第35卷第6期 上海师范大学学报(自然科学版) Vol.35, No.6
2006年12月 Journal of Shanghai Normal University (Natural Sciences) 2006, Dec.

Gompertz 分布序进应力加速寿命试验损伤失效率模型下的统计分析

徐晓岭[1], 王蓉华[2], 王 力[3], 吴生荣[4]

(1. 上海对外贸易学院 国际经贸学院,上海 201600; 2. 上海师范大学 数理信息学院,上海 200234
3. 上海交通大学 安泰管理学院,上海 200240; 4 宜兴出入境检验检疫局,宜兴 214266)

摘 要: 给出了 Gompertz 分布产品在序进应力加速寿命试验损伤失效率模型下参数的极大似然估计,并通过 Monte - Carlo 模拟数据说明方法的可行性.

关键词: Gompertz 分布;序加试验;极大似然估计

中图分类号: O213.2 **文献标识码:** A **文章编号:** 1000-5137(2006)06-0037-07

0 引 言

在加速寿命试验(ALT)中,产品要受到比在正常使用下更为严重的应力,使在一个有限的时间内受试产品发生更多的失效.现考虑这样一个试验,在这个试验中,将 n 个产品同时在时刻 $t_0 = 0$,应力水平为 V_1 下投入试验,从 $t_1 > 0$ 开始,剩余的未失效的产品在区间 $[t_1, t_2)$ 内要受到一个更高的应力水平 V_2,在时刻 t_2 开始,在区间 $[t_2, t_3)$ 段内对未失效的产品继续做试验,应力从 V_2 增至 V_3,如此继续下去,直到从 t_{k-1} 开始在最后的时间段 $[t_{k-1}, t_k]$, $t_k < \infty$,剩余的未失效产品要受到更高的应力 V_k. 以上也就是通常所言的定时截尾 k 步步进应力加速寿命试验.在步加试验中, $V_1 < V_2 < \cdots < V_k$ 称为步进应力, V_0 表示正常应力条件下的应力水平(简称常应力).如果 $V_1 > V_0$,称此步加试验为全加速步加试验;如果 $V_1 = V_0$,称此步加试验为部分加速步加试验. Bhattacharyya 和 Soejoeti [1] (1989) 给出了步加试验损伤失效率模型(简称为 TFR 模型).文献[1]的主要结果如下:(1)提出了损伤失效率(TFR)模型,同时简要介绍了 TRV, CE 模型,扼要介绍了关于 TRV, CE 模型一致的已有结果,即:如果在两应力下的产品寿命分布是属于同一的刻度参数族,则 TRV, CE 模型一致;(2)给出了 TRV 和 TFR 模型一致的充分必要条件是损伤因子 $\alpha = 1$ 或者在第一个应力下产品的寿命服从为指数分布;(3)针对 TFR 模型,对简单步加试验就两参数 Weibull 分布给出了参数的 MLE,同时给出了在全加速步加试验场合常应力下的参数估计.文献[2]将文献[1]中的简单步加推广至多步步加试验,并给出了 Weibull 分布的参数的 MLE.文献[3]认为文献[2]中 TRV, TFR 模型一致的必要条件是不成立的,同时还给出了一个反例.文献[4]给出了 TRV, TFR 模型等价的充分必要条件是恒定应力 V_1 下产品寿命的残存函数具有"将时钟调回到零点"的性质.文献[5]将文献[1],[2]中的全样本推广至截尾寿命试验,给出了参数的 MLE,同时对全加速步加试验场合如何求取常应力下参数的估计给出了一个说明.文献[6]证明了步加试验

收稿日期: 2006-06-06

基金项目: 上海市教委基金(CL200517);上海市重点学科(T0401);国家自然科学基金(10571057).

作者简介: 徐晓岭(1965 -),博士,上海对外贸易学院国际经贸学院教授,主要从事商务统计教学和科研工作;王蓉华(1972 -),上海师范大学数理信息学院副教授,主要从事应用统计教学和科研工作.

Weibull 分布产品 TFR 模型下参数的 MLE 是唯一的. 文献[7]研究了 3 个模型的一致性条件. 文献[8]给出了 TFR,TRV 和 CE 模型序加试验下 Weibull 分布产品的失效分布,为 TFR 模型序加试验的统计分析奠定了基础. 文献[9],[10]给出了序加试验 Weibull 分布产品 TFR 模型下参数的点估计. 文献[11]研究了 TFR 模型 Weibull 分布产品的逆矩估计和近似极大似然估计. 文献[12]研究了 TFR 模型 Weibull 分布产品常应力下的参数估计. 文献[13]给出了 TFR 模型在逐步增加的 II 型截尾下 Weibull 分布产品的参数估计. 本文给出了 Gompertz 分布产品在序进应力加速寿命试验损伤失效率模型下参数的极大似然估计,并通过 Monte - Carlo 模拟数据说明方法的可行性.

约定如下记号:用随机变量 Y 表示在一个持续应力下某产品的寿命时间,它的分布函数、密度函数、残存函数和失效函数分别用: $F(y)$, $f(y)$, $\bar{F}(y)$ 和 $\lambda(y) = f(y)/\bar{F}(y)$ 来表示. 它们在不同应力场合下,可添加一个下标来表示. 例如,在应力 V_1下, $F_1(y)$ 将表示产品寿命时间的分布函数. 而步进应力加速寿命试验中将用 Y^* 来表示产品的寿命时间,当指的是 Y^* 时,以上所提到的每个函数都要加一个星号.

损伤失效率模型(TFR)的含义是,假定应力从 V_{i-1} 提高到 V_i所产生的效应是在失效率函数上乘上一个因子 $\alpha_{i-1}(>1)$,

$$\lambda^*(y) = (\prod_{i=0}^{j-1}\alpha_i)\lambda_1(y), t_{j-1} \leqslant y \leqslant t_j, j = 1, \cdots, k. \tag{1}$$

其中: $t_0 = 0$, $\alpha_{-1} = \alpha_0 = 1$, $\lambda_1(y)$ 为在应力 V_1下的失效率函数,而因子 $\alpha_i > 1$, $i = 1, \cdots, k$,值将由应力 V_i和 V_{i+1}确定,而且有可能和时间变点 t_i有关.

由文献[1,2],从残存函数 $\bar{F}(y)$ 和累积失效率 $\Lambda(y) = \int_0^y \lambda(x)\,dx$ 之间的关系: $\bar{F}(y) = e^{-\Lambda(y)}$, 可以得到相应的残存函数:

$$\bar{F}^*(y) = \{\prod_{i=0}^{j-1}[\bar{F}_1(t_i)]^{(1-\alpha_i)\prod_{l=-1}^{i-1}\alpha_l}\}[\bar{F}_1(y)]^{\prod_{i=0}^{j-1}\alpha_i}, t_{j-1} \leqslant y \leqslant t_j, j = 1, \cdots, k. \tag{2}$$

特别地,如果是考虑简单步进应力加速寿命试验场合(即 $k = 2$),将 n 个产品,在应力 V_1下试验做到 t_1,紧接着将应力提高到 V_2,试验做到 t_2,此时 TFR 模型的失效率函数为:

$$\lambda^*(y) = \begin{cases} \lambda_1(y) & \text{当 } y \leqslant t_1 \text{ 时} \\ \alpha\,\lambda_1(y) & \text{当 } y > t_1 \text{ 时} \end{cases}. \tag{3}$$

其中因子 $\alpha > 1$,值将由 V_1和 V_2确定,而且有可能和时刻 t_1有关. 此时有相应的残存函数为:

$$\bar{F}^*(y) = \begin{cases} \bar{F}_1(y) & \text{当 } y \leqslant t_1 \text{ 时} \\ \bar{F}_1(t_1)\left[\dfrac{\bar{F}_1(y)}{\bar{F}_1(t_1)}\right]^{\alpha} & \text{当 } y > t_1 \text{ 时} \end{cases}. \tag{4}$$

1 Gompertz 分布损伤失效率模型下序加寿命试验的统计分析

假定在恒定应力 $V_i, i \geqslant 1$ 下产品的寿命分布服从 Gompertz 分布,其分布函数为:

$$F_i(y) = 1 - \exp\left\{-\frac{\theta_i}{\beta}(e^{\beta y} - 1)\right\}, \theta_i > 0. \tag{5}$$

而形状参数 β 可正、可负不依赖于应力水平. 失效率为 $\lambda_i(y) = \theta_i e^{\beta y}$,如果 $\beta > 0$,那么它是增的;如果 $\beta < 0$,则是降的. 文献[4]中较为详细地说明了 Gompertz 分布模型的应用,其可用来描述普通的动力学、动物和哺乳动物的胚胎种肿瘤的生长以及可靠性增长模型. 另外文献[4]还证明了 Gompertz 分布具有"把时钟调回到零点"的性质.

关于 Gompertz 分布产品损伤失效率模型下序进应力加速寿命试验的统计分析通常是基于如下两

个基本假定进行的.

基本假定1：形状参数β不依赖于应力水平V.

基本假定2：Gompertz分布的刻度参数$\theta^{-1}(V)$与应力V有如下对数线性关系：

$$\ln\theta^{-1}(V)=b_1+b_2\Phi(V). \tag{6}$$

其中$\Phi(V)$为一已知函数.例如：逆幂律方程为：$\theta(V)=dV^c$.

在简单步进应力加速寿命试验下损伤失效率(TFR)模型的残存函数为：

$$\bar{F}^*(y)=\begin{cases}\bar{F}_1(y) & \text{当 } y\le t_1 \text{ 时}\\ \bar{F}_1(t_1)\left[\dfrac{\bar{F}_1(y)}{\bar{F}_1(t_1)}\right]^{\alpha} & \text{当 } y>t_1 \text{ 时}\end{cases}$$

$$=\begin{cases}\exp\left\{-\dfrac{\theta_1}{\beta}(e^{\beta y}-1)\right\} & \text{当 } y\le t_1 \text{ 时}\\ \exp\left\{-\dfrac{\theta_1}{\beta}(e^{\beta t_1}-1)+\dfrac{\alpha\theta_1}{\beta}e^{\beta t_1}-\dfrac{\alpha\theta_1}{\beta}e^{\beta y}\right\} & \text{当 } y>t_1 \text{ 时}\end{cases} \tag{7}$$

在上式中令：$t_1\to0^+$，此时$\bar{F}^*(y)$近似地为：$\exp\left\{-\dfrac{\alpha\theta_1}{\beta}(e^{\beta y}-1)\right\}$，$y>0$. 而且产品近似地看作一开始便在应力$V_2$下做试验，而产品在应力$V_2$下的寿命分布仍为Gompertz分布，且形状参数为，其残存函数为：$\exp\left\{-\dfrac{\theta_2}{\beta}(e^{\beta y}-1)\right\}$，于是应有：

$$\exp\left\{-\frac{\alpha\theta_1}{\beta}(e^{\beta y}-1)\right\}=\exp\left\{-\frac{\theta_2}{\beta}(e^{\beta y}-1)\right\}.$$

即：

$$\theta_2=\alpha\theta_1. \tag{8}$$

现考虑序进应力加速寿命试验，应力是时间t的函数：$V(t)=Kt+V_1$，$V_1>0$. 而损伤因子α是t的函数，即$\alpha(t)$，于是易知$\alpha(t)$满足如下关系式：

$$\alpha(t)=\frac{\theta(V)}{\theta}. \tag{9}$$

如果刻度参数满足逆幂律模型：$\theta(V)=dV^c$，则有：

$$\alpha(t)=\left[\frac{Kt+V_1}{V_1}\right]^c. \tag{10}$$

由此针对序进应力$V(t)=Kt+V_1$，$V_1>0$加速寿命试验，其失效率函数、残存函数和密度函数分别为：

$$\lambda^*(t)=\alpha(t)\lambda_1(t)=\left[\frac{Kt+V_1}{V_1}\right]^c dV_1^c e^{\beta t}=d(Kt+V_1)^c e^{\beta t}; \tag{11}$$

$$\bar{F}^*(t)=\exp\left\{-\int_0^t\lambda^*(x)\mathrm{d}x\right\}=\exp\left\{-d\int_0^t(Kx+V_1)^c e^{\beta x}\mathrm{d}x\right\}; \tag{12}$$

$$f^*(t)=d(Kt+V_1)^c e^{\beta t}\exp\left\{-d\int_0^t(Kx+V_1)^c e^{\beta x}\mathrm{d}x\right\}. \tag{13}$$

特别地，当$V_1=0$时，也即序进应力$V(t)=Kt$加速寿命试验，其失效率函数、残存函数和密度函数分别为：

$$\lambda^*(t)=dK^c t^c e^{\beta t}; \tag{14}$$

$$\bar{F}^*(t)=\exp\left\{-dK^c\int_0^t x^c e^{\beta x}\mathrm{d}x\right\}; \tag{15}$$

$$f^*(t)=dK^c t^c e^{\beta t}\exp\left\{-dK^c\int_0^t x^c e^{\beta x}\mathrm{d}x\right\}. \tag{16}$$

现考虑在序进应力 $V(t) = Kt + V_1, V_1 > 0$. 下,将 n 个产品投入试验,试验做到时间 T 为止,即做定时截尾寿命试验,次序失效时间为: $t_1, t_2, \cdots, t_r \leqslant T$. 其似然函数为:

$$L(c,d,\beta) = \frac{n!}{(n-r)!}\prod_{i=1}^{r} f^*(t_i)[\bar{F}^*(T)]^{n-r} = \frac{n!}{(n-r)!}d^r[\prod_{i=1}^{r}(Kt_i+V_1)^c][\prod_{i=1}^{r}e^{\beta t_i}]$$

$$\cdot \exp\left\{-d\sum_{i=1}^{r}\int_0^{t_i}(Kx+V_1)^c e^{\beta x}dx\right\}\exp\left\{-(n-r)d\int_0^T(Kx+V_1)^c e^{\beta x}dx\right\}$$

$$= \frac{n!}{(n-r)!}d^r[\prod_{i=1}^{r}(Kt_i+V_1)]^c \exp\{\beta\sum_{i=1}^{r}t_i\}$$

$$\cdot \exp\left\{-d\sum_{i=1}^{r}\int_0^{t_i}(Kx+V_1)^c e^{\beta x}dx\right\}\exp\left\{-(n-r)d\int_0^T(Kx+V_1)^c e^{\beta x}dx\right\}, \tag{17}$$

$$\ln L(c,d,\beta) = \ln\frac{n!}{(n-r)!} + r\ln d + c\sum_{i=1}^{r}\ln(Kt_i+V_1) + \beta\sum_{i=1}^{r}t_i$$

$$-d\sum_{i=1}^{r}\int_0^{t_i}(Kx+V_1)^c e^{\beta x}dx - (n-r)d\int_0^T(Kx+V_1)^c e^{\beta x}dx, \tag{18}$$

$$\frac{\partial \ln L(c,d,\beta)}{\partial d} = \frac{r}{d} - \sum_{i=1}^{r}\int_0^{t_i}(Kx+V_1)^c e^{\beta x}dx - (n-r)\int_0^T(Kx+V_1)^c e^{\beta x}dx. \tag{19}$$

令: $\frac{\partial \ln L(c,d,\beta)}{\partial d} = 0$,得:

$$d = \frac{r}{\sum_{i=1}^{r}\int_0^{t_i}(Kx+V_1)^c e^{\beta x}dx} + (n-r)\int_0^T(Kx+V_1)^c e^{\beta x}dx, \tag{20}$$

$$\frac{\partial \ln L(c,d,\beta)}{\partial c} = \sum_{i=1}^{r}\ln(Kt_i+V_1),$$

$$-d\sum_{i=1}^{r}\int_0^{t_i}(Kx+V_1)^c e^{\beta x}\ln(Kx+V_1)dx - (n-r)d\int_0^T(Kx+V_1)^c e^{\beta x}\ln(Kx+V_1)dx. \tag{21}$$

令: $\frac{\partial \ln L(c,d,\beta)}{\partial c} = 0$,得:

$$d = \frac{\sum_{i=1}^{r}\ln(Kt_i+V_1)}{\sum_{i=1}^{r}\int_0^{t_i}(Kx+V_1)^c e^{\beta x}\ln(Kx+V_1)dx + (n-r)\int_0^T(Kx+V_1)^c e^{\beta x}\ln(Kx+V_1)dx}, \tag{22}$$

$$\frac{\partial \ln L(c,d,\beta)}{\partial \beta} = \sum_{i=1}^{r}t_i - d\sum_{i=1}^{r}\int_0^{t_i}x(Kx+V_1)^c e^{\beta x}dx - (n-r)d\int_0^T x(Kx+V_1)^c e^{\beta x}dx. \tag{23}$$

令: $\frac{\partial \ln L(c,d,\beta)}{\partial \beta} = 0$,得:

$$d = \frac{\sum_{i=1}^{r}t_i}{\sum_{i=1}^{r}\int_0^{t_i}x(Kx+V_1)^c e^{\beta x}dx + (n-r)\int_0^T x(Kx+V_1)^c e^{\beta x}dx}. \tag{24}$$

由此可得仅含参数 c,β 的两个超越方程:

$$\frac{\sum_{i=1}^{r}\int_0^{t_i}x(Kx+V_1)^c e^{\beta x}dx + (n-r)\int_0^T x(Kx+V_1)^c e^{\beta x}dx}{\sum_{i=1}^{r}\int_0^{t_i}(Kx+V_1)^c e^{\beta x}dx + (n-r)\int_0^T(Kx+V_1)^c e^{\beta x}dx} = \frac{\sum_{i=1}^{r}t_i}{r}, \tag{25}$$

$$\frac{\sum_{i=1}^{r}\int_0^{t_i}(Kx+V_1)^c e^{\beta x}\ln(Kx+V_1)\mathrm{d}x+(n-r)\int_0^T(Kx+V_1)^c e^{\beta x}\ln(Kx+V_1)\mathrm{d}x}{\sum_{i=1}^{r}\int_0^{t_i}(Kx+V_1)^c e^{\beta x}\mathrm{d}x+(n-r)\int_0^T(Kx+V_1)^c e^{\beta x}\mathrm{d}x}=\frac{\sum_{i=1}^{r}\ln(Kt_i+V_1)}{r}. \tag{26}$$

从中可以解得参数 c,β 的极大似然估计 $\hat{c},\hat{\beta}$，进而得参数 d 的极大似然估计 $\hat{d}$.

$$\hat{d}=\frac{r}{\sum_{i=1}^{r}\int_0^{t_i}(Kx+V_1)^{\hat{c}}e^{\hat{\beta}x}\mathrm{d}x}+(n-r)\int_0^T(Kx+V_1)^{\hat{c}}e^{\hat{\beta}x}\mathrm{d}x. \tag{27}$$

特别地：当做定数截尾寿命试验时，定数截尾数为 r，关于参数的极大似然估计完全可以类似处理，只不过将上述定时截尾时间 T 改为 t_r 即可.

另外，如果考虑在序进应力 $V(t)=Kt$ 下，将 n 个产品投入试验，试验做到时间 T 为止，即定时截尾寿命试验，次序失效时间为：$t_1,t_2,\cdots,t_r\leqslant T$，为求参数的极大似然估计，即将方程(25)、(26)和(27)中 V_1 取为0便可. 于是参数 c,β 的极大似然估计 $\hat{c},\hat{\beta}$ 为如下两个超越方程的根：

$$\frac{\sum_{i=1}^{r}\int_0^{t_i}x^{c+1}e^{\beta x}\mathrm{d}x+(n-r)\int_0^T x^{c+1}e^{\beta x}\mathrm{d}x}{\sum_{i=1}^{r}\int_0^{t_i}x^c e^{\beta x}\mathrm{d}x+(n-r)\int_0^T x^c e^{\beta x}\mathrm{d}x}=\frac{\sum_{i=1}^{r}t_i}{r}. \tag{28}$$

$$\frac{\sum_{i=1}^{r}\int_0^{t_i}x^c e^{\beta x}\ln x\mathrm{d}x+(n-r)\int_0^T x^c e^{\beta x}\ln x\mathrm{d}x}{\sum_{i=1}^{r}\int_0^{t_i}x^c e^{\beta x}\mathrm{d}x+(n-r)\int_0^T x^c e^{\beta x}\mathrm{d}x}=\frac{\sum_{i=1}^{r}\ln t_i}{r}. \tag{29}$$

从中可以看到参数 c,β 的极大似然估计 $\hat{c},\hat{\beta}$ 不依赖于 K.

而参数 d 的极大似然估计 $\hat{d}$ 为：

$$\hat{d}=\frac{1}{K^{\hat{c}}}\frac{r}{\sum_{i=1}^{r}\int_0^{t_i}x^{\hat{c}}e^{\hat{\beta}x}\mathrm{d}x+(n-r)\int_0^T x^{\hat{c}}e^{\hat{\beta}x}\mathrm{d}x}. \tag{30}$$

特别地：当做定数截尾寿命试验时，定数截尾数为 r，关于参数的极大似然估计完全可以类似处理，只不过将上述定时截尾时间 T 改为 t_r 即可.

例1　给定样本容量 $n=50$，取 $V_1=1,K=1$，参数真值分别取为 $c=1,\beta=1,d=1$. 由 Monte-Carlo 模拟模拟产生 50 个随机数 $t_1\leqslant\cdots\leqslant t_{50}$ 如下：

0.0098，0.0152，0.0183，0.0195，0.0564，0.1312，0.1645，0.1763，0.1843，0.1843，0.1877，0.1878，0.2125，0.2479，0.2757，0.3170，0.3397，0.3622，0.3662，0.3734，0.3822，0.3959，0.3963，0.4062，0.4145，0.4320，0.4469，0.4669，0.5397，0.5426，0.5509，0.6075，0.6170，0.6471，0.6794，0.6894，0.7076，0.7452，0.7738，0.7854，0.8005，0.8100，0.8225，0.9012，0.9058，0.9562，0.9680，0.9939，1.0041，1.0496.

运用本文方法可解得参数 c,β 及 d 的极大似然估计分别为：$\hat{c}=0.8694$，$\hat{\beta}=1.2404$ 及 $\hat{d}=0.9953$.

例2　给定样本容量 $n=50$，取 $V_1=1,K=1$，参数真值分别取为 $c=1,\beta=2,d=3$. 由 Monte-Carlo 模拟产生 50 个随机数 $t_1\leqslant\cdots\leqslant t_{50}$ 如下：

0.0020，0.0112，0.0150，0.0233，0.0258，0.0275，0.0294，0.0390，0.0418，0.0501
0.0702，0.0745，0.0816，0.0881，0.1006，0.1022，0.1335，0.1357，0.1374，0.1379
0.1422，0.1492，0.1543，0.1652，0.1761，0.1895，0.2148，0.2175，0.2333，0.2346

0.2368,0.2525,0.2548,0.2569,0.2610,0.2678,0.2765,0.2872,0.2877,0.3248

0.3348,0.3366,0.3438,0.3653,0.3811,0.4251,0.4344,0.4633,0.5486,0.6455

运用本文方法可解得参数 c,β 及 d 的极大似然估计分别为: $\hat{c} = 0.8321$, $\hat{\beta} = 1.9807$ 及 $\hat{d} = 3.0267$.

例3 给定样本容量 $n = 50$,取 $V_1 = 0, K = 1$,参数真值分别取为 $c = 1, \beta = 1, d = 1$. 由 Monte - Carlo 模拟产生 50 个随机数 $t_1 \leqslant \cdots \leqslant t_{50}$ 如下:

0.1694,0.2804,0.2858,0.3123,0.3425,0.3842,0.4261,0.4273,0.4579,0.4872

0.5114,0.5403,0.5476,0.5575,0.6012,0.6210,0.6256,0.6596,0.6627,0.7593

0.7825,0.8336,0.8371,0.8461,0.8781,0.8833,0.9086,0.9351,0.9440,0.9499

0.9677,0.9794,0.9835,0.9902,1.0172,1.0522,1.0647,1.0842,1.0844,1.0920

1.1064,1.1338,1.1861,1.2117,1.2218,1.2515,1.2829,1.3113,1.4686,1.6727

运用本文方法可解得参数 c,β 及 d 的极大似然估计分别为: $\hat{\beta} = 0.9008$, $\hat{c} = 1.1379$ 及 $\hat{d} = 1.3035$.

例4 给定样本容量 $n = 50$,取 $V_1 = 0, K = 1$,参数真值分别取为 $c = 1, \beta = 2, d = 3$. 由 Monte - Carlo 模拟产生 50 个随机数 $t_1 \leqslant \cdots \leqslant t_{50}$ 如下:

0.0877,0.1141,0.1353,0.1921,0.2435,0.2602,0.2612,0.2727,0.2754,0.2808

0.2972,0.3058,0.3324,0.3399,0.3483,0.3534,0.3620,0.3677,0.3947,0.3970

0.4101,0.4157,0.4322,0.4529,0.4706,0.5025,0.5046,0.5208,0.5218,0.5348

0.5519,0.5586,0.5595,0.5693,0.5733,0.5751,0.5819,0.6076,0.6124,0.6491

0.6785,0.6941,0.7030,0.7051,0.7073,0.7262,0.7321,0.7893,0.8638,0.8716

运用本文方法可解得参数 c,β 及 d 的极大似然估计分别为: $\hat{c} = 0.9737$, $\hat{\beta} = 2.0576$ 及 $\hat{d} = 3.0209$.

参考文献:

[1] BHATTACHARYYA G K, SOEJOETI Z. A tampered failure rate model for step - stress accelerated life test[J]. Communication in Statistics Theory and Methods, 1989,18(5):1627 - 1643.

[2] MADI M T. Multiple step - stress accelerated life test: the tampered failure rate model[J]. Communication in Statistics Theory and Methods, 1993,22(9):2631 - 2639.

[3] SEIJI NABEYA. Coincidence of two failure rate models[J]. Communication in Statistics Theory and Methods, 1993,22(3),781 - 785.

[4] RAO B RAJA. Equivalence of the tampered random variable and the tampered failure rate models in accelerated life testing for a class of life distributions having the 'setting the clock back to zero property'[J]. Communication in Statistics Theory and Methods, 1992,21 (3),647 - 664.

[5] 陈迪. 步进应力加速寿命试验的比例失效率模型[A]. 首届中国运筹学会青年可靠性学术会议论文集——可靠性理论、方法及应用[C],北京(1994):机械工业出版社,62 - 66.

[6] WANG RONGHUA, FEI HELIANG. Uniqueness of the maximum likelihood estimate on the weibull distribution tampered failure rate model[J]. Communication in Statistics Theory and Methods, 2003,32(12):2321 - 2338.

[7] WANG RONGHUA, FEI HELIANG. Conditions for the coincidence of the TFR,TRV and CE Models[J]. Statistical Papers, 2004,45:393 - 412.

[8] 王蓉华,费鹤良. TFR,TRV 和 CE 模型序加试验下 Weibull 分布产品的失效分布[J]. 运筹与管理,2002, 11(5):47 - 55.

[9] WANG RONGHUA, FEI HELIANG. Statistical inference of weibull distribution for tampered failure rate model in progressive stress accelerated life testing[J]. Journal of Systerms Science and Complexity,2004,17(2):237 - 243.

[10] 王蓉华,费鹤良. TFR模型序加试验下Weibull分布产品寿命的统计分析[J]. 运筹与管理,2004,13(2): 39 - 44.

[11] XU XIAOLING,FEI HELIANG. Approximate maximum likelihood estimate and inverse moment estimates of the parameters of the tampered failure rate model for the weibull distribution in a step - stress accelerated life test[J]. 数学研究, 2003,36(4): 351 - 367.

[12] XU XIAOLING,FEI HELIANG. Parameter estimation of the weibull distribution tampered failure rate model under a normal stress[J]. 应用概率统计,2004,20(2):126 - 132.

[13] 徐晓岭,王蓉华. Weibull分布逐步增加的Ⅱ型截尾步进应力加速寿命试验的统计分析[J]. 强度与环境,2004,31(1):33 - 39.

[14] 王炳兴. Weibull分布的统计推断[J]. 应用概率统计,1992,8(4):357 - 364.

[15] NELSON W. Accelerated life testing step - stress models and data analysis[J]. IEEE Trans cn Reliability, 1980, 29: 103 - 108.

[16] NELSON W. Accelerated testing[M]. New York: John Wiley Sons,1990.

The statistical analysis of Gompertz distribution base on tampered failure rate model under progressive stress accelerated life testing

XU Xiao-ling [1], WANG Rong-hua [2], WANG Li [3], WU Sheng-rong [4]

(1. International Business College, Shanghai Institute of Foreign Trade, Shanghai 200234, China

2. College of Mathematics and Sciences, Shanghai Normal University, Shanghai 200234,China

3. Antai Management Institute, Shanghai Jiaotong University, Shanghai 200240, China

4. Yixing Import and Export Inspection and Quarantine Bureau, Yixing 214266,China)

Abstract: We obtain the maximum likelihood estimators of the parameters of the Gompertz distribution based on tampered failure rate model under progressive stress accelerated life testing. And we examine the accuracy of the estimators through Monte - Carlo simulated data.

Key words: Gompertz distribution; progressive stress accelerated life testing; maximum likelihood estimator

(责任编辑:冯珍珍)