

扇形聚焦回旋加速器中越隙效应的 数值解及其对消方法

赵小凤

(上海原子核研究所)

本文采用严格的数值积分粒子运动方程的方法, 确定了越隙效应所造成的轨道中心偏离及等效一次谐波磁场的分布, 得出了为对消该效应所需的外加一次谐波磁场的数值范围及途径。

关键词 越隙效应, 扇形聚焦回旋加速器, 等效一次谐波磁场, 对消越隙效应, 离子源偏置。

我所 1.2 米普通回旋加速器已改成扇形聚焦回旋加速器, 其加速部件是 180° 的单 D 结构(见图 1)。由于粒子每旋转一圈两次穿越加速间隙加速与磁场的三叶扇结构之间的非对称性, 将对粒子轨道产生类似于一次谐波磁场的作用, 这就是“越隙效应”, 它使粒子的径向自由振荡振幅发生有害的增长。国内外已有学者对它作了一定近似条件下的解析分析^[1,2]。本文采用严格的数值积分粒子运动方程的方法, 定量地确定了越隙效应在我们加速器中所造成的轨道中心偏离及等效一次谐波磁场的分布图景, 得出了一系列为抵消越隙效应所需的外加一次谐波磁场的数值结果及有关途径。这些结果对于加速器谐波线圈的设计和运行的改善都是有益的。

一、越隙效应所造成的轨道中心偏离

取右手圆柱坐标系 (θ, R, Z) , 即一个正电荷的粒子在一个与 Z 轴正方向同向的磁场中作正的 θ 方向旋转(顺时针), 坐标原点位于加速器磁中心, θ 是独立变量, 此时由电子计算机程序所积分的运动方程是^[3]:

$$\frac{dR}{d\theta} = R P_R (1 - P_R^2)^{-\frac{1}{2}}, \quad (1)$$

$$\frac{dP_R}{d\theta} = (1 - P_R^2)^{\frac{1}{2}} - R B_z(R, \theta) / G, \quad (2)$$

其中 $B_z(R, \theta)$ 是中心平面 ($Z=0$) 上的轴向磁场强度, R 、 P_R 分别是粒子的径向坐标和径向动量分量对总动量 P 的比, G 是粒子的磁刚度。

$$B_z(R, \theta) = \overline{B_z(R)} \left\{ 1 + \sum_{k=1}^9 [a_{3k}(R) \cos(3k\theta) + b_{3k}(R) \sin(3k\theta)] \right\} + B_1 \cos(\theta - \bar{\theta}_1). \quad (3)$$

$\overline{B_z(R)}$ 是等时性磁场, B_1 和 $\bar{\theta}_1$ 分别是外加的一次谐波磁场的幅值和峰值的方位角。

全部计算使用相对单位,即取加速器中心的共振磁场 B_0 为磁场单位,取回旋加速器长度单位 l_0 为长度单位。数值积分的迭代控制精度是相对偏差小于 10^{-6} 。

由于感兴趣的是越隙效应所造成的轨道中心偏离,为此把一个粒子的轨道分解成两个部分——平衡轨道部分(R_e, P_{R_e})和相对于平衡轨道的偏离部分($\Delta R, \Delta P_R$),即有

$$\begin{cases} R = R_e + \Delta R, \\ P_R = P_{R_e} + \Delta P_R. \end{cases} \quad (4)$$

后者即为轨道中心的变化部分。我们在一个固定的方位角 θ_0 处(静电通道入口方位角)来考察一个粒子的轨道中心在 $\Delta R - \Delta P_R$ 相平面中的运动。在 $R_0 = 30$ cm(参考圆半径)的平衡轨道上起动一个粒子,图2表示了11 MeV和34 MeV质子等时场下计算结果的比较,前者起动能量为2.8955 MeV,经过57圈的加速到达参考圆半径 $R_0 = 56.4$ cm处,后者起动能量为8.3421 MeV,经过160圈的加速到达 $R_0 = 55.2$ cm处。由图2可见,轨道中心先是单调地偏离开机器中心——这是越隙效应可等效为一个一次谐波磁场对轨道的干扰的证明,而后又叠加了绕加速器中心的进动。由于越隙效应等效一次谐波磁场幅度与每加速一圈参考圆半径的增长 ΔR 成正比,因而在11 MeV等时场中粒子的轨道中心偏离要比在34 MeV等时场中大得多,即越隙效应对低能粒子的危害要比对高能粒子严重,由于从累计的效果来看,越隙效应等效一次谐波磁场的幅度 b_1 和方位 θ_1 ,不仅与加速 D 隙相对于磁场螺旋峰的方位有关,还与被考察粒子的加速历史有关,因此 b_1, θ_1 沿半径的分布将具有某种周期调制;并且只要轨道中心在最初的半个进动周期内粒子还在径向稳定区内,那么越隙效应就不会造成轨道中心持续的单方向滑出,而是轨道中心的不断偏离趋向减弱, $\nu_R > 1$ 所造成的轨道中心进动则越来越强,这就是为什么越隙效应在许多情况下,对于粒子的稳定加速并不是致命的破坏因素的原因。

计算结果还表明,从累计效果看,越隙效应所造成的轨道中心偏离与所考察粒子的起始条件及加速历史有密切关系,例如当在 $R_0 = 15$ cm的平衡轨道起动粒子时,对于34 MeV质子的等时场,其粒子轨道中心的偏离要比图2大1.5—2.0倍(经过210圈的加速到达 $R_0 = 55$ cm附近),轨道中心的分布约占 1800 mm·mad的相空间,而对于11 MeV质子等时场,由于起动能仅0.6898 MeV,越隙效应所等效的一次谐波磁场已大到足以使轨道中心大幅度地连续偏离开机器中心,迅速滑出径向稳定区,致使粒子加速了12圈之后,计算机结果“溢出”。可见,在我们的加速器中,对于低能粒子的加速,越隙效应将造成致命危害(与文献^[2]的解析结果一致)。

二、离子源位置的偏置

既然越隙效应相当于一个一次谐波磁场对粒子轨道的作用,那么在实践上就可以用离子源位置的预先偏置以及外加相反的一次谐波磁场来削弱或抵消越隙效应的危害。在加速器的运行实践中,运行人员正是通过精细地调整离子源的位置和谐波线圈的电流及位相,来实现部分抵消越隙效应所造成的危害,以保证束团的稳定加速直到引出。由计算粒子的减速轨道,可以得到为抵消越隙效应所要求的离子源的偏置量。图3表示了在 $R_0 = 55$ cm的平衡轨道上,起动一个粒子的减速轨道的轨道中心运动(这只要在程序中,当积分运动方程(1)、(2)式时,使用负值的步长并在每次穿越 D 隙时减去一份能量即可)。该结果表

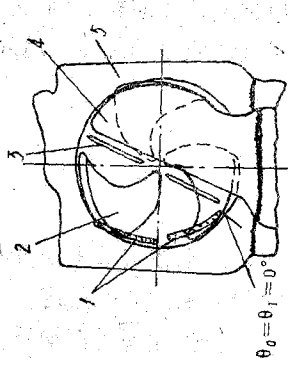


图 1 扇形叶片相对于加速D隙的位置

1—静电引出通道; 2—叶片; 3—腰D; 4—D盒; 5—真空室

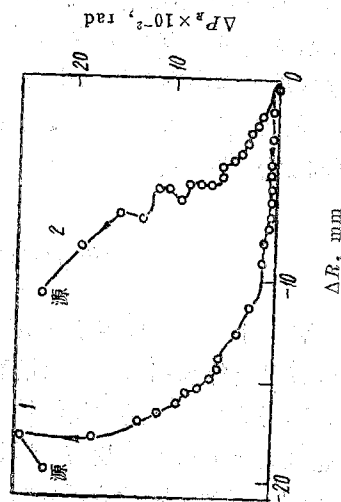


图 3 偏置离子源的位置以对消越隙效应

1—11 MeV(68圈减速), 2—34 MeV(208圈减速);

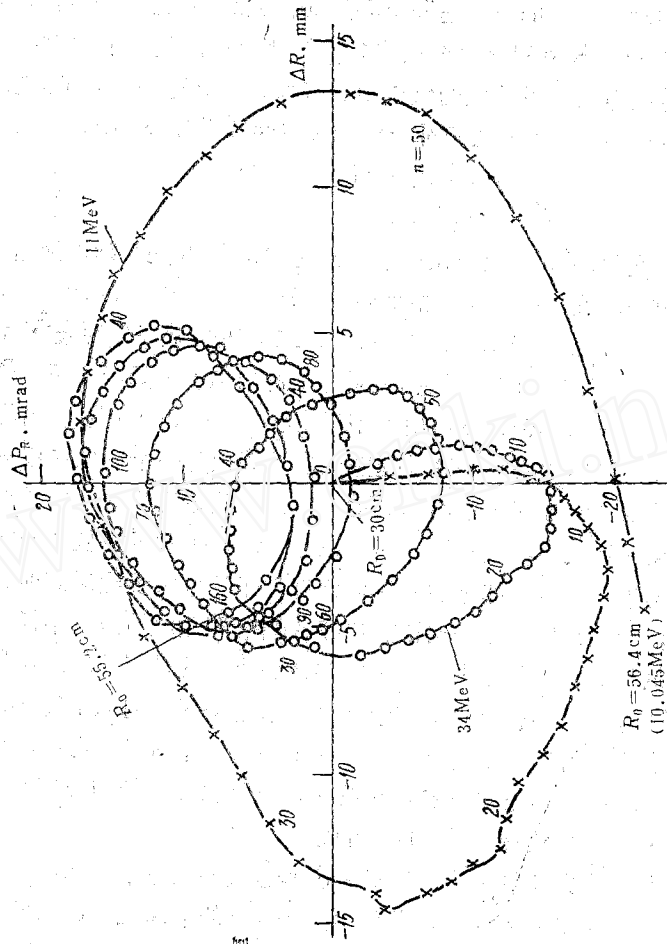


图 2 越隙效应所造成的轨道中心偏离及其进动

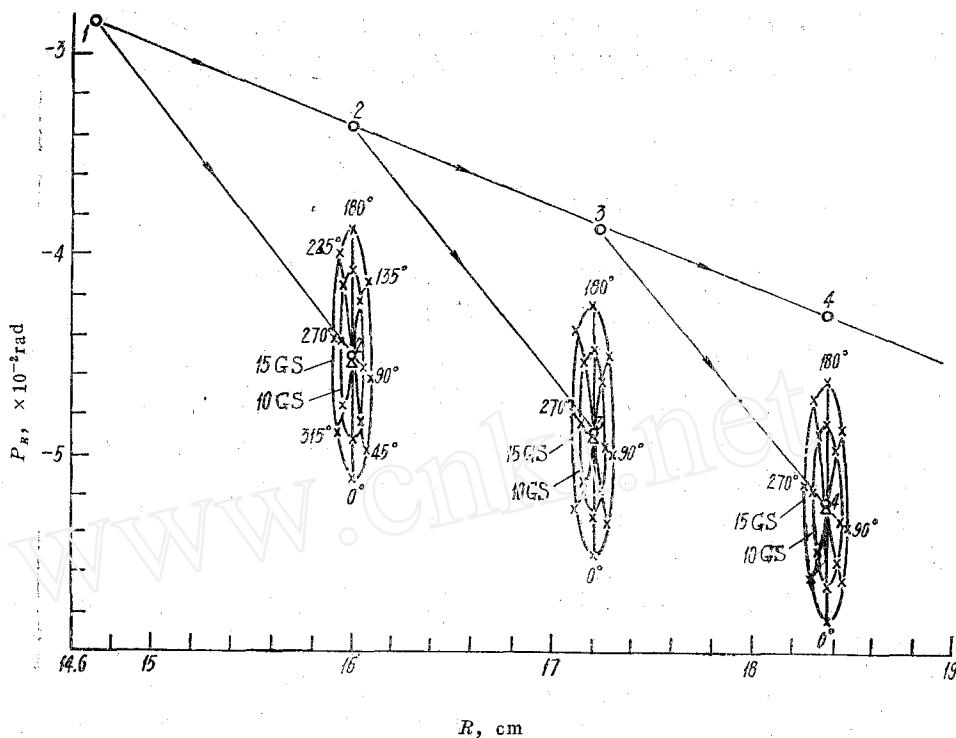


图 4 求解越隙效应等效一次谐波的“蜘蛛网”图解法(对 11 MeV 质子等时场)
 1—0.6898 MeV; 2—0.8198 MeV; 3—0.9498 MeV; 4—1.0798 MeV。

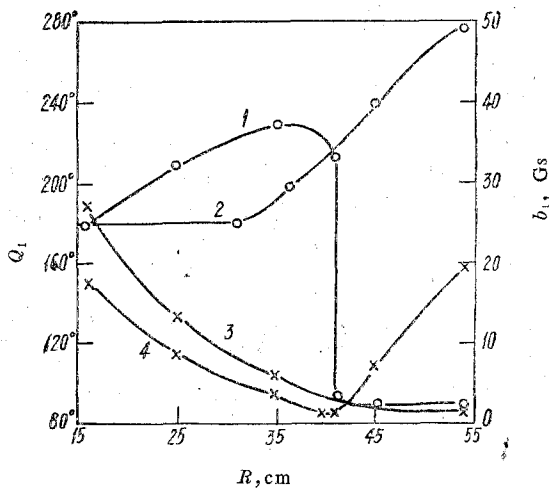


图 5 越隙效应的等效一次谐波磁场分布
 1— $Q_1(34 \text{ MeV})$; 2— $Q_1(11 \text{ MeV})$; 3— $b_1(11 \text{ MeV})$; 4— $b_1(34 \text{ MeV})$ 。

明, 如果仅借助于离子源位置的径向偏置来达到束团加速到大半径 (如 $R_0 = 55 \text{ cm}$) 时, 正好完全抵消越隙效应, 那么离子源的径向位置必须小于对应束团吸出能量 (第一个半圈) 参考圆半径值约 1.2—2.2 cm 同时还必须使离子源的喷口与加速器的径向方向成负夹角 (约 8°) 偏置。显然这样大的离子源偏置量对于束团穿越中心区 $\gamma_R = 3/3$ 非线性共振是很不利的^[4], 一个好的轨道规划, 应当使离子源的偏置量, 仅提供抵消粒子在穿越 $\gamma_R = 3/3$

共振之前的累计越隙效应(此时离子源的径向位置约为束团吸出能量参考圆半径的 2/3),而在以后的加速则由谐波线圈提供的外加一次谐波磁场来部分抵消越隙效应对轨道的影响。

三、越隙效应的等效一次谐波磁场分布

以下将由数值积分运动方程的结果,给出为对消 $\nu_R=3/3$ 共振之后(即 $R_0=15$ cm 之后)的越隙效应所需的外加一次谐波磁场的一系列数值结果。

首先在 (R, P_R) 相空间中寻出越隙效应等效一次谐波磁场的分布图景。可以从两种不同的角度来考察,一种是对每加速一圈的粒子,相继求出越隙效应等效一次谐波磁场,另一种是从累计的效果来考察,即对已被加速的 n 圈的粒子,寻求其所等效的一次谐波磁场分布。下面先介绍前者的数值研究方法和结果。当然,所有下述的计算,都是对一种已经确定的加速间隙相对于扇形叶片的方位角配置作的(本文中是静电引出通入口半径处的磁场螺旋峰位于加速间隙顺时针后 10°)。

图 4 是本文采用的所谓“蜘蛛网”图解法的一例。圆圈表示一个粒子相继两圈的平衡轨道相点,三角形表示在平衡轨道上起动的一个粒子,经过一圈加速后由于越隙效应所造成的相点位置,显然它不落在对应能量的平衡轨道上。如果该越隙效应所等效的一次谐波磁场为 $b_1 \cos(\theta - \theta_1)$, 那么问题就归结为,在加速一圈的过程中,应当外加大到主磁场以多大的谐波磁场 $-b_1 \cos(\theta - \theta_1)$, 才能使三角形相点正好移回到对应的平衡轨道相点(圆圈)上去。为此对 $b_1=10$ Gs, 15 Gs 及 $\theta_1=0^\circ, 45^\circ, 90^\circ \cdots 270^\circ, 315^\circ$ 所组成的十六种组合加速一圈的计算,它们所对应的相点分别以“×”所示。把所有的“×”顺序相连并与三角形相点作连线,就得到所谓“蜘蛛网”。再由对应能量的平衡轨道相点落在该“蜘蛛网”的位置,即可图解得到越隙效应等效的 b_1 和 θ_1 的大小。图 5 是 11 MeV 和 34 MeV 质子等时场下各圈越隙效应等效一次谐波磁场分布曲线(其中静电通道入口处方位角对应于 $\theta_1=0^\circ$)。图 5 结果的正确性,可由动态轨道计算时在主磁场上附加相反的一次谐波磁场 $(-b_1 \cos(\theta - \theta_1))$, 必得到轨道中心偏离及进动幅度大为缩小的相图而证实。图 6 分别是

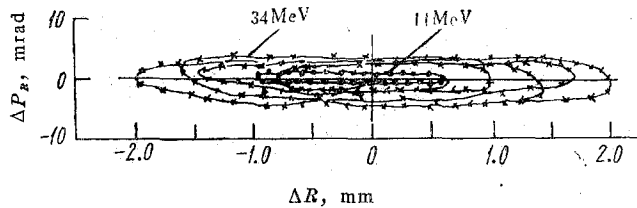


图 6 外加 $-b_1 \cos(\theta - \theta_1)$ 谐波磁场后的轨道中心运动

两种能量的这类计算结果,它表明对 11 MeV 的质子等时场,质子从 $R_0=15$ cm 加速到 $R_0=55$ cm,轨道中心分布仅占 $4 \sim 6$ mm·mrad 的相面积,而在越隙效应未被对消时该能量质子是无法加速到大半径的;对于 34 MeV 质子的加速,轨道中心分布的相面积由原来的约 1800 mm·mrad 缩小到仅占 24 mm·mrad (“蜘蛛网”图解估算误差所致)。图 5 表明,等效一次谐波磁场的幅值 b_1 在 1—28 Gs, 类似于文献[1]的结果。显然,在测量和垫补主磁场一次谐波时,以及在加速器调束运行时,均可利用图 5 的结果。

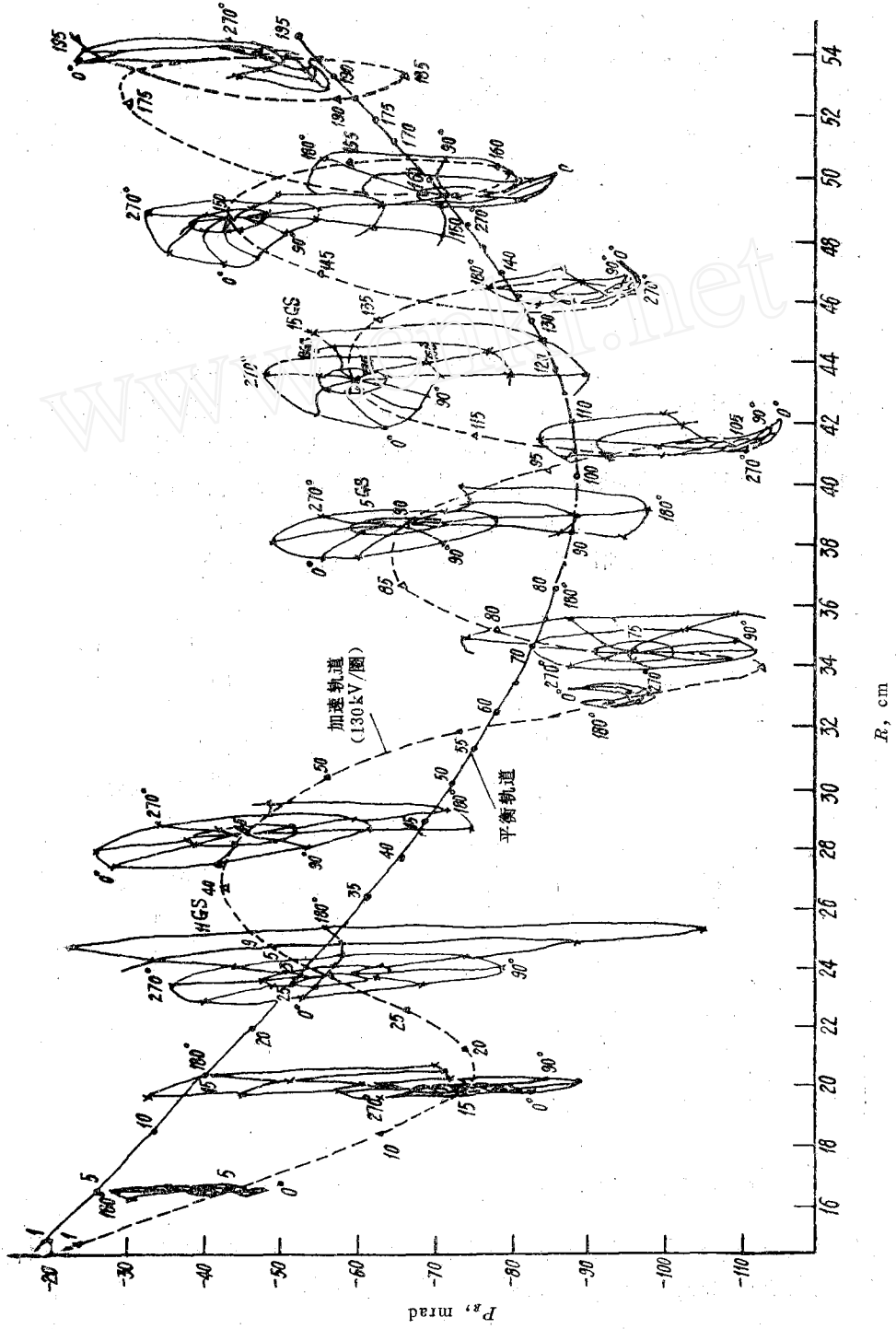


图 7 累计超越效应等效一次谐波磁场“蜘蛛网”图解
34 MeV 质子等时场。

四、多圈累计越隙效应的对消

为在实践上实现对消越隙效应提供更多的可行途径，现在再从总体多圈累计效果来考察越隙效应等效一次谐波磁场的分布。图 7 是 34 MeV 质子等时场下的加速轨道计算结果。图 7 中的三角形表示 $R_0=15$ cm 平衡轨道上起动一个粒子的加速相图，圆圈表示对应的平衡轨道，数字表示加速圈数(加速电压 65 RV)。加速相图呈现绕平衡轨道的周期性振荡，这是累计越隙效应的反映。由于这里考察的是加速 n 圈后轨道偏离所表现出来的越隙效应的累计结果，因而所谓越隙效应等效一次谐波磁场分布应当是指从 $R_0=15$ cm 起动加速到第 n 圈的累计结果，如果它可以表示为：

$$B_{1n}(\theta) = b_{1n} \cos(\theta - \theta_{1n}),$$

从粒子起动开始，就附加于主磁场以一次谐波磁场 $-b_{1n} \cos(\theta - \theta_{1n})$ ，直到加速到第 n 圈，那么图 7 中第 n 圈的三角形相点必然要被移回到第 n 圈对应的平衡轨道相点上。因此，同样可由“蜘蛛网”图解法求得 b_{1n} 和 θ_{1n} 随圈数 n 的变化，只不过现在指的“蜘蛛网”是在第 n 圈上，它反映对加速 n 圈的整个过程附加一系列一次谐波磁场来看对第 n 圈的总后果如何，即图 7 中“×”所围的“蜘蛛网”，由平衡轨道相点落在该“蜘蛛网”的位置可以估算得到图 8 所示的累计越隙效应等效一次谐波磁场的分布图景。由图 8 可见，等效一次谐波磁场的 b_m 和 θ_m 均随圈数 n 呈周期性变化，该周期与粒子轨道中心的进动周期一致。

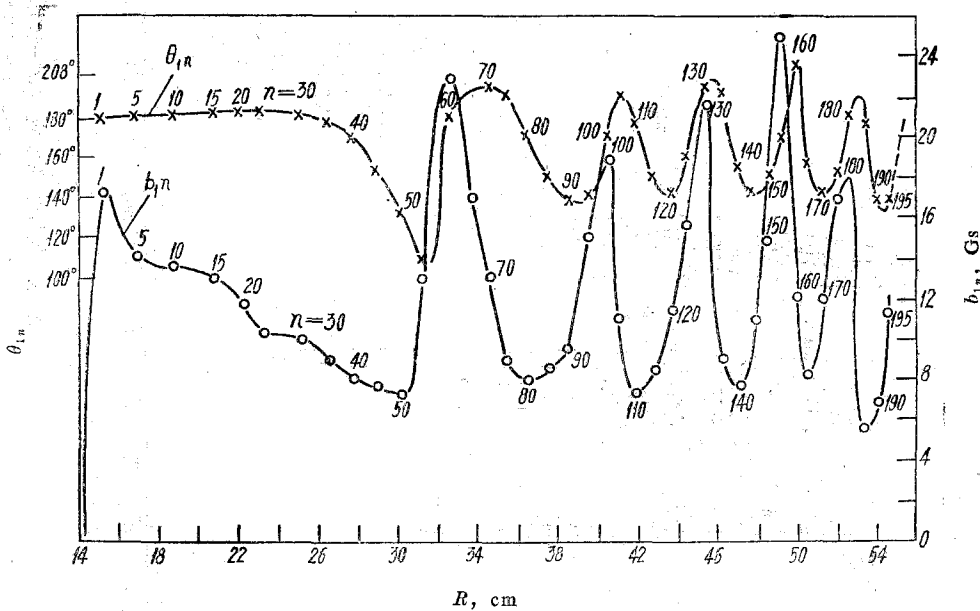


图 8 累计越隙效应等效一次谐波磁场随圈数 n 的变化

图 9 画出了在 34 MeV 质子等时场中，一个粒子在 $R_0=15$ cm 平衡轨道上起动，经过 200 圈加速的轨道中心运动，并在整个加速过程中附加了 $-13.5 \cos(\theta - 140^\circ)$ 高斯的一次谐波磁场于主磁场。曲线表明轨道中心分别在第 94、124、147、173 和 196 圈附近被“准心”(落入对应平衡轨道)，这与图 8 所预示的结论一致，也就证实了图 8 结果的正确。

五、分段累计越隙效应的对消

为了不仅在束团加速的大半径上(如图9的第196圈)对消越隙效应,使粒子束在穿越引出区 $\gamma_R=1$ 共振之前“准心”于平衡轨道,而且在加速过程中也尽可能好地削弱越隙效应的影响,使粒子维持在平衡轨道附近稳定加速,还可以采用使轨道“分段准心”的方法来对消越隙效应。例如大体每间隔 10 cm 的径向跨度,对轨道“准心”一次,此时可由“蜘蛛网”图解法得到为“分段准心” 11 MeV 质子加速轨道所应附加的一次谐波磁场分布为:

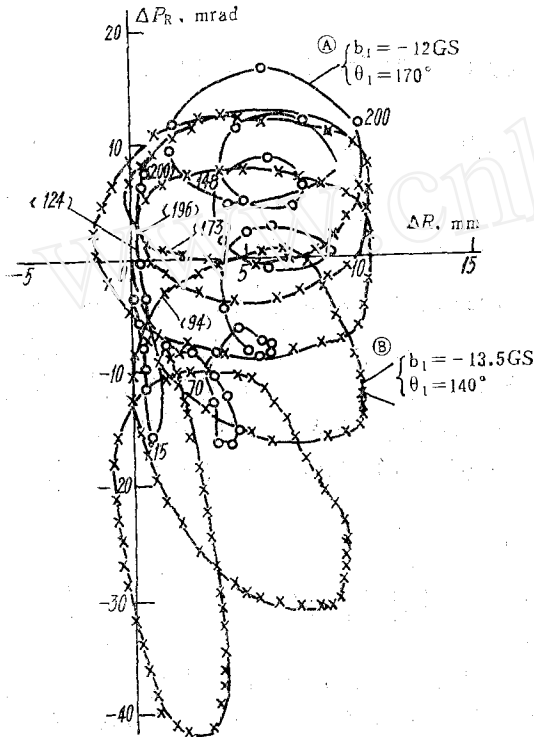


图 9 外加对消累计越隙效应谐波磁场后的轨道中心

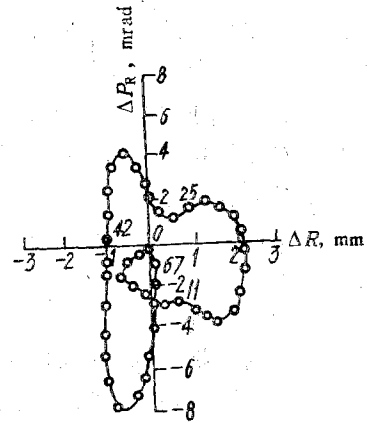


图 10 分段“准心”轨道中心

$$b_1 = \begin{cases} -18 \text{ Gs}, \\ -7.5 \text{ Gs}, \\ -3.5 \text{ Gs}, \\ -1 \text{ Gs}, \end{cases} \quad \theta_1 = \begin{cases} 177^\circ, & n \leq 11 \\ 186^\circ, & 11 < n \leq 25 \\ 213^\circ, & 25 < n \leq 42 \\ 231^\circ, & 42 < n \leq 67 \end{cases}$$

图 10 表示了在上述外加一次谐波磁场下, 11 MeV 质子的轨道中心运动。可见不仅在四个预定半径上($R_0 \approx 25$ 、35、45 和 55 cm 附近)“准心”了轨道中心, 而且在总体上也有效地对消了越隙效应。

综合以上各类计算结果可以得到结论: 在我们的加速器中越隙效应所等效的一次谐波磁场幅值方位大多落在静电引出通道入口方位附近, 仅当在大半径区域 ($R_0 > 40$ cm) 才渐移至超前或落后于静电通道入口方位 45° 范围内, 无论从单圈还是从多圈累计来考察越隙效应的影响均是如此。而加速器谐波线圈的设计, 单从对消越隙效应来考虑, 就应提供不

(下接第 520 页)

$$\begin{cases} x_0 = \xi(M(s); a, b, c, \dots) \\ x'_0 = \eta(M(s); a, b, c, \dots) \end{cases} \quad (15)$$

因此得 s 处的束流包络为:

$$\begin{aligned} E(s) &= |x_{\max}| = |m_{11}(s)x_0 + m_{12}(s)x'_0| \\ &= |m_{11}(s)\xi(M(s); a, b, c, \dots) + m_{12}(s)\eta(M(s); a, b, c, \dots)| \end{aligned} \quad (16)$$

例: 计算得到非心对称三次曲线初始束流相空间 $f(x_0, x'_0) = 9x_0'^2 - x_0^2(3 - x_0) = 0$, 在 $\mu = \pi/4$ FODO 周期结构^[1]中传输的束流包络, 如图 5 所示。

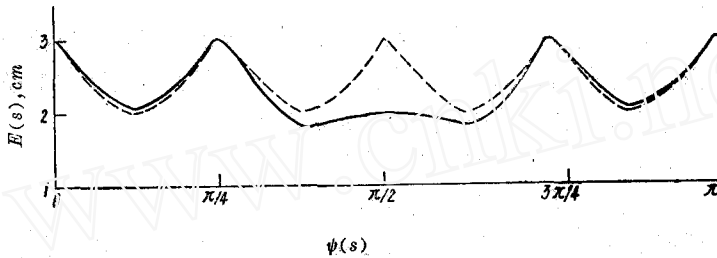


图 5 非心对称三次曲线初始束流相空间在 $\mu = \pi/4$ FODO 周期结构中传输的束流包络

参 考 文 献

- [1] 刘兰芬, 谢羲, 原子核物理, 6(1), 63(1984).
- [2] 陈银宝, 谢羲, 原子核物理, 5(4), 328(1983).
- [3] 付世年, 陈银宝, 谢羲, 心对称束流相空间在场区中的传输(待发表).

(编辑部收到日期: 1983 年 8 月 23 日)

(上接第 537 页)

低于 20 高斯的一次谐波磁场幅值。

本文曾得到陈佳耳教授的指教; 谢羲研究员、黄天生总工程师和钱锦昌同志审阅了本文, 特此一并致谢。

参 考 文 献

- [1] Gordon, M. M, Nucl. Instrum. Methods 18-19, 268(1962).
- [2] 高叔阳, 扇形聚焦回旋加速器中的非线性共振和越隙共振, 粒子加速器及其应用, 科技文献出版社重庆分社, 1980 年。
- [3] Arnette, T. I. MSUCP-10(1961).
- [4] 赵小凤, 中心区 3/3 共振的穿越和稳定加速轨道, 上海原子核学会年会报告, 1981 年。

(编辑部收到日期: 1983 年 9 月 3 日)