

# 应用二维边界元法计算加速器谐振腔的谐振频率

占腊民, 洪越明, 董天临

(华中科技大学 电子与信息工程系, 湖北 武汉 430074)

**摘要:**将形状不规则的同轴线型加速器谐振腔等效成微波电路,再利用常数单元边界元法求解二维电磁场的边值问题,以提取等效电路参数。由等效微波电路可求得谐振频率。应用这种方法对 30 MeV 加速器谐振腔的谐振频率进行了数值分析,所得结果与实验结果吻合良好。

**关键词:**微波等效电路;边界元法;加速器谐振腔;谐振频率

中图分类号:TL501.1 文献标识码:A 文章编号:1000-6931(2004)01-0010-04

## Application of Two-dimensional Boundary Element Method to Resonant Frequency Problem of Accelerator Cavity

ZHAN La-min, HONG Yue-ming, DONG Tian-lin

(Department of Electronics and Information,

Huazhong University of Science and Technology, Wuhan 430074, China)

**Abstract:** The intricate coaxial line resonance cavity is converted to equivalent microwave circuit, then the constant boundary element method is used to extract the equivalent circuit parameter by solving a two-dimensional electromagnetic fields. After that, the resonant frequency of the coaxial line resonance cavity is analyzed. Numerical results are in good agreement with those measured.

**Key words:** microwave equivalent circuit; boundary element method; coaxial line resonance cavity; resonant frequency

结构复杂的加速器谐振腔分析设计一般需要数值计算三维高频电磁场。对三维电磁场的数值计算有许多成熟的方法,诸如有限元法、有限差分法、矩量法等。但是,利用上述方法分析加速器谐振腔不仅计算繁杂,且难以得到理想结果。

本文依据微波传输线理论,将形状复杂的同轴线型加速器谐振腔等效成微波电路,再应

用边界元法求解谐振腔横截面二维电磁场的边值问题提取电路参数,最后由等效电路决定谐振频率。这样,把三维电磁场的边值问题等效成二维电磁场的边值问题和一维的传输电路问题,从而简化了对加速器谐振腔的分析计算。

### 1 等效传输线原理

根据等效传输线原理<sup>[1]</sup>,任何均匀微波传

收稿日期:2002-09-04;修回日期:2002-12-26

作者简介:占腊民(1975—),男,湖北黄冈人,博士研究生,电磁场与微波专业

输系统中的横向电磁场分布均可表示为:

$$\begin{cases} E_T = V(z) e(t) \\ H_T = I(z) h(t) \end{cases} \quad (1)$$

式中:  $t = xx_0 + yy_0$ , 是二维 Cartesian 坐标系中的矢量;  $e(t)$ 、 $h(t)$  分别是决定电场、磁场横向分布的横模函数;  $V(z)$ 、 $I(z)$  分别是横向电场、横向磁场沿纵向(轴向)变化的模式电压和模式电流。

横模函数满足二维 Helmholtz 方程, 有:

$$\begin{cases} (\nabla_T^2 + k_T^2) e(t) = 0 \\ (\nabla_T^2 + k_T^2) h(t) = 0 \end{cases} \quad (2)$$

式中: 横向 Laplace 算子  $\nabla_T^2 = (\partial^2 / \partial x^2 + \partial^2 / \partial y^2)$ ;  $k_T^2 = k_x^2 + k_y^2$  是传播常数的横向分量。

纵向模式电压  $V(z)$  和模式电流  $I(z)$  满足如下传输线方程:

$$\begin{cases} dV(z)/dz = -j k_z Z I(z) \\ dI(z)/dz = -j k_z Y V(z) \end{cases} \quad (3)$$

式中:  $k_z$  是传播常数的纵向分量;  $j$  是虚数单位;  $Z$ 、 $Y$  分别是模式阻抗(或特性阻抗)和模式导纳(或特性导纳), 两者之间满足关系  $Y = 1/Z$ 。

根据上述原理, 可将任意均匀波导等效为传输线<sup>[2]</sup>。尽管基于波导的谐振腔的分析求解是个三维电磁场的边值问题, 但利用等效传输线原理可把这种三维电磁场的边值问题简化为横模函数满足的二维 Helmholtz 方程的边值问题和模式电压、模式电流满足的一维耦合传输线方程问题。

对于常用的同轴传输线型谐振腔, 由于工作模式 TEM 模的传播常数只有纵向分量, 因此, 纵向传播常数等于自由空间平面波的传播常数  $k_0$ , 而传播常数横向分量为零, 横模函数满足的二维 Helmholtz 方程可简化为 Laplace 方程, 即仅求解二维静态场就可确定传输线参数。

## 2 边界元法提取微波等效电路参数

提取微波等效电路参数的关键是确定等效传输线的特性阻抗。传输线的特性阻抗和分布电容有如下关系:

$$Z = 1/Cv_p \quad (4)$$

式中:  $C$  是传输线分布电容;  $v_p$  是介质中的光

速(空气中  $v_p$  等于真空中的光速  $c$ )。

分布电容满足以下方程:

$$C = Q/U \quad (5)$$

式中:  $Q$  是导体所带电荷;  $U$  是两导体之间的电位差。

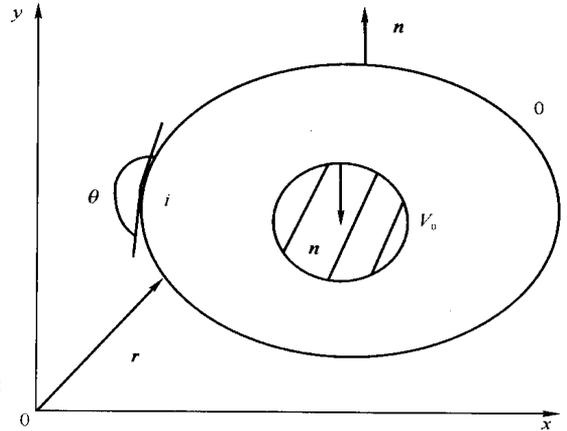


图 1 二维静态电场模型

Fig. 1 Two-dimensional electrostatic field model

图 1 示出的二维静态场问题可表述为:

$$\begin{cases} \nabla^2 U = 0 \\ U_1 = V_0 \quad (\text{内边界上电位为 } V_0) \\ U_2 = 0 \quad (\text{外边界上电位为 } 0) \end{cases} \quad (6)$$

式(6)对应的边界积分方程为:

$$cu(r) = u^*(r, r) \frac{\partial u(r)}{\partial n} d - u(r) \frac{\partial u^*(r, r)}{\partial n} d \quad (7)$$

式中:  $u^*(r, r) = \frac{1}{2} \ln \frac{1}{R(r, r)}$ , 为二维 Laplace 方程的基本解;  $R(r, r)$  为源点  $r$  和场点  $r$  之间的距离; 边界 即图 1 中的内边界和外边界;  $n$  为边界 的外法线方向;  $u$  和  $\partial u / \partial n$  分别为边界上的电位及其法向导数;  $c$  为由于基本解的奇异性而引入的, 且  $c_i = 1 - \frac{1}{2}$ , 为边界 上任意点  $i$  处切线的外夹角<sup>[3]</sup>。

将图 1 中的边界 剖分为  $m$  个边界单元, 边界上的电位(或其法向导数)用各边界单元节点处的电位(或其法向导数)插值表示, 即得如下离散的边界积分方程:

$$c_i u_i + \sum_{j=1}^m \frac{1}{L_j} \sum_{k=1}^n N_{kj} u_k q^* dl =$$

$$\sum_{j=1}^m \sum_{k=1}^n N_k q_k u^* dl \quad (8)$$

式中:  $N_k$  为单元  $L_j$  上的第  $k$  个插值基函数;  $u_k$  (或  $q_k$ ) 为单元  $L_j$  上的第  $k$  个节点电位值 (或电位的法向导数值);  $l$  为边界单元的长度;  $q^* = \frac{\partial u^*}{\partial n}$ , 为基本解的法向导数。

对边界上所有节点列出式(8), 即得:

$$[H]\{u\} = [G]\{q\} \quad (9)$$

式中: 矩阵元素  $H_{ij} = c_i + \sum_{k=1}^n N_k q^* dl$ ;  $G_{ij} = \sum_{k=1}^n N_k u^* dl$ 。

由式(9)可求出边界上未知的电位及其法向导数值。由电位的法向导数值可求出电荷密度, 进而得到导体所带电荷, 最后得到分布电容和特性阻抗。

### 3 30 MeV 加速器谐振腔谐振频率的计算结果及讨论

图 2 示出 30 MeV 同轴线型加速器谐振腔腔体结构示意图。整个腔体可看成是由腔体内壁、金属杆、腔体中部两个隔开的 D 形板以及可调电容板组成。其中, 与金属杆相连的两个 D 形板作为加速电极是电连接的, 可调电容板的一端与 D 形板电连接, 另一端与腔体内壁连接。

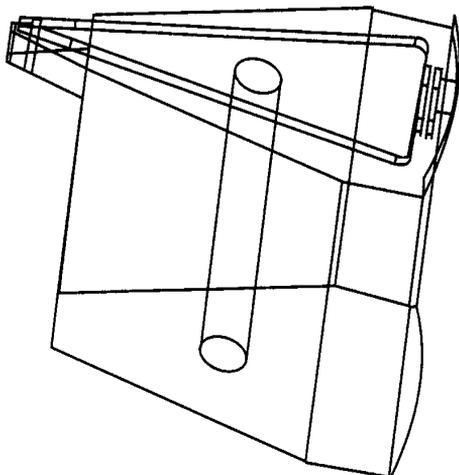


图 2 30 MeV 同轴线型加速器谐振腔示意图  
Fig. 2 30 MeV coaxial resonance cavity model

在微波理论中, 腔壁和金属杆形成双导体传输线( ), 在此传输线上传输的主模是 TEM

模。同样的腔壁和 D 板也可看成是一段很短的双导体传输线( ), 其主模也是 TEM 模。由于 TEM 模的特性, 它只有横向平面(与传输方向垂直的平面)上的分量。设波的传输方向是沿着  $z$  轴的, 那么, 在上不同位置的电磁场在横向平面内的分布是相同的, 沿  $z$  变化的只是场的幅度和相位, 因此, 可只分析横向平面内的电磁场。

这样, 同轴线型加速器谐振腔的腔体内壁和金属杆可看成特征参数为  $k_0$ 、 $Z$  的同轴线。同理, D 板和腔体内壁之间也可等效成特征参数为  $k_0$ 、 $Z$  另一小段极短的传输线。由于这两段传输线的特性阻抗不同, 相连时, 因阻抗的不连续而激发高次 TM 模。这些高次 TM 模是截止的, 它们产生的效应用等效电容  $C_s$  替代。因此, 电容  $C_s$  是由于两段不连续的传输线连接时引起的阶跃电容。腔体中部的可调电容用  $C_a$  表示。

经过等效后, 整个腔体的微波电路即可用分布参数的同轴传输线和集总参数电容来完成。这样, 即可得到图 3 所示的微波等效电路。

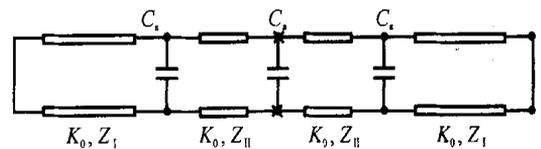


图 3 30 MeV 同轴线型加速器谐振腔的微波等效电路

Fig. 3 Circuit model for 30 MeV coaxial resonance cavity

依据横向谐振法可知, 腔体谐振时, 等效微波电路中任意参考面处的总电纳之和为 0。任意选择电路中某一位置作参考面, 将电路中所有的电纳都归结到该参考面处, 由总电纳为 0 可得一超越方程, 迭代<sup>[4]</sup>求解此方程即可得谐振频率。

计算 30 MeV 同轴线型加速器谐振腔谐振频率时, 有关主要数据为: 半腔长 550.0 mm, 金属杆半径 40 mm, D 形板共厚 30.00 mm, D 形板间隙为 30 mm, 加速间隙角约为  $6^\circ$ , 可调电容板长 130 mm。计算所得阶跃电容  $C_s = 14.778$  pF,  $Z = 96.539$ ,  $Z = 8.457$ 。可调电容板视为平板电容。当可调电容板之间的间隙变化时, 谐振频率的计算结果和实际测量

结果列于表 1。

从表 1 可知:采用微波等效电路和常数单元边界元混合法计算所得的谐振频率和测量值是吻合的,这表明将加速器谐振腔等效为微波电路和采用常数单元边界元法提取电路参数是可行的。

表 1 谐振频率的计算值和测量值

Table 1 Calculated and measured resonant frequency

可调电容板间隙/mm	谐振频率/ MHz	
	计算值	测验值
10	64.991	62.2
11	65.644	63.3
13	66.675	64.9

#### 4 结论

通过对 30 MeV 同轴线型加速器谐振腔谐

振频率的分析表明,基于微波等效电路和边界元法对加速器谐振腔进行分析,可将复杂的三维电磁场边值问题简化为二维的电磁场边值问题和耦合的一维传输线方程问题,这与直接求解三维电磁场相比计算简单,适合工程应用。

#### 参考文献:

- [1] Helszajn J. Microwave Engineering: Passive, Active and Nonreciprocal Circuits [M]. Singapore: McGraw-Hill, 1992. 65 ~ 70.
- [2] Samuel YL. Microwave Devices and Circuits [M]. New Jersey: McGraw-Hill, 1985. 62 ~ 68.
- [3] Brebbia CA. The Boundary Element Method for Engineers [M]. London: Pentech Press, 1978. 48 ~ 56.
- [4] Sadiku, Matthew NO. Numerical Techniques in Electromagnetics [M]. New York, Washington DC: CRC Press, 2001. 725 ~ 726.

### 快中子反应堆的吸收元件

【分类号】G21C7/10 【公告号】1435847

【申请号】03100102.5 【申请日】2003.01.02

本发明涉及快中子反应堆的吸收元件,其目的是用于原子能工程中,尤其是用于具有液态金属冷却剂的快中子反应堆的控制装置和防护装置的吸收元件的设计。该吸收元件包括:置于管状包层中的中子吸收材料,该管状包层的端表面由上下端部件堵塞,以及用于使气体从管状包层的收集腔室放出的装置。用于使气体从管状包层的收集腔室放出的装置形成为在管状包层和上端部件的安装座之间的环形空间以及形成为上端部件中的两个横向孔。一个孔形成为在上端部件的开口端表面一侧通过该元件的纵向轴线的盲孔,另一孔形成为通孔,并开口于环形空间中。因此,冷却剂的污染减小,并防止由于冷却剂的快速流动而损害中子吸收材料。

摘自中国原子能科学研究院《科技信息》