的性质。事实上，如果将图 1d 与文献［6］中空间解集表现的网络结构进行比较立即可以看出：点一轴系统具有随机的分形网络结构。

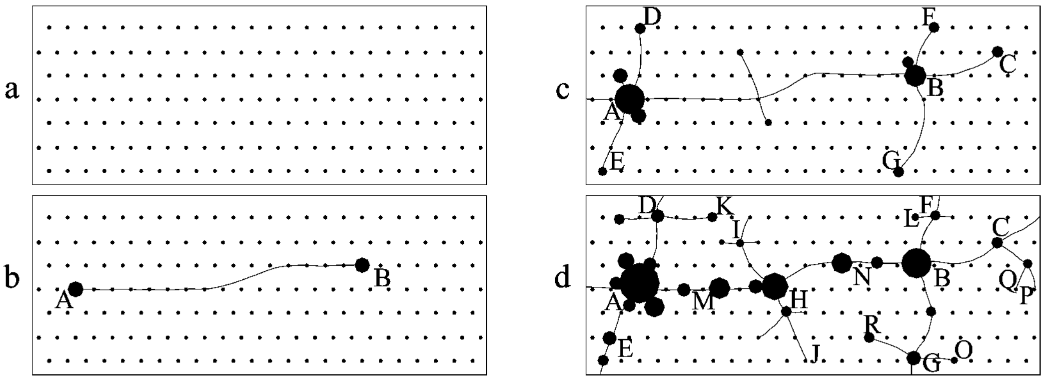

图 1　“点一轴”空间结构系统的形成过程模式（见文献［8］，陆大道，1995）

Fig. 1　Patterns to illustrate the processes of growth and formation of a point-axis system

3　实证分析：点一轴系统的分形特征与空间复杂性

3.1　一个实例：郑、汴、洛点一轴系统的分形特征

现以城镇体系为例说明点一轴系统的分形结构特征，因为现实中的点一轴系统一般表现为沿着某种交通轴线展开的城乡聚落体系。事实上，“任何区域的经济发展，特别是非农业经济的发展，都离不开沿着一定级别的交通轴线并集中于一定级别的城镇来展开。从这个意义上讲，区域点一轴系统的设计也就是城镇体系空间结构规划的框架。”[13] 研究发

现，城乡聚落体系具有分形集性质，而且城镇体系和乡村聚落体系呈现相同的分形模式[14]。考虑到城镇是生产力分布集中的地方，具有空间代表性，不妨从城镇体系的角度探讨点一轴系统的分形特征。

研究区选在豫北地区，具体说来，以河南省的几何中心许昌市所在的34°N线为界，考察其北部地区的空间结构（图2）。这个地区现已发育了比较典型的点一轴系统雏形，即以郑州、开封、洛阳为点，以黄河-陇海线为轴的城镇-交通体系（简称“郑、汴、洛点一轴系统”），它是河南省生产力分布的轴心地带。

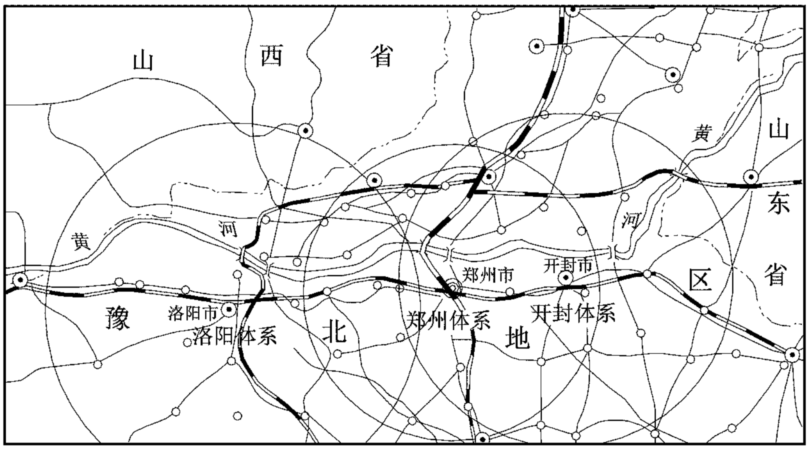

图2 郑、汴、洛点一轴系统空间结构图式

Fig. 2 The spatial pattern of the point-axis system in North Henan

郑、汴、洛点一轴系统的发育虽未成熟，但其发展的历史却比较悠久。在中原一带，开封（号称“七朝故都”）和洛阳（号称“九朝故都”）都曾是历史上著名的都城。宋代以前，国都长安（西安）常经黄河、大运河与江南沟通，洛阳、开封一度是两个大型的运输枢纽，汴、洛之间的黄河也曾是重要的物流通道。北宋定都开封以后，设开封府，下辖31镇；同时以洛阳为中心，设河南府，下辖22镇[15]。从那时起，中原的城镇分别围绕开封、洛阳呈聚集态生衍，形成东、西两个地域核心（也是人口的凝聚中心）。进入20世纪以后，黄河的通道作用大为减弱，但仍是城镇体系赖以发展的重要水道；陇海铁路建成后代替了黄河的运输功能，成为晋煤外运和南粮西进的新通道，但其径路与黄河水道大体一致，于是洛阳一黄河、陇海线一开封形成豫北地区点一轴系统发育的初始元。京广线与陇海线的交汇激发了郑州市的崛起，它一跃而成为河南省的中心城市。50年代以后，“河南省的生产力布局结构特点，可以用‘西工东农、北重南轻’八个字来概括。就是说，工业主要分布在三门峡、平顶山、许昌、开封、安阳五市连线以西、以北地区。”[16]而且当时有人指出，“本省生产力布局总的指导思想应是：区域部署上，中心开花、逐渐向东、向南扩散……”[16]。河南省的经济建设长期以来是以郑州为核心，以郑、汴、洛为轴带展开的，这是研究区内点一轴系统发展的政治经济背景。可见，豫北地区点一轴系统的生成乃是地理、历史、政治、经济多重因素共同作用下的产物；在某种意义上，点一轴系统也是一种“人地关系地域系统”[17]。

只要测算出点一轴系统的分维数，就可证明其分形性质。为了讨论方便，不妨分别计

算点分布的维数和轴线分布的维数。最简单的计算方法当然是回转半径法。由于回转半径 r 的单位取值影响分维值的稳定，可将其转换为平均半径，将平均半径定义为[18]

$$Rs \equiv \langle (\frac{1}{s}\sum_{i=1}^{s} r_i^2)^{1/2} \rangle \tag{4}$$

式中，Rs 为平均半径，r_i 为第 i 个点到测算中心的欧氏距离，s 为 πr_i^2 范围内的点数，〈…〉表示平均。当点的分布为分形时，应有

$$Rs \propto^{1/D} \tag{5}$$

式中 D 为分维。下面分别以郑州、开封、洛阳为中心城市，考察县级以上城镇群的空间格局。借助式（4）、（5）和 log-log 坐标图算得，在一定范围内，郑州体系的分维值 $D_z=2.39$，开封体系的分维值 $D_k=1.75$，洛阳体系的分维值 $D_l=1.66$。进一步地，可以运用网格法和 log-log 坐标图算得整个豫北地区城镇体系空间分布的容量维 $D_0=1.72$，信息维 $D_1=1.65$。

回转半径法也是测算线分布维数的重要公式，P. Frankhouser 用它计算德国 Stuggart 地区的铁路网络维数，得到 $D\approx 1.56$[19]。为方便起见，本文利用交通网络的分枝数目和回转半径的关系[20]计算线分布维数。考察以郑州市为中心的交通网络，得分维值 $D=1.68$（表 1）。

表 1　豫北地区城镇体系及交通网络空间结构的分维值

Tab. 1　Values of fractal dimension of the North Henan's urban systems and transport network as an example of point-axis systems

点－线	城市（镇）体系（点分布）				交通网络（线分布）
范围	郑州体系	开封体系	洛阳体系	全研究区	郑州地区
分维 D	2.387	1.746	1.659	1.715	1.676
测定系数 R^2	0.996	0.997	0.997	0.996	0.999
回归点数 n	24	22	23	92	—

主要测算依据：①《中国地图册（第 8 版）》，中国地图出版社，1992；②《中国营运交通里程图册（第 2 版）》，人民交通出版社，1994。

3.2　点－轴系统的空间复杂性讨论

计算过程和结果表明，豫北地区点－轴系统的空间结构的确具有分形性质，这暗示点－轴系统向着混沌的边缘演化，即具有空间复杂性特征。从表 1 可见，点－轴系统的空间结构的分维隐含着演化历史的一些重要信息：从发展历史上看，豫北地区的城镇发育是以开封和洛阳为凝聚中心的，郑州则是后起的“暴发户”，事实也正是如此。以开封和洛阳为测算中心所得到的点分布维数约为 1.7 左右，这表明镇点密度是从中心向周围腹地衰减的，城镇是围绕汴、洛两“极”呈凝聚态分布的；而以郑州为中心测得的维数约为 2.4 左右——大于 2 也高于汴、洛体系的维数，这意味着城镇的空间密度从中心向外围是递增的，系统要素呈离散态分布。形成这种格局的原因如前所述，豫北地区的点－轴系统分别以汴、洛为核心扩展生成，而郑州的真正兴起始于 20 世纪下半叶，由于京广、陇海二线交汇，加之省府的迁入，导致了它的后来居上。河南人有一个“郑州情结”，即总想把郑州做大，使之成为首位度更高的省会城市，但郑州的发展各方面似乎都不尽人意。

借助地理分形思想和空间复杂性理论我们可以解释河南人的郑州情结为什么不能如

意。郑、汴、洛点一轴系统是千百年来形成的历史性格局，是人一地非线性持久相关作用[21]的结果。洛阳和开封长期以来一直是这个空间体系的两个“极”点，河南省黄河两岸的城镇分布原本是沿着洛阳-黄河-开封这个极轴展开的，以致整个中原城镇的发育都与作为 UGC 的洛阳-开封轴带有关。分维数的数值明确表明，历史上城镇体系的空间扩展分别围绕洛阳和开封进行，而城市的演化是不具备可逆性的，我们不能随意地“增删”任何一个城市，任何一个城市的发展都需要一个漫长的历史过程。虽然京广和陇海铁路的修建从空间格局上改善了郑州的区位背景，优惠的政策更是大大地促进了郑州的成长。但是，任何一个城市都是城镇体系中的城市，只要我们无法将时间逆转，我们就不可能在短时间内改变郑州周围的城镇体系格局；只要整个城镇体系的格局对郑州不利，郑州的发展在相当长时期内都会受到局限。

我们前面讲到河南省经济发展的空间战略是所谓围绕郑州展开的“中心开花”模式，从分形点一轴系统及其空间复杂性的角度看，这是一种典型的“间架性设计”（schematic design）：“这种设计以极简单的口语道出，用一种数学的观念、夹带着一种几何图案，向真人实事笼罩过去。”[22]这是几千年来中国人面对复杂现实系统常犯的毛病，也是当代中国地理实践工作的通病。正确的做法应该是根据各个城镇在点一轴系统中的边际收益大小分配资源和资金，尽可能地使得整个体系的边际收益达到均衡。惟其如此，才能全面地发挥地域空间优势，创造最佳的社会和经济效益。

由于京广线与陇海线的交汇，河南省形成纵、横二轴带，京九铁路通车以后，又增添了新的一轴，这些轴带共同作用的结果是区域网络。点一轴是系统发展的初始元，只有形成网络系统才算成熟，但迄今为止，豫北地区仍处于点一轴系统的中级阶段。尽管如此，豫北地区的城镇- 交通体系却提供了分形点一轴系统和空间复杂性分析的生动实例。

4 结语

可以看出，点一轴系统发育到一定阶段的确呈现分形性质，分维是刻画空间复杂性的一个重要参数[23]。运用分形思想和空间复杂性科学可将点一轴理论进一步抽象和发展，加强其解释和预言能力。分形是大自然的优化结构，也是空间复杂系统的一般性质，基于分形思想，借助复杂性理论、计算机模拟技术以及地理信息系统（GIS）可以发展一套关于点一轴系统的地理空间规划方法。因此，点一轴系统理论如果能同复杂性科学和计算机技术有效结合，必将形成强有力的地理优化理论和技术，地理科学亦将因此而大有作为。关于这方面的课题，今后的主要研究方向在于：第一，点一轴系统作为地理空间 UGC 的自组织形成机理。可以通过细胞自动机等模型[24]模拟其创生和演化过程，从而揭示分形点一轴系统的动力学机制；第二，点一轴系统的空间复杂性描述。我们知道，分维是其空间复杂度的重要定量判据之一，当然还有其它定量判据。问题在于，如何建立有效的数学模型刻画空间复杂性——只有借助模型的演绎推理，才可能解释更为深刻的地理学本质。第三，点一轴系统空间结构优化的集成动力学模型的建设。这方面的研究需要结合后现代数学（分形、混沌等）、仿生科学（细胞自动机、神经网络、遗传算法等）、GIS 和计算机模拟技术[24]。第三个方向的发展取决于前两个方向的发展——没有基础理论的支撑，任何技术体系都是不可靠的，甚至是危险的，人类因缺乏足够的科学知识而发展技术导致的教训实在太多！

参考文献：

[1] 陆大道. 区位论及区域研究方法. 北京：科学出版社，1988. 101～102.

[2] 陆玉麒. 论点轴系统理论的科学内涵. 地理科学，2002，**22**(2)：136～143.

[3] 林鸿溢，李映雪. 分形论——奇异性探索. 北京：北京理工大学出版社，1992. 45～46.

[4] Bossomaier T, Green D. 沙地上的图案：计算机、复杂和生命. 陈禹，等，译. 南昌：江西教育出版社，1999.

[5] 陈彦光，刘继生. 城市系统的异速生长关系与位序-规模法则——对 Steindl 模型的修正与发展. 地理科学，2001，**21**(4)：412～416.

[6] Batty M, Longley P A. Fractal Cities: A Geometry of Form and Function. London: Academic Press, Harcourt Brace & Company, Publishers, 1994. 44～45.

[7] Arlinghaus S. Fractals take a central place. Geografiska Annaler, 1985,67B,(2): 83～88.

[8] 陆大道. 区域发展及其空间结构. 北京：科学出版社，1995. 137～141.

[9] Bak P. How Nature Works: the Science of Self-Organized Criticality. New York: Springer-Verlag, 1996.

[10] Waldrop M M. 复杂：诞生于秩序与混沌边缘的科学. 陈玲译. 北京：生活·读书·新知三联书店，1997.

[11] Allen P M. Self-organization in the urban system. In: Schieve WC, Allen PM. Self-Organization and Dissipative Structures: Applications in the Physical and Social Sciences. Austin: University of Texas Press, 1982. 142～146.

[12] Wilson A G. Comlex Spatial Systems: The Modelling Foundations of Urban and Regional Analysis. Singapore: Pearson Education Asia Pte Ltd. ,2000.

[13] 周一星. 城市地理学. 北京：商务印书馆，1995. 417.

[14] 单纬东，陈彦光. 信阳地区城乡聚落体系的分形几何特征. 地域研究与开发，1998，**17**(3)：48～51.

[15] 宁越敏. 论宋代在中国城市发展史上的地位. 见：华东师范大学西欧北美地理研究所及城市和区域开发研究中心编. 区域经济和城市发展研究. 浙江教育出版社，1993. 78～90.

[16] 李润田主编. 河南省经济地理. 北京：新华出版社，1987. 37～39.

[17] 陆大道. 关于地理学的"人地系统"理论研究. 地理研究，2002，**21**(2)：135～146.

[18] 刘继生，陈彦光. 城镇体系空间结构的分形维数及其测算方法. 地理研究，1999，**18**(2)：171～178.

[19] Frankhouser P. Aspects fractals des structures urbains. L'Espace Geographique,1990,**19**(1): 45～69.

[20] 刘继生，陈彦光. 交通网络空间结构的分形维数及其测算方法. 地理学报，1999，**54**(5)：471～478

[21] 刘继生，陈彦光. 人地非线性相关作用的探讨. 地理科学，1997，**17**(3)：224～230.

[22] 黄仁宇. 中国大历史. 北京：生活·读书·新知三联书店，1997. 13～15.

[23] White R, Engelen G, Uljee I. The use of constrained cellular automata for high-resolution modeling of urban-land dynamics. Environment and Planning B: Planning and Design, 1997, **24**: 323～343.

[24] 刘继生，陈彦光. 基于 GIS 的细胞自动机模型与人地关系的复杂性研究——关于人地关系研究的技术模式探讨. 地理研究，2002，**21**(2)：155～162.

Studies on the fractal structure of point-axis systems with spatial complexity

LIU Ji-sheng[1], CHEN Yan-guang[2], LIU Zhi-gan[3]

(1. Department of Geography, Northeast Normal University, Changchun 130024, China;

2. Department of Geography, Peking University, Beijing 100871, China;

3. Southeast University, Nanjing 210096, China)

Abstract: Studies are preliminarily made on spatial structure of point-axis systems in the paper, which reveal that a point-axis system as a unique giant component (UGC) is in fact a fractal system. The theoretical starting point of the point-axis model in the aspect of spatial patterns is the triangular lattice that is the same as that of central place theory, but the configuration of developed point-axis systems is of irregularity based on random process to a certain extent. On the other hand, the point-axis model is as advanced as a new optimization design which signifies that an ideal point-axis system must have some kinds of optimum structure, especially the spatial structure with some kinds of 'order', the order may be what is called self-similarity that is always emerging 'at the edge of chaos' which is mathematically related to the concept of 'self-organized criticality'.

In reality a point-axis system usually appears concretely as an urban system depending on one or two 'axes' such as seaboard, great rivers, railways and so on, and systems of cities and towns proved to be fractal systems. This implies that point-axis systems may have fractal structure. From the viewpoint of a general dynamic system that can be used to describe point-axis systems, an allometric growth equation is deduced out as $x_i \propto x_{j\alpha}$, from which, the relationship between measures and yardsticks of point-axis systems, $M(r) \propto r^D$, can be derived by means of the theorem of ergodicity. According to the measure-scale relationship, two kinds of fractal dimensions can be given to characterize point-axis systems. One is the point-distribution dimension that is defined by the formula $N(r) \propto r^D$, where r is a yardstick, $N(r)$ is corresponding number of points in a point-axis system and D is fractal dimension. The other is the line-distribution dimension that can be defined by the formula $L(r) \propto r^D$, where $L(r)$ is length of communication lines joining points together corresponding the yardstick r. In addition, the line-distribution dimension can also be defined by number of branches of the network of communication lines linking one point with another.

The four growth stages of point-axis systems are reinterpreted using ideas from fractals, and theoretical results are applied to the system of cities and towns in North Henan including three urban subsystems. It is demonstrated and illustrated that the urban system as a UGC has fractal dimensionality, which only goes to prove that the hypothesis of self-similar point-axis system is correct empirically. A least squares computation of the quantities gives the values of the fractal dimension $D=2.387$ with a determination coefficient of 0.996 for Zhengzhou subsystem, $D=1.747$ with a determination coefficient of 0.997 for Kaifeng subsystem, and $D=1.659$ with a determination coefficient of 0.997 for Luoyang subsystem. As for the system on the whole, $D=1.715$ with a goodness of fit of 0.999. The results bring to light a great deal of temporal-spatial information on the development and evolution patterns of the point-axis system in Central Plains.

Key words: point-axis system; urban system; fractal; fractal dimension; spatial complexity