

文章编号: 1671-7848(2007)04-0442-03

## 关联大系统的故障诊断滤波器设计 LMI 方法

邢双云<sup>1,2</sup>, 徐启程<sup>2</sup>, 张庆灵<sup>1</sup>

(1. 东北大学 系统科学研究所, 辽宁 沈阳 110004; 2. 沈阳建筑大学 理学院, 辽宁 沈阳 110168)



**摘 要:** 大系统分解后, 状态方程增加了一个动态关联项, 这就破坏系统正常时残差渐近于零的条件, 要从残差变化趋势中判断系统的故障, 必须使动态关联项对残差不敏感。利用  $H_\infty$  控制理论, 研究了组合系统的故障检测问题。将故障检测滤波器的设计归结为  $H_\infty$  滤波器问题, 使残差信号对关联项干扰具有较好的抑制作用。残差的变化趋势仍会由系统的故障来决定, 应用线性矩阵不等式得到此类不确定性系统的故障检测滤波器的存在条件, 并给出滤波器参数矩阵的数值解法, 仿真例子说明了方法的有效性。

**关键词:** 关联大系统; 动态关联项; 故障检测; 线性矩阵不等式; 残差

中图分类号: TP 273

文献标识码: A

## An LMI Approach to Design Fault Detection Filter for Interconnected Large-scale Systems

XING Shuang-yun<sup>1,2</sup>, XU Qi-cheng<sup>2</sup>, ZHANG Qing-ling<sup>1</sup>

(1. System Science Institute, Northeastern University, Shenyang 110004, China;

2. College of Science, Shenyang Jianzhu University, Shenyang 110168, China)

**Abstract:** The problem of dynamic interconnected items is dealt with for a class of large-scale systems, system normal time residual error to zero. To judge the problem of fault detection for the system from the residual error change tendency, the dynamic interconnected items nosensitive to the residual error the  $H_\infty$  control theory is used. The fault detection filter design problem is transformed to the  $H_\infty$  filter problem. The residual error signal is connected to the disturbance to have the better inhibitory action. The residual error change tendency still can be decided by the fault detection for the system. The existence condition of the filter is established by means of linear matrix inequalities. The simulation result shows the validity of the method.

**Key words:** large-scale systems; dynamic interconnected terms; fault detection; LMI; residual

### 1 引言

采用有效的故障诊断技术是提高现代复杂控制系统可靠性和安全性的重要途径, 对这个领域的研究取得了大量的研究成果<sup>[1~4]</sup>。常用的设计方法有未知输入观测器方法、特征结构配置法, 而对于不确定关联大系统的鲁棒故障诊断却鲜有报道。由于大系统分解后, 导致状态方程增加了一个动态关联项, 这就破坏了系统正常时, 残差渐近于零的条件。要从残差变化趋势中判断系统的故障, 必须使动态关联项对残差不敏感。本文针对不确定关联大系统, 用  $H_\infty$  范数描述残差对于动态关联项的抑制程度, 采用线性矩阵不等式推导出一类组合系统故障检测滤波器的存在条件, 给出了此类滤波器参数矩阵的数值解法, 仿真例子说明了方法的有效性。

### 2 问题描述

考虑由  $N$  个子系统组成的关联大系统, 其子系统方程为

$$\begin{cases} \dot{x}_i(t) = A_i x_i(t) + B_i u_i(t) + E_{f_i} d_i(t) + f_i(t) \\ y_i(t) = C_i x_i(t) \end{cases} \quad (1)$$

$$d_i(t) = [x_1^T(t), x_2^T(t), \dots, x_{i-1}^T(t), x_{i+1}^T(t), \dots, x_N^T(t)]$$

$$E_{f_i}(t) = [A_{i1} \ A_{i2} \ \dots \ A_{i,i-1} \ A_{i,i+1} \ \dots \ A_{in}]$$

式中,  $x_i(t) \in \mathbf{R}^{n_i}$ ,  $u_i(t) \in \mathbf{R}^{m_i}$ ,  $f_i(t) \in \mathbf{R}^{n_i}$  分别是第  $i$  个子系统的状态向量, 控制输入和被检测的故障信号;  $y_i(t) \in \mathbf{R}^{l_i}$  为第  $i$  个子系统的输出向量;  $A_i, B_i, E_{f_i}, C_i$  是适当维数的常数矩阵。

假设 进行故障检测滤波器设计之前, 假设系统是渐近稳定的。

收稿日期: 2007-04-06; 收修定稿日期: 2007-04-19

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(60574011)

作者简介: 邢双云(1979-), 女, 辽宁大连人, 研究生, 主要研究方向为广义系统、网络控制等; 张庆灵(1956-), 男, 辽宁营口人, 教授, 博士生导师。

构造如下形式的故障检测滤波器:

$$\begin{cases} \hat{x}(t) = (A_i - K_i C_i) \hat{x}(t) + B_i U_i(t) + K_i y_i(t) \\ \hat{y}_i(t) = C_i \hat{x}(t) \end{cases} \quad (2)$$

式中,  $K_i$  是  $n_i \times m_i$  增益矩阵;  $\hat{x}_i(t)$  是  $n_i \times 1$  的状态估计矢量;  $\hat{y}_i(t)$  是  $m_i \times 1$  的输出估计向量。

令观测器的状态偏差和输出偏差分别为

$$\begin{aligned} e_i(t) &= x_i(t) - \hat{x}_i(t) \\ \varepsilon_i(t) &= W_i(y_i(t) - \hat{y}_i(t)) \end{aligned}$$

式中,  $W_i$  是  $p_i \times m_i$  维的加权矩阵。

得到此时的残差系统:

$$\begin{aligned} \dot{e}_i(t) &= A_{ci} e_i(t) + B_{fi} f_i + E_{di} d_i(t) \\ \varepsilon_i(t) &= W_i C_i e_i(t) \end{aligned}$$

此时的残差矢量的响应函数:

$$\varepsilon_i(s) = W_i C_i (sI - A_{ci})^{-1} B_{fi} f_i + W_i C_i (sI - A_{ci})^{-1} E_{di} d_i(t) = T_{ij}(s) f(s) + T_{nd}(s) d(s)$$

式中,  $A_{ci} = A_i - K_i C_i$ 。

为使  $\varepsilon_i$  仅反映故障的影响, 必须使:

$$W_i C_i (sI - A_{ci})^{-1} E_i = 0$$

如果  $W_i C_i E_i = 0$ , 且  $H_i = W_i C_i$  的所有行都是  $A_{ci}$  的左特征向量, 则  $W_i C_i (sI - A_{ci})^{-1} E_i = 0$ 。

本文要解决的问题是在不满足上述条件时, 即不能进行观测器的特征结构配置的情况下, 如何设计故障检测滤波器, 使  $\|T_{nd}(s)\|_{\infty} < \gamma \rightarrow \min$ , 即使动态关联项对残差不敏感, 残差的变化趋势仍然会由系统的故障来决定。

第  $i$  个系统的阈值取为

$$J_{i th} = \sup_{u \in l_2, f=0} \|r_i(t)\|_{2,T} = \left( \int_{t_0}^{t_0+T} r_i(t)^T r_i(t) \right)^{1/2}$$

残差评价函数选择为

$$J_{i th} = \|r_i(t)\|_{2,T} = \left( \int_{t_0}^{t_0+T} r_i(t)^T r_i(t) \right)^{1/2}$$

式中,  $t_0$  为初始评价时间;  $T$  为评价时间段。

故障检测逻辑为

$J_i(r) > J_{i th} \Rightarrow$  第  $i$  个子系统有故障  $\Rightarrow$  报警

$J_i(r) < J_{i th} \Rightarrow$  第  $i$  个子系统无故障

引理 1 设  $D, F$  和  $F(t)$  为适当维数矩阵, 且:

$F(t)^T F(t) < I$ , 则存在一个标量  $\varepsilon > 0$  使下式成立:

$$DF(t)E + (DF(t)E)^T \leq \varepsilon DD^T + \varepsilon^{-1} E^T E$$

### 3 主要结果

定理 1 给定常数  $\gamma_i > 0$ , 对于系统式(1)和故障诊断滤波器式(2), 残差产生系统是渐近稳定且  $\|T_{nd}(s)\|_{\infty} < \gamma$  的充分条件是, 如果存在矩阵  $X_i$ ,

加权矩阵  $W_i$ , 和正定矩阵  $P_i$  使 LMI:

$$\begin{bmatrix} P_i A_i + A_i^T P_i - X_i C_i - C_i^T X_i & C_i^T W_i^T & P_i E_i \\ W_i C_i & -I & 0 \\ E_i^T P_i & 0 & -\gamma_i^2 \end{bmatrix} < 0 \quad (3)$$

则故障诊断滤波器的设计问题可解, 且对应的观测器增益阵为

$$K_i = P_i^{-1} X_i$$

证明 当  $f_i = 0$  时, 残差系统变为

$$\dot{e}_i(t) = (A_i - K_i C_i) e_i(t) + E_i d_i(t)$$

$$\varepsilon_i = W_i C_i e_i(t)$$

取 Lyapunov 泛函为

$$v(x(t)) = \sum_{i=1}^N v_i(x_i(t))$$

式中  $v_i(x_i(t)) = e_i^T P_i e_i$ 。

把关联项当成扰动, 则当系统无关联项  $d_i(t)$  输入时:

$$\sum_{i=1}^N \dot{v}(x(t)) = 2e_i^T P_i (A_i - K_i C_i) e_i$$

若  $P_i (A_i - K_i C_i) + (A_i - K_i C_i)^T P_i < 0$ , 则系统渐近稳定。

假设系统满足零初始条件, 并令:

$$J = \sum_{i=1}^N \int_0^{\infty} (z_i^T z_i - \gamma_i^2 d_i^T d_i) =$$

$$\int_0^{\infty} \sum_{i=1}^N (z_i^T z_i - \gamma_i^2 d_i^T d_i + V_i(t)) - V(\infty) \leq$$

$$\int_0^{\infty} \sum_{i=1}^N (z_i^T z_i - \gamma_i^2 d_i^T d_i + V_i(t)) \leq$$

$$e_i^T(t) C_i^T W_i^T W_i C_i e_i(t) - \gamma_i^2 d_i^T d_i + 2e_i^T P_i A_i e_i - 2e_i^T P_i K_i C_i e_i + 2e_i^T P_i E_i d_i(t) =$$

$$\begin{bmatrix} e_i^T(t) & d_i^T(t) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Pi & P_i E_i \\ E_i^T P_i & -\gamma^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_i(t) \\ d_i(t) \end{bmatrix}$$

式中,  $\Pi = C_i^T W_i^T W_i C_i + P_i A_i + A_i^T P_i - P_i K_i C_i - C_i^T K_i^T P_i$ 。

设  $P_i K_i = X_i$ , 并由 schur 补可得式(3)。

可将  $\gamma_i^2$  作为一个优化变量, 通过求解如下凸优化问题来设计最优故障检测滤波器:  $\min_{X_i, W_i, K_i, \rho_i} \rho_i$

其中,  $\gamma_{opt} = (\rho^*)^{1/2}$ ,  $\rho^*$  为  $\rho$  的最优值。

### 4 仿真示例

考虑由以下两个子系统复合的不确定性关联大系统控制输入  $u_1(t) = u_2(t)$  为单位阶跃信号, 被检测的故障信号:

$$f_i(t) = f_2(t) = \begin{cases} 1 & 2 < t \\ 0 & \text{其他} \end{cases}$$

$$A_1 = \begin{bmatrix} -4 & 0 \\ 0 & -2 \end{bmatrix} \quad C_1 = [0.2 \quad 1.0]$$

$$E_{f1} = \begin{bmatrix} 0.2 & 0 \\ 0 & 0.1 \end{bmatrix} \quad B_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

得  $\gamma_1 = 1.1096$ 。

$$W_1 = 0.3997, K_1 = \begin{bmatrix} -1.8505 \\ -1.2525 \end{bmatrix}$$

第一个子系统的残差响应曲线如图 1 所示。

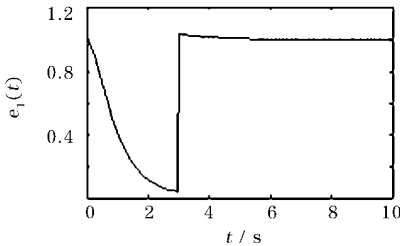


图 1 第一个子系统的残差响应曲线

Fig.1 Response to residual of the first sub-system

$$A_2 = \begin{bmatrix} -5 & 0 \\ 0 & -3 \end{bmatrix}, C_2 = [1 \quad 1],$$

$$E_{f2} = \begin{bmatrix} 0.1 & 0 \\ 0 & 0.1 \end{bmatrix}, B_2 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

得  $\gamma_2 = 1.1189$ 。

$$W_2 = 0.2504, K_2 = \begin{bmatrix} -4.1220 \\ 0.2779 \end{bmatrix}$$

第二个子系统的残差响应曲线如图 2 所示。

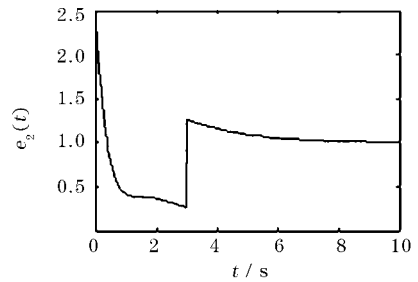


图 2 第二个子系统的残差响应曲线

Fig.2 Response to residual of the second sub-system

### 5 结 语

本文针对一类组合大系统,在不能进行观测器的特征结构配置的情况下,设计出基于线性矩阵不等式的故障检测滤波器,使动态关联项对残差不敏感,保证残差对故障的敏感性。

### 参考文献 (References) :

[1] Ding S X, Ding E L, Jeansch T, et al. An approach to a unified design of FDI system[C]. Shanghai: The 3rd Asia Control Conf 2000.

[2] Frank P M, Ding X. Survey of robust residual generation and evaluation methods in observer-based fault detection systems[J]. J Process Control, 1997, 7(6): 403-424.

[3] Wang H, Lam J. An optimization approach to design robust fault detection observers[C]. Shanghai: The 3rd Asia Control Conf 2000.

[4] Patton R J, Hou M. On sensitivity of robust fault detection observers [C]. Beijing: Proc 14th IFAC World Congress Conf, 1999.

(上接第 421 页)

TIMO: PUSH PSW

PUSH ACC

MOV TH0, #0DFH

MOV TL0, #0F0H

MOV C, P1.0 键扫程序

MOV 00H, C

MOV C, 01H

ANL C, /00H

JNC L1

SETB 06H

L1: MOV C, P1.0

MOV 01H, C

MOV C, P1.1

MOV 02H, C

MOV C, 03H

ANL C, /02H

JNC L2

SETB 07H

L2: MOV C, P1.1

MOV 03H, C

MOV C, P1.2

MOV 04H, C

MOV C, 05H

ANL C, /04H

JNC L3

SETB 08H

L3: MOV C, P1.2

MOV 05H, C

POP ACC

POP PSW

RETI

### 7 结 语

本文主要介绍了 MCS-51 系列单片机中的位寻址区和位操作指令。并且通过实例介绍了标志位的使用,通过大量的现场运行证明,该方法实用、可靠。文中给出的程序实例可直接应用于任何具有按键的测控系统中。

### 参考文献 (References) :

[1] 徐爱钧. 智能化测量控制仪表原理与设计[M]. 北京:北京航空航天大学出版社, 2001. (Xu Aijun. The design and principle of intelligent measurement and control instrument[M]. Beijing: Press of Beihang University, 2001.)

[2] 薛钧义, 武自芳. 微机控制系统及其应用[M]. 西安:西安交通大学出版社, 2003. (Xue Junyi, Wu Zifang. Applications of microcomputer control system[M]. Xian: Xian Jiaotong University Press, 2003.)

[3] 沈红卫. 基于单片机的智能系统设计与实现[M]. 北京:电子工业出版社, 2005. (Shen Hongwei. Design and realization of intelligent system based on single-chip processor[M]. Beijing: Publishing House of Electronics Industry, 2005.)