第 28 卷 第 9 期
2004 年 9 月

高 能 物 理 与 核 物 理
HIGH ENERGY PHYSICS AND NUCLEAR PHYSICS

Vol.28, No.9
Sep., 2004

自旋$\frac{1}{2}$粒子的量子 DNLS 模型的可积性*

赵秀梅　曹利克　杨涛　岳瑞宏
（西北大学现代物理研究所　西安　710069）

摘要　导出了量子可导非线性 Schrödinger 模型(DNLS)在自旋$\frac{1}{2}$粒子情况下的哈密顿量.利用代数方法找到了此模型的量子 monodromy 矩阵所满足的量子 Yang-Baxter 方程(QYBE),从而证明其可积性.

关键词　自旋$\frac{1}{2}$ DNLS 模型　量子 Yang-Baxter 方程(QYBE)　量子可积性

1 引言

量子可积系统的研究一直是世界范围内数学和物理科学领域中集中研究的热点.而把真实物理体系简化了的可积模型(精确可解模型)是统计物理和低维场论中一类非常重要的模型,可积模型的深入研究对其他学科也有着重要的影响,量子反散射方法作为研究可积模型的一种强有力的工具已被成功应用到大量模型中.

许多文章利用此方法研究了非线性 Schrödinger 模型的一些情况:玻色子的非线性 Schrödinger 模型(NLS)[1],自旋$\frac{1}{2}$粒子的非线性 Schrödinger 模型(NLS)[2],以及推广的超矩阵的非线性 Schrödinger 模型[3].最近,Mallick 等研究了另一类非线性 Schrödinger 模型——玻色子的可导非线性 Schrödinger 模型(DNLS)[4,5],其运动方程为 $i\psi_t+\psi_{xx}-4i\xi(\psi^*\psi)\psi_x=0$.对该模型而言,相互作用依赖于粒子数,而本征值均可以用 Bethe ansatz 方法给出.本文将给出自旋$\frac{1}{2}$粒子的量子可导非线性 Schrödinger 模型(DNLS)并证明其可积性.此模型的运动方程为

$$iu_{jt}-u_{jxx}-2u_{\hat{j}}^{\dagger}u_{\hat{j}}u_j+2igu_{\hat{j}}^{\dagger}\partial_x(u_{\hat{j}}u_j)=0\ .\qquad(1)$$

这里 $\hat{j}=3-j, j=1,2$.反对易关系为

$$\{u_i(x,t),u_j^{\dagger}(x',t)\}=\delta_{ij}\delta(x-x'),\qquad(2)$$

$$\{u_i(x,t),u_j(x',t)\}=0,\ (i,j=1,2).\qquad(3)$$

2 系统的构造

首先定义 Lax 算子

$$U_q(x,\lambda)=\mathrm{i}\begin{pmatrix} f_1\rho_1(x)+\frac{\lambda}{2} & 0 & u_1(x)\\ 0 & f_2\rho_2(x)+\frac{\lambda}{2} & u_2(x)\\ u_1^{\dagger}(x) & u_2^{\dagger}(x) & -g\rho(x)-\frac{\lambda}{2}\end{pmatrix},\qquad(4)$$

其中 $\rho_j=u_j^{\dagger}u_j$, $\rho=u^{\dagger}u$,基本算子 $u=\begin{pmatrix}u_1\\u_2\end{pmatrix}$,$\lambda$ 为谱参量,f_1,f_2 和 g 是待定的参数.有限间隔的 monodromy 矩阵可为

$$T_{x_1}^{x_2}(\lambda)=:P\exp\int_{x_1}^{x_2}U_q(x,\lambda)\mathrm{d}x:\ .\qquad(5)$$

::代表算子正规序,P 代表顺序积分.则矩阵(5)满足微分方程

2004-01-15 收稿
* 国家自然科学基金(90103001)资助

$$\frac{\partial}{\partial x_2} T_{x_1}^{x_2}(\lambda) = :U_q(x_2,\lambda) T_{x_1}^{x_2}(\lambda): . \tag{6}$$

为了简化计算,引入

$$T_{x_1}^{x_2}(\lambda) = (1 + V(x_2,\lambda))\exp Z(x_1,x_2;\lambda)\cdot (1 + V(x_1,\lambda))^{-1}. \tag{7}$$

其中

$$Z = \begin{pmatrix} Z_{11} & 0 & 0 \\ 0 & Z_{22} & 0 \\ 0 & 0 & Z_{33} \end{pmatrix}, \quad V = \begin{pmatrix} 0 & 0 & V_{13} \\ 0 & 0 & V_{23} \\ V_{31}^{\dagger} & V_{32}^{\dagger} & 0 \end{pmatrix}. \tag{8}$$

同时让 $U_q(x,\lambda) = U_d(x) + U_{nd}(x)$, $U_d(x)$, $U_{nd}(x)$ 分别表示形如 Z, V 的对角和非对角矩阵,则方程(6)可分解为以下两式

$$\frac{\mathrm{d}V}{\mathrm{d}x_2} = :U_{nd} + [U_d, V] - VU_{nd}V: , \tag{9}$$

$$\frac{\mathrm{d}Z}{\mathrm{d}x_2} = :U_d + U_{nd}V: . \tag{10}$$

分别对应于对角和非对角部分.对上两式取分量,有

$$\frac{\mathrm{d}V_{j3}}{\mathrm{d}x} = :(U_{nd})_{j3} + [(U_d)_{jj}V_{j3} - V_{j3}(U_d)_{33}] - \sum_{k=1}^{2} V_{j3}(U_{nd})_{3k}V_{k3}: , \tag{11}$$

$$\frac{\mathrm{d}Z_{33}}{\mathrm{d}x} = :(U_d)_{33} + (U_{nd})_{31}V_{13} + (U_{nd})_{32}V_{23}: . \tag{12}$$

展开 $V_{j3}(x,\lambda) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(V_{j3})_n}{\lambda^n}$, 代入(11)式,可得 $(V_{j3})_n$ 的前几项

$$(V_{j3})_1 = -u_j,$$

$$(V_{j3})_2 = \mathrm{i}\partial_x u_j + g\rho_{\hat{j}}u_j,$$

$$(V_{j3})_3 = u_{\hat{j}}^{\dagger}u_{\hat{j}}u_j - \mathrm{i}f_j u_{\hat{j}}^{\dagger}u_{\hat{j}}u_{jx} + \mathrm{i}gu_{\hat{j}}^{\dagger}u_{\hat{j}x}u_j + 2\mathrm{i}gu_{\hat{j}}^{\dagger}u_{jx}u_{\hat{j}} - \mathrm{i}gu_{\hat{j}x}^{\dagger}u_{\hat{j}}u_j - \mathrm{i}gu_{\hat{j}}^{\dagger}u_{\hat{j}x}u_j + u_{jxx}.$$

而(12)式又可写成

$$Z_{33} = Z_{-1} + Z_0 + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{Z_n}{\lambda^n}. \tag{13}$$

其中

$$Z_{-1} = -\mathrm{i}\frac{\lambda}{2}\int_{-L}^{+L}\mathrm{d}x,$$

$$Z_0 = -\mathrm{i}g\int_{-L}^{+L}\rho(x)\mathrm{d}x,$$

$$Z_n = :\sum_{j=1}^{2}\int_{-L}^{+L}\mathrm{i}u_j^{\dagger}(V_{j3})_n\mathrm{d}x: .$$

这样就得到 $T_{-L}^{L}(\lambda)$ 的各分量的展开式,其中 Z_{-1} 项是正比于一维的体积的量,系统变成无穷大时,它将变成无穷大.但在无限区间的 monodromy 矩阵的定义中,这个无穷大的振荡因子被 $e(-L,\lambda)$ 所抵消,因此 $T(\lambda)$ 是一个消除了无穷振荡因子的算子.这样可以获得 $T(\lambda)$ 的各级展开,这里列出前几项:

$$Z_1 = -\mathrm{i}\int_{-\infty}^{+\infty}\rho(x)\mathrm{d}x,$$

$$Z_2 = :-\sum_{j=1}^{2}\int_{-\infty}^{+\infty}u_j^{\dagger}u_{jx}\mathrm{d}x + \mathrm{i}g\sum_{j=1}^{2}\int_{-\infty}^{+\infty}u_j^{\dagger}u_{\hat{j}}^{\dagger}u_{\hat{j}}u_j\mathrm{d}x: ,$$

$$Z_3 = \sum_{j=1}^{2}\int_{-\infty}^{+\infty}:[\mathrm{i}u_j^{\dagger}u_{jxx} + \mathrm{i}\rho_j\rho_{\hat{j}} + g\rho_j\partial_x\rho_{\hat{j}} + 2gu_j^{\dagger}u_{jx}\rho_{\hat{j}}]:\mathrm{d}x.$$

若体系哈密顿量 $H = -\mathrm{i}Z_3$,从反对易关系(2),(3)式和演化方程 $\mathrm{i}u_{jt} = [u_j, H]$,很容易得出方程(1).至此,明显地构造了体系哈密顿量

$$H = \sum_{j=1}^{2}\int_{-\infty}^{+\infty}:[u_j^{\dagger}u_{jxx} + \rho_j\rho_{\hat{j}} - \mathrm{i}g\rho_j\partial_x\rho_{\hat{j}} - 2\mathrm{i}gu_j^{\dagger}u_{jx}\rho_{\hat{j}}]:\mathrm{d}x. \tag{14}$$

上述 monodromy 矩阵对谱参数的展开给出了系统的哈密顿量以及其他的几个物理量,诸如粒子数 $\mathrm{i}Z_1$,动量 $\mathrm{i}\hbar Z_2$(精确到一个常数)可以证明如此构造的算子如 Z_1, Z_2,都与 Z_3 可交换.这提示我们:系统是否还存在其他的守恒流? 对这样的一个无穷自由度的系统而言,无穷多的守恒流将意味着系统是可解的.这将是本文的重点.在下面的两节中,将详细证明系统存在无穷多彼此对易的守恒流.

3　有限间隔的量子 Yang-Baxter 方程(QYBE)

首先,引入符号 $\vdots\ \vdots$,其运算规则为

$$\vdots\, Xuu^{\dagger}Y \,\vdots = u^{\dagger}XYu,$$

其中 X 和 Y 是 monodromy 矩阵(5)式的元素.可以证明(见附录)两个 monodromy 矩阵的直积满足下面的微分方程

$$\frac{\partial}{\partial x_2}(T_{x_1}^{x_2}(\lambda)\underset{s}{\otimes}T_{x_1}^{x_2}(\mu)) = \vdots\,\mathscr{L}(x_2;\lambda,\mu)T_{x_1}^{x_2}(\lambda)\underset{s}{\otimes}T_{x_1}^{x_2}(\mu)\,\vdots, \tag{15}$$

这里的 $\mathscr{L}(x_2;\lambda,\mu)$ 为

$$\mathscr{L}(x;\lambda,u) = U_q(x,\lambda)\underset{s}{\otimes}I + I\underset{s}{\otimes}U_q(x,\mu) + \mathscr{L}_{\Delta}(x;\lambda,\mu). \tag{16}$$

其中

$$\mathscr{L}_{\Delta}(x;\lambda,\mu)=\begin{pmatrix} -f_1^2\rho_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -f_1u_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -f_1u_1^{\dagger} & 0 & f_1g\rho_1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & -gu_1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -f_2^2\rho_2 & 0 & 0 & -f_2u_2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -f_2u_2^{\dagger} & f_2g\rho_2 & 0 & 1 & -gu_2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & f_1g\rho_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & f_2g\rho_2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & gu_1^{\dagger} & gu_2^{\dagger} & -g^2(\rho_1+\rho_2) \end{pmatrix}.$$

引入一个矩阵

$$R(\lambda,\mu)=\begin{pmatrix} a & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & h & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & h & 0 & 0 \\ 0 & h & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & a & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & h & 0 \\ 0 & 0 & h & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & h & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & f \end{pmatrix}, \tag{17}$$

其中 $h=\mathrm{i}(\lambda-\mu)$, $a=1-\mathrm{i}(\lambda-\mu)$, $f=1+\mathrm{i}(\lambda-\mu)$，容易验证当 $U_q(x,\lambda)$中的 3 个待定参数取值为 $f_1=f_2=2\mathrm{i}$, $g=-2\mathrm{i}$ 时 $R(\lambda,\mu)$矩阵(17)和 $\mathscr{L}(x;\lambda,\mu)$(16)式满足

$$R(\lambda,\mu)\mathscr{L}(x;\lambda,\mu)=\mathscr{L}(x;\mu,\lambda)R(\lambda,\mu). \tag{18}$$

由方程（15）和（18），发现 DNLS 模型的 monodromy 矩阵（5）满足量子 Yang-Baxter 方程（QYBE）[6]

$$R(\lambda,\mu)T_{x_1}^{x_2}(\lambda)\underset{s}{\otimes}T_{x_1}^{x_2}(\mu)=T_{x_1}^{x_2}(\mu)\underset{s}{\otimes}T_{x_1}^{x_2}(\lambda)R(\lambda,\mu). \tag{19}$$

4 无限间隔的量子 monodromy 矩阵的交换关系及可积性

由上面的定义

$$T(\lambda)=\lim_{\substack{x_1\to-\infty\\x_2\to+\infty}}e(-x_2,\lambda)T_{x_1}^{x_2}(\lambda)e(x_1,\lambda).$$

为找出 $T(\lambda)$矩阵元之间的对易关系，必须消去振荡项．为此，把 $\mathscr{L}(x;\lambda,\mu)$矩阵(16)分成两部分

$$\mathscr{L}(x;\lambda,\mu)=\mathscr{L}_0(\lambda,\mu)+\mathscr{L}_1(x;\lambda,\mu). \tag{20}$$

其中

$$\mathscr{L}_0(\lambda,\mu)=\lim_{|x|\to\infty}\mathscr{L}(x;\lambda,\mu)=\frac{\mathrm{i}}{2}(\lambda+\mu)(e_{11}+e_{22}+e_{44}+e_{55}-e_{99})+\frac{\mathrm{i}}{2}(\lambda-\mu)(e_{33}+e_{66}-e_{77}-e_{88})+e_{37}+e_{68}.$$

$\mathscr{L}_1(x;\lambda,\mu)$是依赖场的部分，当 $x\to\pm\infty$时，$\mathscr{L}_1(x;\lambda,\mu)$消失．

由方程(18)可得

$$R(\lambda,\mu)\varepsilon(x;\lambda,\mu)=\varepsilon(x;\mu,\lambda)R(\lambda,\mu). \tag{21}$$

这里 $\varepsilon(x;\lambda,\mu)=\mathrm{e}^{\mathscr{L}_0(\lambda,\mu)x}$．利用(21)式可以求出微分方程(15)的积分形式

$$T_{x_1}^{x_2}(\lambda)\underset{s}{\otimes}T_{x_1}^{x_2}(\mu)=\varepsilon(x_2-x_1;\lambda,\mu)+\int_{x_1}^{x_2}\mathrm{d}x\varepsilon(x_2-x;\lambda,\mu)\vdots\mathscr{L}_1(x;\lambda,\mu)\cdot T_{x_1}^{x}(\lambda)\underset{s}{\otimes}T_{x_1}^{x}(\mu)\vdots. \tag{22}$$

上式右边第二项当 $x_1,x_2\to\pm\infty$时为零．因此，在这种极限情况下，$T_{x_1}^{x_2}(\lambda)\underset{s}{\otimes}T_{x_1}^{x_2}(\mu)\to\varepsilon(x_2-x_1;\lambda,\mu)$，此即为振荡项．为去掉这个不想要的项，定义

$$W(\lambda,\mu)=\lim_{\substack{x_1\to-\infty\\x_2\to+\infty}}\varepsilon(-x_2;\lambda,\mu)T_{x_1}^{x_2}(\lambda)\underset{s}{\otimes}\cdot T_{x_1}^{x_2}(\mu)\varepsilon(x_1;\lambda,\mu). \tag{23}$$

由(20)和(22)式，可得 $W(\lambda,\mu)$(24)式满足方程

$$R(\lambda,\mu)W(\lambda,\mu)=W(\mu,\lambda)R(\lambda,\mu). \tag{24}$$

此方程代表在无限间隔极限下的 QYBE．

下面设法将(25)式表示成两个 monodromy 矩阵的直积形式．将 $W(\lambda,\mu)$(24)式改写成

$$W(\lambda,\mu)=C_+(\lambda,\mu)T(\lambda)\underset{s}{\otimes}T(\mu)C_-(\lambda,\mu). \tag{25}$$

这里

$$C_+(\lambda,\mu)=\lim_{x\to\infty}\varepsilon(-x;\lambda,\mu)E(x;\lambda,\mu), \tag{26}$$

$$C_-(\lambda,\mu)=\lim_{x\to-\infty}E(-x;\lambda,\mu)\varepsilon(x;\lambda,\mu). \tag{27}$$

其中 $E(x;\lambda,\mu)=e(x,\lambda)\underset{s}{\otimes}e(x,\mu)$. 将 $E(x;\lambda,\mu)$ 和 $\varepsilon(x;\lambda,\mu)$ 的具体形式代入(27),(28)式,并利用主值积分: $\lim\limits_{x\to\pm\infty}P\left(\frac{e^{ikx}}{k}\right)=\pm i\pi\delta(k)$,可以得到

$$C_+(\lambda,\mu)=\begin{pmatrix}1&0&0&0&0&0&0&0&0\\0&1&0&0&0&0&0&0&0\\0&0&1&0&0&0&\rho_+(\lambda,\mu)&0&0\\0&0&0&1&0&0&0&0&0\\0&0&0&0&1&0&0&0&0\\0&0&0&0&0&1&0&\rho_+(\lambda,\mu)&0\\0&0&0&0&0&0&1&0&0\\0&0&0&0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0&0&0&0&1\end{pmatrix},\tag{28}$$

$$C_-(\lambda,\mu)=\begin{pmatrix}1&0&0&0&0&0&0&0&0\\0&1&0&0&0&0&0&0&0\\0&0&1&0&0&0&\rho_-(\lambda,\mu)&0&0\\0&0&0&1&0&0&0&0&0\\0&0&0&0&1&0&0&0&0\\0&0&0&0&0&1&0&\rho_-(\lambda,\mu)&0\\0&0&0&0&0&0&1&0&0\\0&0&0&0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0&0&0&0&1\end{pmatrix}.\tag{29}$$

这里 $\rho_\pm(\lambda,\mu)=\pm\frac{i}{\lambda-\mu}-\pi\delta(\lambda-\mu)$. 通过方程(26),可将无限间隔情况下的 QYBE(25)式重新写成

$$R(\lambda,\mu)C_+(\lambda,\mu)T(\lambda)\underset{s}{\otimes}T(\mu)C_-(\lambda,\mu)=C_+(\mu,\lambda)T(\mu)\underset{s}{\otimes}T(\lambda)C_-(\mu,\lambda)R(\lambda,\mu)\ .\tag{30}$$

利用此方程,容易得出量子 monodromy 矩阵的矩阵元之间所有可能的对易关系,并由其对易关系 $[A_{33}(\lambda),A_{33}(\mu)]=0$, 以及方程(7)可知, 当 $x_1\to-\infty$, $x_2\to\infty$ 时, $V\to0$, $Z_{33}=\ln A_{33}=\sum\limits_{n=-1}^{\infty}\frac{Z_n}{\lambda^n}$, 因此对所有 n,m, $[Z_n,Z_m]=0$. 由此证明此模型是量子可积的.

5　结论

由上面的讨论可看出: DNLS 模型的自旋$\frac{1}{2}$粒子体系, 可以存在一个 Lax-pair 表述形式, 由其定义的 monodromy 矩阵无论是在有限间隔还是无限间隔情况下都满足 QYBE, 利用 monodromy 矩阵对谱参数的展开可找出无穷多守恒量, 从而说明此模型是量子可积的. 另一方面, 量子的 YBE 关系给出 monodromy 矩阵的各元素所满足的代数关系, 这些关系为我们准确求解系统的本征值提供了必要的准备. 在下一篇文章中, 将详细研究如何求解这样的可积系统.

参考文献(References)

1　Thacker H B, Willkinson D. Phys. Rev., 1979, **D19**: 3660; Creamer D B, Thacker H B, Wilkinson D. Phys. Rev., 1980, **D21**: 1523

2　PU Fu-Cho, ZHAO Bao-Heng. Nucl. Phys., 1986, **B275**: 77—92

3　ZHOU Yu-Kui. Nucl. Phys., 1989, **B326**: 775—786

4　Basu Mallick B, Tanaya Bhattacharyya. hep-th/0202035

5　Kundu A, Basu Mallick B. J. Math. Phys., 1993, **34**: 1052

6　YANG C N. Phys. Rev. Lett., 1967, **19**: 1312; Baxter B J. Ann. Phys. (NY), 1972, **70**: 193

7　Skylanin E K. Maty. Phys., 1990, **10**: 121

附录 A

利用扩展方法[7],

$$\frac{\partial}{\partial x_2}(T_{x_1}^{x_2+\varepsilon}(\lambda)\underset{s}{\otimes}T_{x_1}^{x_2}(\mu))=\vdots[U_q(x_2+\varepsilon,\lambda)\underset{s}{\otimes}I+I\underset{s}{\otimes}U_q(x_2,\mu)]T_{x_1}^{x_2+\varepsilon}(\lambda)\underset{s}{\otimes}T_{x_1}^{x_2}(\mu)\vdots+K_++K_-\tag{A1}$$

这里

$$K_+=\sum_{j=1}^{2}\{[T_{x_1}^{x_2+\varepsilon}(\lambda),\mu_j^\dagger(x_2)\}_\pm\underset{s}{\otimes}i(f_je_{jj}-ge_{33})\tilde{T}_{x_1}^{x_2}(\mu)u_j(x_2)+[T_{x_1}^{x_2+\varepsilon}(\lambda),\mu_j^\dagger(x_2)\}_\pm\underset{s}{\otimes}ie_{3j}T_{x_1}^{x_2}(\mu)\}\tag{A2}$$

$$K_-=\sum_{j=1}^{2}\{i(f_je_{jj}-ge_{33})u_j^\dagger(x_2+\varepsilon)\tilde{T}_{x_1}^{x_2+\varepsilon}(\lambda)\underset{s}{\otimes}[u_j(x_2+\varepsilon),T_{x_1}^{x_2}(\mu)\}_\pm+ie_{j3}\tilde{T}_{x_1}^{x_2+\varepsilon}(\lambda)\underset{s}{\otimes}[u_j(x_2+\varepsilon),T_{x_1}^{x_2}(\mu)\}_\pm\}\ .\tag{A3}$$

给矩阵 $T_{x_1}^{x_2}$ 的费米子矩阵元前加一负号,构成的新矩阵即为 $\tilde{T}_{x_1}^{x_2}$.

若 $\varepsilon>0$,$[u_j(x_2+\varepsilon),T_{x_1}^{x_2}(\mu)\}_{\pm}=0$, $\therefore\ K_-=0$.考虑变换 Ω:

$$[T_{x_1}^{x_2+\varepsilon}(\lambda),u_j^{\dagger}(x_2)\}_{\pm}=\mathrm{i}:\Omega\{\boldsymbol{T}_{x_1}^{x_2+\varepsilon}(q;\lambda),u_j^{*}(x_2)\}_{PB}:. \tag{A4}$$

其中

$$\boldsymbol{T}_{x_1}^{x_2+\varepsilon}(q;\lambda)=:P\exp\int_{x_1}^{x_2+\varepsilon}\boldsymbol{U}_q(x,\lambda)\mathrm{d}x:,$$

$$\boldsymbol{U}_q(x,\lambda)=\Omega^{-1}U_q(x,\lambda).$$

利用基本泊松关系

$$\{u_i(x,t),u_j^{*}(x',t)\}_{PB}=-\mathrm{i}\delta_{ij}\delta(x-x'),$$

$$\{u_i(x,t),u_j(x',t)\}_{PB}=0,\ (i,j=1,2).$$

可得

$$\{\boldsymbol{T}_{x_1}^{x_2+\varepsilon}(q;\lambda),u_j^{*}(x_2)\}_{PB}=\boldsymbol{T}_{x_2}^{x_2+\varepsilon}(q;\lambda)\sum_{j=1}^{2}[(f_je_{jj}-ge_{33})\cdot u_j^{*}(x_2)+e_{j3}]\boldsymbol{T}_{x_1}^{x_2}(q;\lambda).$$

对上式取极限 $\varepsilon\to0$,并由(A4)可得

$$\lim_{\varepsilon\to0}[T_{x_1}^{x_2+\varepsilon}(\lambda),u_j^{\dagger}(x_2)\}_{\pm}=\sum_{j=1}^{2}\mathrm{i}[u_j^{\dagger}(x_2)(f_je_{jj}-ge_{33})+e_{j3}]T_{x_1}^{x_2}(\lambda). \tag{A5}$$

再对(A1)式取极限并由(A5),最终可得微分方程(15).

若 $\varepsilon<0$,仍可导出(15)

Integrability of a Quantum Derivative Nonlinear Schrödinger Model for Spin-$\frac{1}{2}$ Particle*

ZHAO Xiu-Mei CAO Li-Ke YANG Tao YUE Rui-Hong

(Institute of Modern Physics, Northwest University, Xi'an 710069, China)

Abstract In this paper, we propose a new quantum derivative nonlinear Schrödinger model for spin-$\frac{1}{2}$ particles. With the help of Lax operator, we construct the monodromy matrix. It is shown that the monodromy matrix satisfies Yang-Baxter equation. Infinite conserved quantities can be obtained by expanding the monodromy matrix repecting to the spectrum parameter.

Key words spin-$\frac{1}{2}$DNLS model, quantum Yang-Baxter equation(QYBE), quantum integrability

Received 15 January 2004

* Supported by NSFC(90103001)