

电子直线加速器的温度瞬态问题

王光裕

(南京化工学院)

文章运用逐步逼近法求出了电子直线加速器在升温过程中温度变化的较精确的解析解，并对一种U型水冷系统的加速器作了详细分析，从瞬态变化的角度讨论了这种水冷系统的性能，研讨了电子束能量变化及时间常数。结果与实验吻合。

关键词 温度瞬态，U型水冷系统，时间常数，逐步逼近法。

一、引言

电子直线加速器在使用过程中常有开机关机的间歇过程。为提高效率同时又要安全使用，掌握开机后需多少时间才能达到稳定，了解时间常数是很重要的。因此在设计过程中就应该考虑和预计到时间常数的问题，这就需要从理论上分析和探讨加速器的瞬态过程。

电子直线加速器的瞬态性能主要决定于加速结构的温度变化。但由于管外的水流与管子本身温度同时在变，它们之间还互相换热，互相影响，致使问题很复杂，因此至今尚无较精确的解析分析^[1]。本文应用逐步逼近法企图求得较精确的解析解；并探讨一台我国自制的20 MeV具有U形水冷系统的加速器^[2]中的瞬态过程，并讨论它的时间常数与能量发散情况。

二、方法

先设冷却水温保持0°C，由于加速管内有恒定的微波热耗，可据此初步算出管壁各处温度随时间的变化；再根据这一初步温度计算管外水温变化；再根据变化的水温第二次算出壁温变化，如此循环计算，最后达到“自洽”。实际上在这里只要算到第二次壁温变化就已足够了。

另外，加速器中热耗Q一般用一个随纵长z按指数衰减的函数来近似表达，这是很粗糙的，尤其在靠近头部的一段，Q值很陡，偏离更大。本文将实际函数Q(z)运用回归逼近，展为多个指数函数的迭加^[3]，既切合实际又简化了求解过程，在用计算机算数值时程序也较简单。

下面就以这台U形水冷系统加速器为例进行分析计算和讨论。

三、进水段温度分布及变化

1. 初次壁温计算

对于U形水冷系统加速器我们前面已分析过它的稳态情况^[4]。由于它的水冷层分进水

与出水两半，因此管壁温度也应分上下两半来讨论。为简单计，忽略环向热流并把圆管展为平面讨论，于是壁温 U 是纵长 z 、壁厚 x 及时间 t 的函数(如图 1、2 所示)。

关于热耗 $Q(z)$ (图 1(b)), 利用回归逼近, 展为 8 项指数函数迭加:

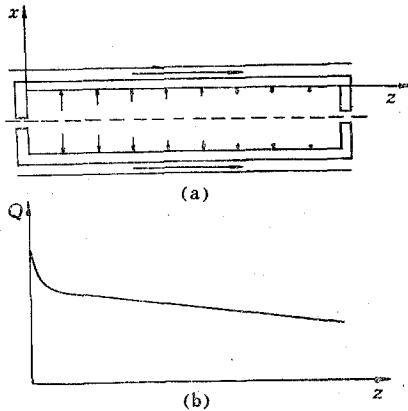


图 1 加速管及其坐标与管内热耗曲线

Fig. 1 Accelerating tube with coordinates fixed on it and the curve of heat dissipation in the tube

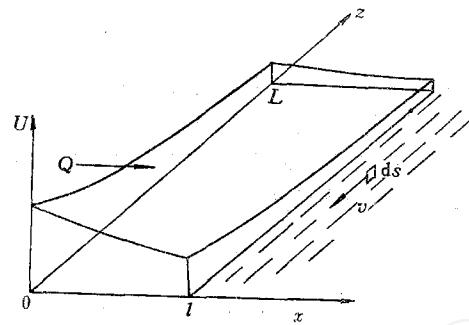


图 2 加速管温度分析图

Fig. 2 Analysis of the temperature distribution of the accelerating tube

$$Q(z) = \sum_{\mu=1}^8 Q_{\mu 0} e^{-\mu \lambda z} \quad (1)$$

λ 为回归参量。

令管外初次水温保持 $u_1 = 0^\circ$, 于是得进水段初次壁温 $U_1(x, z, t)$ 满足的方程及条件*:

$$\begin{cases} \frac{\partial U_1}{\partial t} = a^2 \left(\frac{\partial^2 U_1}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 U_1}{\partial z^2} \right) \\ \frac{\partial U_1}{\partial x} \Big|_{x=0} = \sum_{\mu=1}^8 A_{\mu 0} e^{-\mu \lambda z} \frac{\partial U_1}{\partial x} \Big|_{x=l} = -H U_1 \Big|_{x=l} \\ U_1 \Big|_{t=0} = 0 \end{cases} \quad (2)$$

式中 $H = \frac{\alpha}{k_0}$, k_0 ——管壁的热传导系数; α ——换热系数; $A_{\mu 0} = \frac{-Q_{\mu 0}}{2 \pi R_1 k_0}$; R_1 ——管的平均半径; l ——壁厚。

利用问题的线性, 把解也分解为 8 项迭加:

$$U_1 = \sum_{\mu=1}^8 U_{\mu}$$

并使边界条件中每一项对应于解中一项。经计算, 最后得解:

$$U_1 = \sum_{\mu} U_{\mu}(x, z, t) = \sum_{\mu} A_{\mu 0} \left\{ \sum_n \left[\frac{1}{L_n \beta_n^2} e^{(B_{\mu} - a^2 \beta_n^2)t} \right] \right\}$$

* 当管长远大于其截面时, 纵长两端的边界条件对管内的影响很小, 因此关于 z 的边界条件可以忽略。

$$+ \frac{B_\mu}{L_n \beta_n^2 (B_\mu - a^2 \beta_n^2)} (1 - e^{(B_\mu - a^2 \beta_n^2)t}) \left[\cos \beta_n x + \left[x - \left(l + \frac{1}{H} \right) \right] \right] e^{-\mu \lambda z} \quad (3)$$

式中 β_n 为本征值, 由特征方程 $\cot \beta_n = \frac{\beta_n}{H}$ 确定, $L_n = \frac{1}{2} \left(l + \frac{1}{2\beta_n} \sin 2\beta_n l \right)$, $B_\mu = a^2 \mu^2 \lambda^2$ 。

2. 二次水温计算

根据 U_I 在外壁处温度梯度 $\left. \frac{\partial U_I}{\partial x} \right|_{x=l}$ 可算出流水由 0° 升温的过程。设水流率为 $W = \pi R_2 h \rho v$ (R_2 为水套平均半径, h 为水层厚度, ρ 为水的密度, v 为水流速率), 则面积为 ds (ds 平行于管壁) 的水块质量 $dm = \rho h ds$ 在时间 $d\tau^{**}$ 内由管壁吸热升温为

$$du_{II} = \frac{dq}{c dm} = -\frac{\pi R_2 k_0 v}{cw} \left(\frac{\partial U_I}{\partial x} \right)_{x=l} d\tau = -K \left(\frac{\partial U_I}{\partial x} \right)_{x=l} d\tau,$$

$$\text{其中 } K = \frac{\pi R_2 k_0 v}{c W}.$$

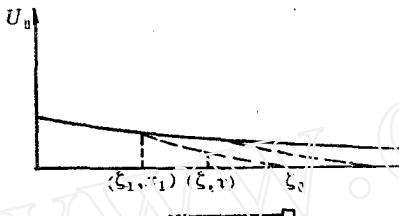


图3 进水段水温变化分析图
Fig. 3 Analysis of the variation of water temperature in input water section

设我们在水流中研究 ξ_1 处 τ_1 时刻的水温, 则该处水块是由起始点 $\xi_0 = \xi_1 + v\tau_1$ 起动, 中间 τ 时刻到达 ξ 点(图3), 故有

$$\xi = \xi_0 - v\tau = \xi_1 + v\tau_1 - v\tau$$

结合以上数式, 算得

$$u_{II}(\xi_1, \tau_1) = \sum_{\mu} K A_{\mu 0} \left[P_{\mu} - (P_{\mu} - Q_{\mu}) e^{-\mu \lambda v \tau_1} - \sum_n Q_{\mu n} e^{(B_{\mu} - a^2 \beta_n^2) \tau_1} \right] e^{-\mu \lambda \xi_1} \quad (4)$$

式中

$$P_{\mu} = \frac{B_{\mu} \sum_n C_{\mu n} - 1}{\mu \lambda v} \quad C_{\mu n} = \frac{\sin \beta_n l}{L_n \beta_n (B_{\mu} - a^2 \beta_n^2)} \\ Q_{\mu n} = \frac{C_{\mu n} a^2 \beta_n^2}{B_{\mu} - a^2 \beta_n^2 + \mu \lambda v} \quad Q_{\mu} = \sum_n Q_{\mu n}$$

3. 二次壁温计算

求解过程与求一次壁温相似, 只是外边界条件中的水温现在改用 $u_{II}(z, t)$ 。经计算得二次壁温

$$U_{II}(x, z, t) = \sum_{\mu} A_{\mu 0} \left[\sum_{n'} \frac{1}{L_n' \beta_{n'}^2} \left(1 - \frac{B_{\mu}}{B_{\mu} - a^2 B_{n'}^2} \right) \cos \beta_{n'} x e^{(B_{\mu} - a^2 \beta_{n'}^2) t} \right]$$

** 水块的时空(纵长位置)用 τ, ξ 表示。

$$\begin{aligned}
& - \sum_{n'} K \mathcal{D}_{n'} \cos \beta_{n'} x \left[\frac{B_\mu P_\mu}{a^2 \beta_{n'}^2 - B_\mu} e^{(B_\mu - a^2 \beta_{n'}^2) t} \right. \\
& + \frac{(P_\mu - Q_\mu) (B_\mu + \mu \lambda v)}{a^2 \beta_{n'}^2 - B_\mu - \mu \lambda v} \cdot (e^{-\mu \lambda v t} - e^{(B_\mu - a^2 \beta_{n'}^2) t}) \\
& \left. + \sum_n \frac{Q_{\mu n} \beta_n^2}{\beta_{n'}^2 - B_n^2} (e^{(B_\mu - a^2 \beta_n^2) t} - e^{(B_\mu - a^2 \beta_{n'}^2) t}) \right] \\
& + \left(B_\mu \sum_{n'} \frac{1}{B_\mu - a^2 \beta_{n'}^2} - K \mathcal{D}_{n'} P_\mu \right) \cos \beta_{n'} x + x \\
& - \left(l + \frac{1}{H} \right) \{ e^{-\mu \lambda z} + u_{II}(z, t) \} \quad (5)
\end{aligned}$$

式中 $\mathcal{D}_{n'} = \frac{\sin \beta_{n'} l}{L_{n'} \beta_{n'}}.$

4. 尾端条件修正

尾端进水温度实际永远保持 0° ，因此前面计算的水温与壁温均应作相应修正。

当一般点 (ξ_1, τ_1) 符合条件 $\xi_0 = \xi_1 + v\tau_1 > L$ (或 $\tau_1 > \frac{L - \xi_1}{v}$) 时，由 $\xi_0 \rightarrow L$ 间的水温升高实际不存在，因此应在以上算出的温度中减去此段“温升” $u_{II}(L, \tau'_1)$ ， $\tau'_1 = \frac{\xi_0 - L}{v} = \tau_1 - \frac{L - \xi_1}{v}$ 。水温既降低，壁温也相应地降低这一数值，亦即也要作相应修正。于是得进水段中

$$\text{水温 } u(\xi, \tau) = \begin{cases} u_{II}(\xi, \tau) & (\tau \leq (L - \xi)/v) \\ u_{II}(\xi, \tau) - u_{II}(L, \tau') & (\tau > (L - \xi)/v) \end{cases} \quad (6)$$

$$\text{壁温 } U(x, z, t) = \begin{cases} U_{II}(x, z, t) & (t \leq (L - z)/v) \\ U_{II}(x, z, t) - u_{II}(L, t') & (t > (L - z)/v) \end{cases} \quad (7)$$

$$\tau' = \tau - \frac{L - \xi}{v}, \quad t' = t - \frac{L - z}{v}.$$

四、出水段温度分布及变化

1. 出 水 段 水 温

出水段初次壁温 U'_1 与进水段相同，但由此计算的二次水温 u'_{II} 与进水段不同，这是因为：(1) 当 $\tau'_1 \leq \xi'_1/v^*$ ，水块自左向右流动，与进水段水块在吸热程序上相反；(2) 当 $\tau'_1 > \xi'_1/v$ ，水块自进水段出发，然后绕过头部到达出水段向右，因此它的温度是二段升温的迭加(图 4)。据此分析，出水段水温应按时间分段表示：

* 出水段中的量(除 x 外)一般都在右上角加“/”以便与进水段中相应量区别。

(a) $\tau'_1 \leq \xi'_1/v$ 只须把进水段水温公式中 v 改为 $-v$ 即可:

$$u'_{II1}(\xi'_1, \tau'_1) = \sum_{\mu} K A_{\mu 0} \left[P'_{\mu} - (P'_{\mu} - Q'_{\mu}) e^{\mu \lambda v \tau'_1} - \sum_n Q'_{\mu n} e^{(B_{\mu} - a^2 \beta_n^2) \tau'_1} \right] e^{-\mu \lambda \xi'_1}, \quad (8_1)$$

式中 $P'_{\mu} = -P_{\mu}$, $Q'_{\mu n} = \frac{C_{\mu n} a^2 \beta_n^2}{B_{\mu} - a^2 \beta_n^2 - \mu \lambda v}$, $Q'_{\mu} = \sum_n Q'_{\mu n}$

(b) $\tau'_1 > \xi'_1/v$ 应以 $\tau'_0 = \tau'_1 - \xi'_1/v$ 为分界点, 分段计算温度迭加, 结果得:

$$u'_{II2}(\xi'_1, \tau'_1) = \sum_{\mu} K A_{\mu 0} \left[P_{\mu} (2 - e^{-\mu \lambda \xi'_1}) - \sum_n (Q_{\mu n} - Q'_{\mu n}) e^{(B_{\mu} - a^2 \beta_n^2)(\tau'_1 - \xi'_1/v)} \right. \\ \left. - (P_{\mu} - Q_{\mu}) e^{\mu \lambda (\xi'_1 - v \tau'_1)} - \sum_n Q_{\mu n} e^{-\mu \lambda \xi'_1 + (B_{\mu} - a^2 \beta_n^2) \tau'_1} \right] \quad (8_2)$$

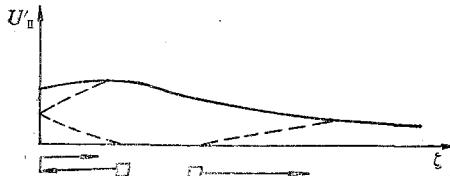


图 4 出水段水温变化分析图
Fig. 4 Analysis of the variation of water temperature in output water section

公式所描述水温情况如下: 在(a) 段, 越靠右的水块吸热越少, 故在最初, 水温沿 ξ 轴不断降低下凹; 在(b) 段水块来回经头部吸热较多, 故以后水温沿 ξ 轴呈凸起状(图 4)。从而形成一个温度波在升温的同时趋向尾部。

2. 出水段壁温

由出水段水温 u'_{II} 求二次壁温与求进水段二次壁温大致相仿, 但参照稳态分析^[5], 出水段壁温在 z 方向较平直, 故可忽略方程中 $\frac{\partial^2 U}{\partial z^2}$ 项, 但水温 u'_{II} 公式较复杂, 计算较繁。

由于 u'_{II} 对时间分段表示, 出水段壁温 u'_{II} 亦应分段表示。为表示简单计, 引入

$$T = \begin{cases} t' & (t' \leq z'/v) \\ z'/v & (t' > z'/v) \end{cases}$$

算得

$$U'_{II}(x, z', t') = \left(\sum_{\mu} A_{\mu 0} e^{-\mu \lambda z'} \right) \left[\sum_n \frac{1}{L_n \beta_n^2} \cos \beta_n x e^{-a^2 \beta_n^2 t'} + x \right. \\ \left. - \left(l + \frac{1}{H} \right) + \sum_{n'} V'_{n'}(z', t') \cos \beta_{n'} x + u'_{II}(z', t') \right] \quad (9)$$

其中

$$V'_{n'}(z', t') = \mathcal{D}_{n'} \sum_{\mu} K A_{\mu 0} \left[\frac{\mu \lambda v (P'_{\mu} - Q'_{\mu})}{a^2 \beta_n^2 + \mu \lambda v} (e^{\mu \lambda v T - a^2 \beta_n^2 (t' - T)} - e^{-a^2 \beta_n^2 t'}) \right. \\ \left. + \sum_n \frac{(B_{\mu} - a^2 \beta_n^2) Q'_{\mu n}}{B_{\mu} - a^2 (\beta_n^2 - \beta_{n'}^2)} (e^{(B_{\mu} - a^2 \beta_n^2) T - a^2 \beta_n^2 (t' - T)} - 1) \right] e^{-\mu \lambda z'} \\ + \mathcal{D}_{n'} \sum_{\mu} K A_{\mu 0} \left[\frac{(B_{\mu} - a^2 \beta_n^2) (Q_{\mu n} - Q'_{\mu n})}{B_{\mu} - a^2 (\beta_n^2 - \beta_{n'}^2)} (e^{(B_{\mu} - a^2 \beta_n^2) (t' - z'/v)} \right.$$

$$\begin{aligned}
 & -e^{-(B_\mu - a^2 \beta_n^2)(T - z'/v) - a^2 \beta_n^2 (t' - T)} + \frac{\mu \lambda v (P_\mu - Q_\mu)}{\mu \lambda v - a^2 \beta_n^2} (e^{\mu \lambda (z' - vt')}) \\
 & - e^{\mu \lambda (z' - vt) - a^2 \beta_n^2 (t' - T)} + \frac{\sum_n Q'_{\mu n} (B_\mu - a^2 \beta_n^2)}{B_\mu - a^2 (\beta_n^2 - \beta_{n'}^2)} (e^{-\mu \lambda z' + (B_\mu - a^2 \beta_n^2)t'}) \\
 & - e^{-\mu \lambda z' - a^2 \beta_n^2 t' + [B_\mu - a^2 (\beta_n^2 - \beta_{n'}^2)]T} \quad] \quad (9_1)
 \end{aligned}$$

与进水段相同，在出水段中当 $\tau' > \frac{L + \xi'}{v}$ 时也要作尾端修正，因此最后写为：

$$\text{水温 } u'(\xi', \tau') = \begin{cases} u'_{II}(\xi', \tau') & (\tau' \leq (L + \xi')/v) \\ u'_{II}(\xi', \tau') - u_{II}(L, \tau'') & (\tau' > (L + \xi')/v) \end{cases} \quad (10)$$

$$\text{壁温 } U'(x, z', t') = \begin{cases} U'_{II}(x, z', t') & (t' \leq (L + z')/v) \\ U'_{II}(x, z', t') - U_{II}(L, t'') & (t' > (L + z')/v) \end{cases} \quad (11)$$

式中 $\tau'' = \tau' - \frac{L + \xi'}{v}$, $t'' = t' - \frac{L + z'}{v}$ 。

五、结 果 分 析

1. 壁温沿纵长分布及变化

将以上公式中 U 及 U' 对壁厚 x 作平均，得 \bar{U} 及 \bar{U}' ，再通过计算作图。图 5 是 15 s 时刻进水段与出水段中水温(虚线)与平均壁温(实线)沿 z 方向的分布。这一分布情况与文献[4,5]中分析的稳态分布基本相似。但由于在此计人了聚束段热耗，在它影响下二段壁温在左端部分也明显变陡。

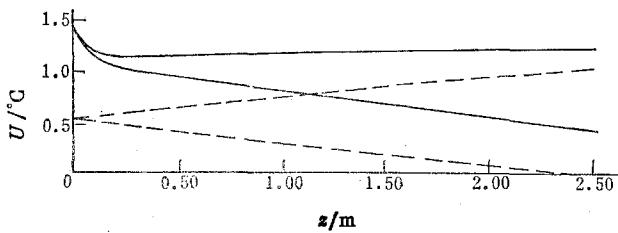


图 5 15 s 时刻水温壁温的瞬态分布

Fig. 5 Transient distributions of the temperatures of water and wall along z -axis at $t=15$ s

图 6 是进出水段总平均壁温 $\bar{U}_{\text{总}} = \frac{1}{2}(\bar{U} + \bar{U}')$ 在不同时刻(5~30 s, 每隔 5 s)沿 z 方向的分布，就是这一温度决定着加速管的胀缩以及电子束流能量的变化。

图 7 表明 $\bar{U}_{\text{总}}$ 及水温(虚线)在头部随时间的变化。

以上这些图都显示了壁温如何随时间而变，可以看到：达到稳定需时约 30 s，而时间常数可取为 20 s，与实验吻合。

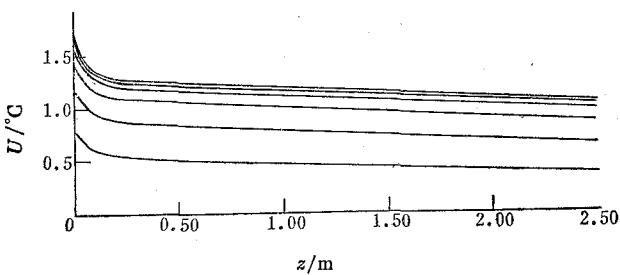


图 6 不同时刻总平均壁温沿 z 方向的分布
Fig. 6 Distributions of the total average temperature of the wall along z -axis at various times

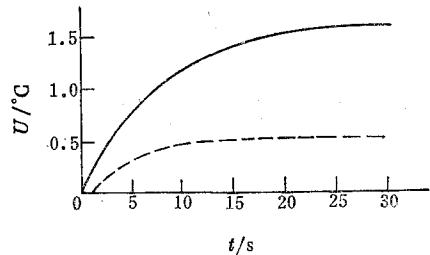


图 7 头部平均壁温与水温随时间的变化
Fig. 7 Figure of the average wall temperature and water temperature at the input end of the tube varying with time

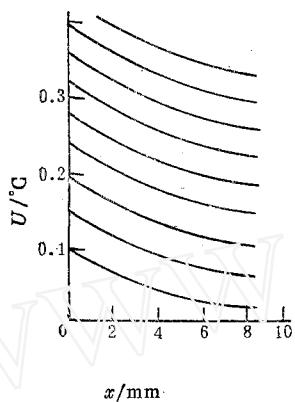


图 8 起始阶段各时刻头部壁温沿壁厚的分布
Fig. 8 Distributions of the wall temperature at the input end along x -axis at various times during the beginning period

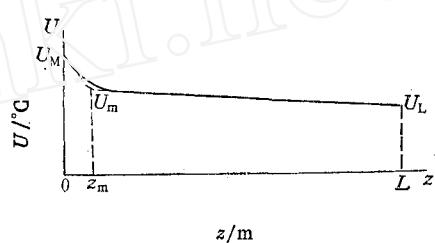


图 9 管内纵向温差计算图
Fig. 9 Figure for calculating the difference of the temperature along the tube

2. 壁温沿壁厚的分布

以头部为代表, 图 8 是起始阶段 1.8 s 内(每隔 0.2 s)壁温沿壁厚 x 方向的分布。可以看到: 在内壁, 温度梯度恒定(因管内散热率-热耗恒定), 而在外壁处温度梯度(绝对值)随时间由小而渐增。这说明, 在起始阶段, 热量进入管壁后首先在管内建立温度场, 向外透入水中的热量较少, 对水温升高来说表现为一种“滞后”作用。约 1.5 s 后, 外壁温度梯度达到一定数值, 往后变化较缓, 于是水温壁温同步升高。

六、温差引起的能量损失与能谱扩张

根据本文结果可以进一步计算包括头部影响的温差所引起的电子束能量变化。

1. 能量损失

取稳定时的 $\bar{U}_w(z)$ 曲线, 为简化计算, 可将该曲线视为二直线段 $U_M U_m$ 与 $U_m U_L$ 的连接(图 9)。则在 z 处与头部 U_M 间的温差为:

$$\delta T = \begin{cases} \Delta T_1 \cdot z/z_m & (0 \leq z < z_m), \\ \Delta T_1 + \Delta T_2 \cdot (z - z_m)/(L - z_m) & (z_m \leq z \leq L), \end{cases}$$

其中 $\Delta T_1 = U_m - U_M$, $\Delta T_2 = U_L - U_m$ 。代入公式^[2], 积分得

$$\delta\theta = \begin{cases} \delta_1\theta(z/z_m)^2 & (0 \leq z < z_m) \\ \delta_1\theta + \delta_2\theta\left[\left(\frac{z-z_m}{L-z_m}\right)^2 + 2R\left(\frac{z-z_m}{L-z_m}\right)\right] & (z_m \leq z \leq L), \end{cases}$$

式中

$$\delta_1\theta = \left| \frac{\pi k}{\lambda_0 f_0} \left(1 - \frac{c}{v_g}\right) \Delta T_1 z_m \right|, \quad \delta_2\theta = \left| \frac{\pi k}{\lambda_0 f_0} \left(1 - \frac{c}{v_g}\right) \Delta T_2 (L - z_m) \right|,$$

$$R = \frac{\Delta T_1}{\Delta T_2}$$

当 $z_m \ll L$ 时, 可近似得

$$\delta\theta \doteq \delta_2\theta[(z/L)^2 + 2R(z/L)] \quad (0 \leq z \leq L)$$

由此得

$$\left(\frac{\Delta V}{V}\right)_{\text{损}} = \frac{(\delta_2\theta)^2 \left[\frac{1}{5} + R + \frac{4}{3}R^2 - IL\left(\frac{1}{6} + \frac{4}{5}R + R^2\right) \right]}{2 - IL} \quad (12)$$

以本加速器最新数据 $U_M = 1.62$, $U_m = 1.30$, $U_L = 1.04$ ($^{\circ}\text{C}$), $I = 0.0837$ (Np/m) (其余同[4,5]) 代入得

$$\left(\frac{\Delta V}{V}\right)_{\text{损}} = 0.024\%.$$

2. 能谱发散

设入射电子位相为 θ , 则在尾端能量增益

$$\begin{aligned} V &\approx \int_0^L \cos(\theta + \delta\theta) e^{-Iz} dz \\ &\doteq \left(1 - \frac{\theta^2}{2}\right) \left(L - \frac{IL^2}{2}\right) - \theta \Delta_2 \theta \left[\frac{L}{3} - \frac{I}{4} L^2 + 2R\left(\frac{L}{2} - \frac{I}{3} L^2\right)\right] \end{aligned}$$

由此得 V 极大处

$$\theta_M = -\frac{4 + 12R - (3 + 8R)IL}{6(2 - IL)} \Delta_2 \theta \quad (13)$$

$\left(\frac{\Delta V}{V}\right)_{\text{发}}$ 公式同文献[4,5]。以数据代入得 $\theta_M = -0.0184$,

再以 $\Delta\theta_0 = 0.4$ 代入得 $\left(\frac{\Delta V}{V}\right)_{\text{发}} = \frac{1}{2} \left[\theta_M - \frac{\Delta\theta_0}{2} \right]^2 = 2.4\%$ 。

最后指出: 根据本文结果还可进一步讨论与温度有关的各种因素 (例如水流率、束负荷等) 对加速器的影响, 从而达到最合理设计和使用的目的。

本文由南京大学赖启基教授提供有关数据并得到他许多热情帮助, 特此致谢。

参 考 文 献

- [1] Koichi. Irie, *Japan Jour. Appl. Phys.*, 11(1), 69(1972).

- [2] 姚充国等, 原子能科学技术, (5), 526(1979)。
- [3] 王光裕, 带参量的回归分析及指数函数曲线拟合, 未发表。
- [4] 王光裕, 核技术, 4, 24(1980)。
- [5] 王光裕, 南京化工学院学报, 2, 19(1979)。

(编辑部收到日期: 1989年6月12日)

ON THE PERFORMANCE OF ELECTRON LINAC UNDER TRANSIENT STATES OF TEMPERATURE

WANG GUANGYU

(Nanjing Institute of Chemical Engineering)

ABSTRACT

By using the method of progressive approximation, the paper obtains a more accurate solution of the temperature distribution of an electron linac during the rising of temperature. It also gives a detail discussion of a linac⁽³⁾ and of the properties of its U-type cooling system during the transient process, and the energy of the electron beam and the time constant.

Key words Transient states of temperature, U-type cooling system, Time constant, Method of progressive approximation.