

# 双 $\Lambda$ 超核 ${}^6_{\Lambda\Lambda}\text{He}$ 的三体结构和粒子关联

段 宜 武

(湘潭师范学院物理系, 湖南 411100)

## 摘 要

本文从  $\Lambda\Lambda\alpha$  三体模型出发, 在简谐振子形式下完成了对超核  ${}^6_{\Lambda\Lambda}\text{He}$  的变分计算. 利用形状密度对各类高斯型相互作用下的  ${}^6_{\Lambda\Lambda}\text{He}$  的结构和粒子关联进行了详细的研究, 得到了内部运动模式.

## 一、引 言

超核  ${}^6_{\Lambda\Lambda}\text{He}$  一直是人们十分感兴趣的研究对象之一. 它的结合能不仅能够提供  $\Lambda$ - $\Lambda$  相互作用强度的信息, 而且也是研究多超子超核系统的出发点. 迄今为止, 对  ${}^6_{\Lambda\Lambda}\text{He}$  超核的研究还为数不多, 而且多着重于探索  $\Lambda$ - $\Lambda$  相互作用<sup>[1-3]</sup>. H. Bandō 等人利用微观  $\alpha$  集团模型对轻超核的结构进行过较系统的研究<sup>[4]</sup>. 张超英等人也曾对  $\Lambda$  超核的动力学结构进行了较详细的研究<sup>[5]</sup>, 在张超英等的研究中, 利用单高斯势对双  $\Lambda$  超核的能谱进行了计算, 并利用变分波函数对它们的结构进行了分析, 得到了一些有意义的结果.

在以上的研究中, 所采用的相互作用多为了拟合实验数据, 并且, 对超核  ${}^6_{\Lambda\Lambda}\text{He}$  的粒子关联和内部运动的研究也为数太少, 因此, 在本文中我们拟对超核  ${}^6_{\Lambda\Lambda}\text{He}$  的三体动力学问题作一系统研究. 我们以  $\Lambda\Lambda\alpha$  为超核  ${}^6_{\Lambda\Lambda}\text{He}$  的三体模型, 尽量选取具有代表性的  $\Lambda$ - $\Lambda$ ,  $\Lambda$ - $\alpha$  两体相互作用, 在简谐振子近似下计算了超核  ${}^6_{\Lambda\Lambda}\text{He}$  的束缚能级和波函数. 然后, 在以前工作<sup>[6,7]</sup>的基础上, 对  ${}^6_{\Lambda\Lambda}\text{He}$  束缚态的形状密度进行了仔细的分析, 研究了相互作用类型对能级、最可几形状和内部粒子关联的影响, 得出了  ${}^6_{\Lambda\Lambda}\text{He}$  的三体模型的内部运动模式.

## 二、唯象相互作用和计算方法

我们将超核  ${}^6_{\Lambda\Lambda}\text{He}$  视为一个  $\Lambda\Lambda\alpha$  三体系统, 其内部 Jacobi 坐标如图 1 所示. 为了系统地研究  ${}^6_{\Lambda\Lambda}\text{He}$  的结构和内部运动, 我们从众多的  $\Lambda$ - $\Lambda$ 、 $\Lambda$ - $\alpha$  唯象等效相互作用势中, 选取了四种高斯型的相互作用(表 1). 这四种势随距离  $r$  的变化曲线如图 2 所示. 其中  $\Lambda$ - $\Lambda$  相互作用  $V_{\Lambda-\Lambda}^1(r)$  具有较硬的排斥芯, 而  $V_{\Lambda-\alpha}^2(r)$   $\Lambda$ - $\alpha$  相互作用的排斥芯比较软; 另

外,由图2可见,两种 $\Lambda$ - $\alpha$ 相互作用势都以吸引成分为主,这可能会使得 $\Lambda$ - $\alpha$ 间距离变小,出现粘胶效应.应该指出,所选择的两种 $\Lambda$ - $\alpha$ 相互作用均可算得较好的超核 ${}^6_\Lambda\text{Be}$ 能谱<sup>[4]</sup>.

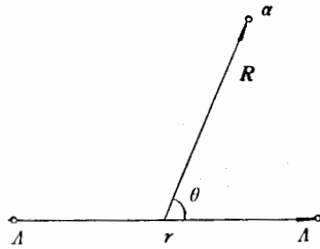


图1  ${}^6_\Lambda\text{He}$  的三体结构和 Jacobi 坐标

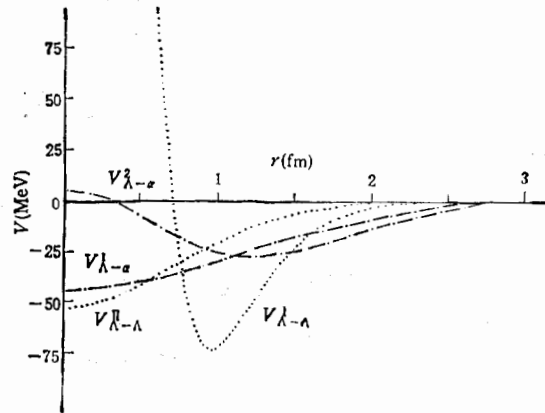


图2  $\Lambda$ - $\Lambda$  相互作用·····  $\Lambda$ - $\alpha$  相互作用- · - · -

表1  $\Lambda$ - $\Lambda$ ,  $\Lambda$ - $\alpha$  唯象相互作用  $V(r) = \sum_i B_i \exp\left[-\left(\frac{r}{b_i}\right)^2\right]$ , (单位: MeV, fm)

编号	粒子间相互作用	$B_1$	$b_1$	$B_2$	$b_2$	$B_3$	$b_3$	文献
I	$V_{\Lambda-\Lambda}$	-10.5	1.5	-305.3	0.9	1300.3	0.5	[4]
II	$V_{\Lambda-\Lambda}$	-52.25	1.034					[1]
1	$V_{\Lambda-\alpha}$	-43.92	1.5656					[2]
2	$V_{\Lambda-\alpha}$	-143.42	1.3680	148.58	1.05			[4]

超核 ${}^6_\Lambda\text{He}$ 的基态  $J^\pi = 0^+$ , 实验给出其结合能为  $10.92 \pm 0.6 \text{ MeV}$ . 我们可以将其波函数写成:

$$\phi(\mathbf{r}, \mathbf{R}) = \mathbf{S} \otimes \Psi(\mathbf{r}, \mathbf{R}), \quad (1)$$

式中  $\mathbf{S}$  为自旋波函数,  $\Psi$  代表体系的空间波函数,  $\mathbf{r}, \mathbf{R}$  的意义见图1. 由于  $\alpha$  粒子的自旋为零,  $\Lambda$  粒子的自旋为  $1/2$ , 对基态来说可设  $\mathbf{S}$  是自旋单态:

$$\mathbf{S} = 1/\sqrt{2} [\alpha(1)\beta(2) - \alpha(2)\beta(1)]. \quad (2)$$

而空间波函数  $\Psi$  的角动量为零.

为了计算  $\Psi$ , 我们采用了简谐振子形式的变分方法, 即选取一组足够多的, 其本征频率经过恰当选择的简谐振子乘积态作为  $\Psi$  的基矢. 在我们的实际计算中, 所用的基矢数目为 95, 其中两  $\Lambda$  粒子间的相对角动量为偶数. 这样计算出来的结果已很精确. 例如对基态能量  $E_{0^+}$  来说, 取 70 个基矢所得的能量设为  $E_{0^+}(70)$ , 则有  $|E_{0^+}(95) - E_{0^+}(70)| / |E_{0^+}(95)|$  均小于千分之一.

在文献[6]中定义了形状密度:

$$\rho_s = 8\pi^2 |\Psi|^2 r^2 R^2 \sqrt{r^2 + R^2} \sin \theta, \quad (3)$$

$\rho_s$  是体系处于特定形状在特定取向下的几率密度。利用形状密度可以计算体系的最可几形状或结构,因而也可以对形状的变化、体系的内部运动进行详细的研究。在  ${}^6_{\Lambda\Lambda}\text{He}$  的基态中,由于  $J^\pi = 0^+$ ,因而其波函数是各向同性的。

### 三、结果与讨论

#### 1. 能级与波函数

利用上述方法,我们计算了在所选取的四种势作用下的超核  ${}^6_{\Lambda\Lambda}\text{He}$  的束缚态,其能级和波函数的耦合特征见表 2。

表 2 超核  ${}^6_{\Lambda\Lambda}\text{He}$  的  $\Lambda\Lambda\alpha$  束缚态

相互作用的组合	结合能 (MeV)	波函数耦合特征(00)+(22)+(44)+... (%)
(I-1)	-13.5588	99.4748+0.5183+0.0069+...
(II-1)	-11.0389	99.3211+0.6697+0.0118+...
(I-2)	-10.9709	99.4130+0.5678+0.0174+...
(II-2)	-10.0237	99.3695+0.6103+0.0183+...

注: 1. 实验值  $-10.92 \pm 0.6$ .

2. Portilho<sup>[8]</sup> 等人给出波函数为  $99.15+0.79+0.07+...$ .

从表 2 可知,四种可能的组合情况下都只给出了一条能级,这与实验相符;实验给出结合能为  $10.92 \pm 0.6\text{MeV}$ ,与此相比较,(I-1)的组合使  $\Lambda\Lambda\alpha$  束缚过紧,而(II-2)组合又显得略松;只有(I-2)和(II-1)的组合使结合能落在实验值范围内,尤其(I-2)的组合给出  $\Lambda\Lambda\alpha$  的结合能为  $10.9709\text{MeV}$ ,与实验值很好地相吻合,注意,(I-2)或(II-1)的组合是  $\Lambda-\Lambda$ 、 $\Lambda-\alpha$  间的相互作用同有或同无排斥芯的情况。

在以前的研究中,给出超核  ${}^8_{\Lambda}\text{Be}$  和  ${}^{12}\text{C}$  核的波函数耦合特征是:  $S$  分波  $[(l_1, l_2) = (0, 0)]$  成分分别为 93% 和 95%,现在上升到了大于 99%。抑制高分波的物理因素是离心位垒  $-\frac{\hbar^2}{2\mu} \frac{l(l+1)}{r^2}$ ,现在  $\mu$  小了,离心位垒增大了,因而高分波成分很难进来。另外,反映到其内部运动,将可能使粒子间的角关联程度减小,主要表现为  $S$  波振动。

#### 2. 最可几形状

通过计算形状密度的极大值  $\rho_s^{\text{max}}$ ,得到了超核  ${}^6_{\Lambda\Lambda}\text{He}$  的三体最可几结构,这些结构与两体相互作用的选取是有一定关系的(见表 3)。从表 3 中我们发现:

(i) 无论如何选取  $\Lambda-\Lambda$ 、 $\Lambda-\alpha$  间的相互作用类型,  $\Lambda\Lambda\alpha$  三体系统的最可几形状均为一底角小于  $54^\circ$  的扁等腰三角形。正如我们在文献[7]中曾经指出的,第三粒子(现在是  $\alpha$  粒子)的质量大小对三体结构的形成有较大影响。现在有  $m_3 = m_\alpha > 3m_\Lambda$ ,这是  $\alpha$  粒子对结构的明显的质量效应。

(ii) 尽管所选取的  $\Lambda-\Lambda$  间的两种相互作用  $V_{\Lambda-\Lambda}^I$  和  $V_{\Lambda-\Lambda}^{II}$  之间的区别十分明显(见图 2),但由于  $\Lambda$  粒子质量太小,在构造  $\Lambda\Lambda\alpha$  三体结构时,  $\Lambda-\Lambda$  间的相互作用的影响却远不如  $\Lambda-\alpha$  间的相互作用影响大,也即  $\Lambda-\alpha$  间的相互作用是构造  $\Lambda\Lambda\alpha$  三体结构的主要

表3  $\Lambda\Lambda\alpha$  的最可几结构,  $\theta = 90^\circ$  (单位: fm)

相互作用	$r_{\Lambda-\Lambda}$	$R_{\alpha-\Lambda\Lambda}$	$r_{\Lambda-\alpha}$	$\rho_r^{\max}$
(I-1)	1.66	1.14	1.41	2.0295
(II-1)	1.89	1.14	1.48	1.6230
(I-2)	2.08	1.36	1.71	2.7074
(II-2)	2.17	1.34	1.72	1.6599

注: Portilho 等人给出<sup>[8]</sup>  $\langle r_{\Lambda\Lambda}^2 \rangle^{1/2} = 2.55$ ,  $\langle R_{\alpha-\Lambda\Lambda}^2 \rangle^{1/2} = 1.61$ .

决定成分。例如, 无论取  $\Lambda-\Lambda$  间相互作用势为  $V_{\Lambda-\Lambda}^I$  或  $V_{\Lambda-\Lambda}^{II}$ , 当  $\Lambda-\alpha$  间相互作用取为  $V_{\Lambda-\alpha}^I$  时,  $\alpha-\Lambda$  间的距离  $r_{\alpha-\Lambda} \sim 1.4\text{fm}$ , 取为  $V_{\Lambda-\alpha}^2$  时,  $r_{\alpha-\alpha}$  则为  $1.7\text{fm}$ , 但  $r_{\Lambda-\Lambda}$  却没有发现这种规律。

### 3. 内部运动

三体系统的内部运动是在文献[6]中首先提出来的。在以前的研究<sup>[6,7]</sup>中, 我们发现: 在三体系统中每一束缚态都有其特定的内部运动模式; 对于三全同粒子体系而言, 其  $0^+$  基态的内部运动主要表现为围绕最可几形状的小振动和小摆动; 当第三粒子的质量减小到原来的  $1/4$  时,  $0^+$  基态的内部运动就以轻粒子的振动和摆动为主。

但是, 对于超核  ${}^6_{\Lambda}\text{He}$  的  $\Lambda\Lambda\alpha$  三体系统, 由于  $\alpha$  粒子质量远大于其余两  $\Lambda$  粒子, 因而其内部运动出现了显著的质量效应, 不同于上述模式。通过研究形状密度  $\rho_r$  的分布情况我们发现, 在四种组合情况下,  $\Lambda\Lambda\alpha$  的形状密度  $\rho_r$  的分布情形是类似的。例图 3 是在 (I-1) 组合下  $\Lambda\Lambda\alpha$  的形状密度  $\rho_r$  随  $r, R(\theta = 90^\circ)$  分布图形, 其余三种组合下给出  $\rho_r$  的图形与图 3 类似, 没有形状上的变化, 只是峰值处的  $r, R$  大小不同而已。从  $\rho_r$  的图形我们可以知道: 形状密度  $\rho_r$  的分布范围比较广, 在最可几形状处出现了仅有的一个峰。因此, 虽然  $\Lambda\Lambda\alpha$  三体系统仍将围绕最可几形状附近运动, 但摆动成分会减小, 而以  $r$  振动为主。另外,  $r$  振动和  $R$  振动, 从图 3 看, 是各自独立的  $S$  波振动, 因为基态波函数以  $S$  分波成分为主 ( $>99\%$ )。考虑到  $\Lambda$  粒子质量远小于  $\alpha$  粒子, 此时  $R$  振动并不重要, 是以  $r$  振动

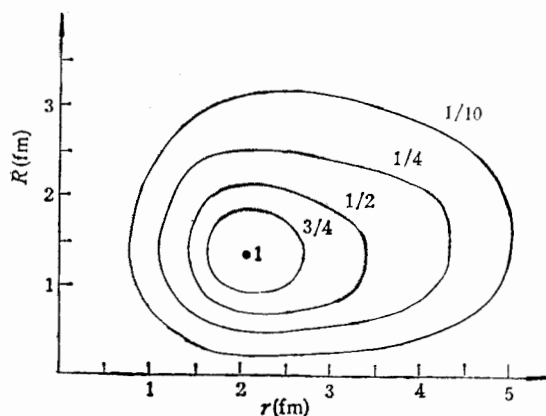


图3 在 (I-2) 组合下  $\Lambda\Lambda\alpha$  三体系统的形状密度分布。其中  $\theta = 90^\circ$ ,  $\rho_r^{\max} = 2.7074$ 。以  $\rho_r$  的最大值  $\rho_r^{\max}$  为单位标记各等几率线。

为主的。

如果考虑  $\alpha$  粒子本身并非点粒子( $\alpha$  粒子的半径在 0.8fm 左右), 则从图 3 可见,  $\alpha$  集团模型在处理  ${}^6_{\Lambda\Lambda}\text{He}$  问题时是有效的。因为  $\Lambda$  粒子与  $\alpha$  粒子之间很难靠近, 其最可几距离为 1.71fm, 而且在  $r, R$  小(因而  $r_{\alpha-\Lambda}$  小)的区域内形状密度  $\rho$ , 急剧减小。

#### 四、结 束 语

本文系统地研究了超核  ${}^6_{\Lambda\Lambda}\text{He}$  的三体结构和内部粒子关联, 结果可归纳如下:

(i). 在所选择的  $\Lambda$ - $\alpha$ 、 $\Lambda$ - $\Lambda$  间的相互作用中, 就这两种力的组合而言, (I-1) 的组合使  $\Lambda\Lambda\alpha$  结构过紧, (II-2) 的组合又过松, 而且结合能也与实验值有较大的差异, 只有 (I-2) 的组合是与实验值吻合的, 这说明  $\Lambda$ - $\Lambda$  之间有强排斥芯而  $\Lambda$ - $\alpha$  之间有弱排斥芯的物理图象是符合实际情况的。

(ii). 在  $\Lambda\Lambda\alpha$  三体结构中,  $\Lambda$ - $\alpha$  间的距离与其间相互作用的关系甚大; 但  $\Lambda$ - $\Lambda$  粒子间的距离则不太受相互作用类型的影响, 这是因为  $\Lambda$  粒子质量太小的缘故。

(iii).  $\Lambda\Lambda\alpha$  三体系统的内部运动以两  $\Lambda$  粒子的  $S$  波振动为主, 而且  $r$  振动与  $R$  振动是互相独立的; 另外,  $\Lambda\Lambda\alpha$  之间角关联甚小。

(iv). 研究表明, 将  $\alpha$  视为无结构的点粒子的  $\alpha$  集团模型是正确的; 因为  $\Lambda$  粒子一般不会落在  $\alpha$  粒子大小范围(0.8fm)之内。

鲍诚光教授指导并修改了本文, 吴为平、赖君利二同志提供帮助, 谨致衷心感谢。

#### 参 考 文 献

- [1] R. H. Dalitz and Rajasekaran, *Nucl. Phys.*, **50**(1964), 450.
- [2] Y. C. Tang and R. C. Herden, *Phys. Rev.*, **138**(1965), B637.
- [3] A. R. Bodmer, et al., *Nucl. Phys.*, **A422**(1984), 510.
- [4] H. Bando et al., *Prog. Thero. Phys. Supplement*, **No. 81**(1985); *Nucl. Phys.*, **A450**(1986), 217c.
- [5] C. Y. Zhang et al., *Nucl. Phys.*, **A500**(1989), 627.
- [6] C. G. Bao et al., *Few-Body Systems*, **2**(1987), 81.
- [7] 段宜武, 丘国春, 鲍诚光, 高能物理与核物理, **V13**(1989), 719.
- [8] O. Portilho and S. A. Coon, *Few-Body Systems*, Preprinted.

## Three-Body Structure and Interparticle Correlations of the Doubly $\Lambda$ Hypernucleus ${}_{\Lambda\Lambda}^6\text{He}$

DUAN YIWU

*(Department of Physics, Xiangtan Teachers' College, Hunan 411100)*

### ABSTRACT

Based on the  $\Lambda\Lambda\alpha$  three-body model, variational calculations for the doubly  $\Lambda$  hypernucleus  ${}_{\Lambda\Lambda}^6\text{He}$  have been completed with the aid of the harmonic oscillator formalism. Then detailed analysis on the shape-density of the system has been made and the interparticle correlations have been investigated, the mode of internal motion has been found.