

电子直线加速器的空间电荷效应*

謝 羲 陈銀宝 宋忠恆

本文提出了空间电荷效应自运动坐标系变换到实验室坐标系的普遍规则，因此可将任何结构的空间电荷效应自非相对论情况下直接变换到相对论情况下，并实际应用于自由空间或波导中的空间电荷效应。

一、任务的提出

电子直线加速器的空间电荷一般采用盘模型或有限圆柱模型。关于这专题，国外进行了不少工作^[1-5]，但目前仍存在两个问题：

1. 在相对论情况下，在波导中，空间电荷效应自运动坐标系变换到实验室坐标系，文献^[1,4,5]所发表的公式我们认为是错的。

2. 在相对论情况下，在自由空间中，有限圆柱空间电荷效应在文献[3]中仅获得特殊观察点的计算公式，而任意观察点的计算公式尚付阙如。

所以我们的任务是：

1. 在自由空间或波导中，空间电荷效应在相对论情况下，提出自运动坐标系变换到实验室坐标系的普遍规则。因此可将任何结构的空间电荷效应自非相对论情况下直接变换到相对论情况下。

2. 在相对论情况下，在自由空间中，提出有限圆柱空间电荷效应的任意观察点的计算公式。

二、空间电荷效应的相对论变换

四矢量 $\phi^i = [cA, \phi]$ 的洛伦兹变换矩阵为

$$\begin{bmatrix} \gamma & 0 & 0 & \beta\gamma \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ \beta\gamma & 0 & 0 & \gamma \end{bmatrix},$$

空间电荷相对静止在其上的运动坐标系为静止，故其四矢量为 $\phi^i = [0, \phi]$ ，通过洛伦兹变换，相对实验室坐标系的四矢量为

$$\phi_1^i = [cA_1, \phi_1] = [\beta\gamma\phi, 0, 0, \gamma\phi],$$

其中脚标 1 代表实验室坐标系所测量的数值。据此，总结出自运动坐标系变换到实验室坐

* 本工作于 1974 年 9 月完成。

标系的普遍规则如下:

先求运动坐标系所测得的电位 ϕ , 纵向力 F_{\parallel} 与横向力 F_{\perp} , 将运动方向的 z 改成 γz_1 , 通过洛伦兹变换得 $A_{z1} = \frac{1}{c} \beta \gamma \phi$, $\phi_1 = \gamma \phi$, $F_{\parallel 1} = F_{\parallel}$, $F_{\perp 1} = \frac{1}{\gamma} F_{\perp}$ 。

以上述普遍变换规则, 求 z 方向以 β 运动的点电荷 e 所产生的电位与力。令运动坐标原点骑在该电荷上, 故运动坐标系所测得的电位为

$$\phi = \frac{e}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{\sqrt{z^2 + x^2 + y^2}} = \frac{e}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{\sqrt{(\gamma z_1)^2 + x_1^2 + y_1^2}}$$

通过洛伦兹变换, 得实验室坐标系所测得的电位

$$A_{z1} = \frac{1}{c} \beta \gamma \phi = \frac{e\beta}{4\pi\epsilon_0 c} \frac{1}{\sqrt{z_1^2 + (1-\beta^2)(x_1^2 + y_1^2)}}$$

$$\phi_1 = \gamma \phi = \frac{e}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{\sqrt{z_1^2 + (1-\beta^2)(x_1^2 + y_1^2)}}$$

此即经典电动力学中的 Liénard-Wiechert 电位^[6]。

运动坐标系中, 位于观察点 (x, y, z) 的单位电荷 e 所感受的力为

$$\mathbf{F} = -e\nabla\phi = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0} \frac{\mathbf{a}_z z + \mathbf{a}_x x + \mathbf{a}_y y}{[z^2 + x^2 + y^2]^{3/2}} = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0} \frac{\mathbf{a}_{z1} \gamma z_1 + \mathbf{a}_{x1} x_1 + \mathbf{a}_{y1} y_1}{[(\gamma z_1)^2 + x_1^2 + y_1^2]^{3/2}}$$

实验室坐标系中所感受的力为^[6]

$$\mathbf{F}_{\parallel 1} = \mathbf{F}_{\parallel} = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 \gamma^2} \frac{\mathbf{a}_{z1} z_1}{[z_1^2 + (1-\beta^2)(x_1^2 + y_1^2)]^{3/2}},$$

$$\mathbf{F}_{\perp 1} = \frac{1}{\gamma} \mathbf{F}_{\perp} = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 \gamma^4} \frac{\mathbf{a}_{x1} x_1 + \mathbf{a}_{y1} y_1}{[z_1^2 + (1-\beta^2)(x_1^2 + y_1^2)]^{3/2}}.$$

下面给出在相对论情况下, 在波导中, 盘模型与有限圆柱模型的空间电荷效应的计算公式 (假定电荷密度均匀分布)。

1. 盘 模 型

在波导中, 令盘电荷静止于坐标原点, 如图 1 所示, 波导半径为 a , 盘半径为 b , 盘电荷为 q 。

该盘电荷在观察点 (r, z) 所产生的电位为^[2]

$$\phi = \frac{q}{\pi\epsilon_0 a^2 b} \sum_{l=1}^{\infty} \frac{J_1(K_l b) J_0(K_l r)}{K_l^2 J_1^2(K_l a)} e^{-K_l |z|}, \quad (1)$$

其中 K_l 满足方程 $J_0(K_l a) = 0$ 。

按照上述普遍变换规则, z 方向以 β 运动的盘电荷在实验室坐标系中所产生的电位为

$$\left. \begin{aligned} A_z &= \frac{\beta \gamma q}{\pi\epsilon_0 c a^2 b} \sum_{l=1}^{\infty} \frac{J_1(K_l b) J_0(K_l r)}{K_l^2 J_1^2(K_l a)} e^{-K_l \gamma |z|}, \\ \phi &= \frac{\gamma q}{\pi\epsilon_0 a^2 b} \sum_{l=1}^{\infty} \frac{J_1(K_l b) J_0(K_l r)}{K_l^2 J_1^2(K_l a)} e^{-K_l \gamma |z|}. \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

此后, 实验室坐标系的脚标 1 均省略。

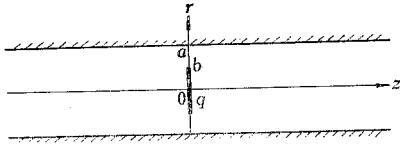


图 1 盘模型

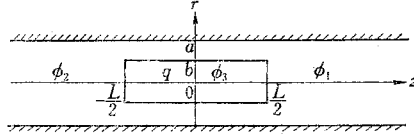


图 2 有限圆柱模型

运动坐标系中，位于观察点 (r, z) 的单位电荷 e 所感受的力为

$$\left. \begin{aligned} F_{||} &= -e \frac{\partial \phi}{\partial z} = \frac{eq}{\pi \epsilon_0 a^2 b} \sum_{l=1}^{\infty} \frac{J_1(K_l b) J_0(K_l r)}{K_l J_1^2(K_l a)} e^{-K_l z} \quad (z > 0), \\ F_{||} &= -e \frac{\partial \phi}{\partial z} = \frac{-eq}{\pi \epsilon_0 a^2 b} \sum_{l=1}^{\infty} \frac{J_1(K_l b) J_0(K_l r)}{K_l J_1^2(K_l a)} e^{K_l z} \quad (z < 0), \\ F_{\perp} &= -e \frac{\partial \phi}{\partial r} = \frac{eq}{\pi \epsilon_0 a^2 b} \sum_{l=1}^{\infty} \frac{J_1(K_l b) J_1(K_l r)}{K_l J_1^2(K_l a)} e^{-K_l |z|}. \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

实验室坐标系中所感受的力自(3)式得

$$\left. \begin{aligned} F_{||} &= \frac{eq}{\pi \epsilon_0 a^2 b} \sum_{l=1}^{\infty} \frac{J_1(K_l b) J_0(K_l r)}{K_l J_1^2(K_l a)} e^{-K_l |z|} \quad (z > 0), \\ F_{||} &= \frac{-eq}{\pi \epsilon_0 a^2 b} \sum_{l=1}^{\infty} \frac{J_1(K_l b) J_0(K_l r)}{K_l J_1^2(K_l a)} e^{K_l |z|} \quad (z < 0), \\ F_{\perp} &= \frac{eq}{\pi \epsilon_0 a^2 b} \sum_{l=1}^{\infty} \frac{J_1(K_l b) J_1(K_l r)}{K_l J_1^2(K_l a)} e^{-K_l |z|}. \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

文献[1, 4, 5]中所用的相应公式我们认为是错的。

2. 有限圆柱模型

在波导中，令有限圆柱静止于坐标原点，如图2所示，波导半径为 a ，有限圆柱半径为 b ，长度为 L ，总电荷为 q 。

该有限圆柱在观察点 (r, z) 所产生的电位为^[2]

$$\left. \begin{aligned} \phi_1 &= \frac{q}{\pi \epsilon_0 a^2 b} \sum_{l=1}^{\infty} \frac{J_1(K_l b) J_0(K_l r)}{K_l^2 J_1^2(K_l a)} \frac{2 \operatorname{sh} \frac{K_l L}{2}}{K_l L} e^{-K_l z} \quad \left(z > \frac{L}{2}\right), \\ \phi_2 &= \frac{q}{\pi \epsilon_0 a^2 b} \sum_{l=1}^{\infty} \frac{J_1(K_l b) J_0(K_l r)}{K_l^2 J_1^2(K_l a)} \frac{2 \operatorname{sh} \frac{K_l L}{2}}{K_l L} e^{K_l z} \quad \left(z < -\frac{L}{2}\right), \\ \phi_3 &= \frac{q}{\pi \epsilon_0 a^2 b} \sum_{l=1}^{\infty} \frac{J_1(K_l b) J_0(K_l r)}{K_l^2 J_1^2(K_l a)} \frac{2 \left(1 - e^{-\frac{K_l L}{2}} \operatorname{ch} K_l z\right)}{K_l L} \quad \left(-\frac{L}{2} < z < \frac{L}{2}\right). \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

按照上述普遍变换规则， z 方向以 β 运动的有限圆柱电荷在实验室坐标系中所产生的电位为

$$\left. \begin{aligned}
 A_{z1} &= \frac{\beta\gamma q}{\pi\epsilon_0 ca^2b} \sum_{l=1}^{\infty} \frac{J_1(K_l b) J_0(K_l r)}{K_l^2 J_1^2(K_l a)} \frac{2 \operatorname{sh} \frac{K_l \gamma L}{2}}{K_l \gamma L} e^{-K_l \gamma z} \quad \left(z > \frac{L}{2}\right), \\
 A_{z2} &= \frac{\beta\gamma q}{\pi\epsilon_0 ca^2b} \sum_{l=1}^{\infty} \frac{J_1(K_l b) J_0(K_l r)}{K_l^2 J_1^2(K_l a)} \frac{2 \operatorname{sh} \frac{K_l \gamma L}{2}}{K_l \gamma L} e^{K_l \gamma z} \quad \left(z < -\frac{L}{2}\right), \\
 A_{z3} &= \frac{\beta\gamma q}{\pi\epsilon_0 ca^2b} \sum_{l=1}^{\infty} \frac{J_1(K_l b) J_0(K_l r)}{K_l^2 J_1^2(K_l a)} \frac{2 \left(1 - e^{-\frac{K_l \gamma L}{2}} \operatorname{ch} K_l \gamma z\right)}{K_l \gamma L} \quad \left(-\frac{L}{2} < z < \frac{L}{2}\right), \\
 \phi_1 &= \frac{\gamma q}{\pi\epsilon_0 a^2b} \sum_{l=1}^{\infty} \frac{J_1(K_l b) J_0(K_l r)}{K_l^2 J_1^2(K_l a)} \frac{2 \operatorname{sh} \frac{K_l \gamma L}{2}}{K_l \gamma L} e^{-K_l \gamma z} \quad \left(z > \frac{L}{2}\right), \\
 \phi_2 &= \frac{\gamma q}{\pi\epsilon_0 a^2b} \sum_{l=1}^{\infty} \frac{J_1(K_l b) J_0(K_l r)}{K_l^2 J_1^2(K_l a)} \frac{2 \operatorname{sh} \frac{K_l \gamma L}{2}}{K_l \gamma L} e^{K_l \gamma z} \quad \left(z < -\frac{L}{2}\right), \\
 \phi_3 &= \frac{\gamma q}{\pi\epsilon_0 a^2b} \sum_{l=1}^{\infty} \frac{J_1(K_l b) J_0(K_l r)}{K_l^2 J_1^2(K_l a)} \frac{2 \left(1 - e^{-\frac{K_l \gamma L}{2}} \operatorname{ch} K_l \gamma z\right)}{K_l \gamma L} \quad \left(-\frac{L}{2} < z < \frac{L}{2}\right).
 \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

运动坐标系中，位于观察点 (r, z) 的单位电荷 e 所感受的力为

$$\left. \begin{aligned}
 F_{||} &= -e \frac{\partial \phi_1}{\partial z} = \frac{eq}{\pi\epsilon_0 a^2b} \sum_{l=1}^{\infty} \frac{J_1(K_l b) J_0(K_l r)}{K_l J_1^2(K_l a)} \frac{2 \operatorname{sh} \frac{K_l L}{2}}{K_l L} e^{-K_l z} \quad \left(z > \frac{L}{2}\right), \\
 F_{||} &= -e \frac{\partial \phi_2}{\partial z} = \frac{-eq}{\pi\epsilon_0 a^2b} \sum_{l=1}^{\infty} \frac{J_1(K_l b) J_0(K_l r)}{K_l J_1^2(K_l a)} \frac{2 \operatorname{sh} \frac{K_l L}{2}}{K_l L} e^{K_l z} \quad \left(z < -\frac{L}{2}\right), \\
 F_{||} &= -e \frac{\partial \phi_3}{\partial z} = \frac{eq}{\pi\epsilon_0 a^2b} \sum_{l=1}^{\infty} \frac{J_1(K_l b) J_0(K_l r)}{K_l J_1^2(K_l a)} \frac{2 e^{-\frac{K_l L}{2}} \operatorname{sh} K_l z}{K_l z} \quad \left(-\frac{L}{2} < z < \frac{L}{2}\right), \\
 F_{\perp} &= -e \frac{\partial \phi_{1,2}}{\partial r} = \frac{eq}{\pi\epsilon_0 a^2b} \sum_{l=1}^{\infty} \frac{J_1(K_l b) J_1(K_l r)}{K_l J_1^2(K_l a)} \frac{2 \operatorname{sh} \frac{K_l L}{2}}{K_l L} e^{-K_l |z|} \quad \left(|z| > \frac{L}{2}\right), \\
 F_{\perp} &= -e \frac{\partial \phi_3}{\partial r} = \frac{eq}{\pi\epsilon_0 a^2b} \sum_{l=1}^{\infty} \frac{J_1(K_l b) J_1(K_l r)}{K_l J_1^2(K_l a)} \frac{2 \left(1 - e^{-\frac{K_l L}{2}} \operatorname{ch} K_l z\right)}{K_l L} \quad \left(-\frac{L}{2} < z < \frac{L}{2}\right).
 \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

实验室坐标系中所感受的力自(7)式得

$$\begin{aligned}
 F_{\parallel} &= \frac{eq}{\pi\epsilon_0 a^2 b} \sum_{l=1}^{\infty} \frac{J_1(K_l b) J_0(K_l r)}{K_l J_1^2(K_l a)} \frac{2 \operatorname{sh} \frac{K_l \gamma L}{2}}{K_l \gamma L} e^{-K_l \gamma z} \left(z > \frac{L}{2} \right), \\
 F_{\parallel} &= \frac{-eq}{\pi\epsilon_0 a^2 b} \sum_{l=1}^{\infty} \frac{J_1(K_l b) J_0(K_l r)}{K_l J_1^2(K_l a)} \frac{2 \operatorname{sh} \frac{K_l \gamma L}{2}}{K_l \gamma L} e^{K_l \gamma z} \left(z < -\frac{L}{2} \right), \\
 F_{\parallel} &= \frac{eq}{\pi\epsilon_0 a^2 b} \sum_{l=1}^{\infty} \frac{J_1(K_l b) J_0(K_l r)}{K_l J_1^2(K_l a)} \frac{2 e^{-\frac{K_l \gamma L}{2}} \operatorname{sh} K_l \gamma z}{K_l \gamma L} \left(-\frac{L}{2} < z < \frac{L}{2} \right), \\
 F_{\perp} &= \frac{eq}{\pi\epsilon_0 a^2 b \gamma} \sum_{l=1}^{\infty} \frac{J_1(K_l b) J_1(K_l r)}{K_l J_1^2(K_l a)} \frac{2 \operatorname{sh} \frac{K_l \gamma L}{2}}{K_l \gamma L} e^{-K_l \gamma z} \left(|z| > \frac{L}{2} \right), \\
 F_{\perp} &= \frac{eq}{\pi\epsilon_0 a^2 b \gamma} \sum_{l=1}^{\infty} \frac{J_1(K_l b) J_1(K_l r)}{K_l J_1^2(K_l a)} \frac{2 (1 - e^{-\frac{K_l \gamma L}{2}} \operatorname{ch} K_l \gamma z)}{K_l \gamma L} \left(-\frac{L}{2} < z < \frac{L}{2} \right).
 \end{aligned} \tag{8}$$

三、自由空间有限圆柱电荷效应

自由空间有限圆柱电荷位于坐标原点，如图 3 所示，圆柱半径为 b ，长度为 L 。

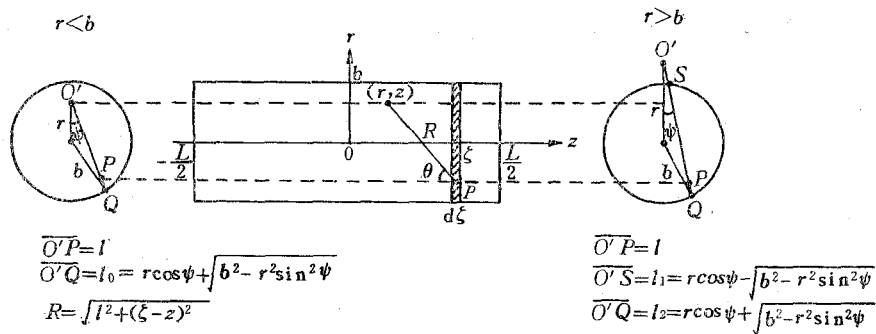


图 3 自由空间有限圆柱模型

位于 $z=\zeta$ ，厚度为 $d\zeta$ 的盘电荷对位于观察点 (r, z) 的单位电荷 e 所产生的力为

$$F = \frac{e}{4\pi\epsilon_0} \int \frac{\rho dx}{R^2},$$

其中 R 为电荷元 ρdx 与观察点 (r, z) 的距离。

根据图 3 中横向投影，当 $r < b$ ，得

$$F = \frac{e}{4\pi\epsilon_0} \int_0^{2\pi} \int_0^{\cos \psi + \sqrt{b^2 - r^2 \sin^2 \psi}} \int_{-\frac{L}{2}}^{\frac{L}{2}} \frac{\rho d\zeta l d\psi}{l^2 + (\zeta - z)^2} \quad (r < b).$$

纵向力元为 $dF_{\parallel} = dF \frac{\zeta - z}{R}$ ，横向力元为 $dF_{\perp} = dF \frac{l \cos \psi}{R}$ ，故纵向力为

$$F_{\parallel} = \frac{eq}{4\pi\epsilon_0 \pi b^2 L} \int_0^{2\pi} \int_0^{\cos \psi + \sqrt{b^2 - r^2 \sin^2 \psi}} \int_{-\frac{L}{2}}^{\frac{L}{2}} \frac{(\zeta - z) d\zeta l d\psi}{[l^2 + (\zeta - z)^2]^{3/2}} \quad (r < b),$$

横向力为

$$F_{\perp} = \frac{eq}{4\pi\epsilon_0\pi b^2 L} \int_0^{2\pi} \int_0^{r\cos\psi + \sqrt{b^2 - r^2\sin^2\psi}} \int_{-\frac{L}{2}}^{\frac{L}{2}} \frac{d\zeta l dl \cos\psi d\psi}{[l^2 + (\zeta - z)^2]^{3/2}} \quad (r < b).$$

按照上述普遍变换规则, 自非相对论情况变换到相对论情况, 得纵向力为

$$F_{\parallel} = \frac{eq}{4\pi\epsilon_0\pi b^2 \gamma L} \int_0^{2\pi} \int_0^{r\cos\psi + \sqrt{b^2 - r^2\sin^2\psi}} \int_{-\frac{L}{2}}^{\frac{L}{2}} \frac{\gamma(\zeta - z) d\gamma \zeta l dl d\psi}{[l^2 + \gamma^2(\zeta - z)^2]^{3/2}} \quad (r < b), \quad (9)$$

横向力为

$$\begin{aligned} F_{\perp} &= \frac{eq}{4\pi\epsilon_0\pi b^2 \gamma^2 L} \int_0^{2\pi} \int_0^{r\cos\psi + \sqrt{b^2 - r^2\sin^2\psi}} \int_{-\frac{L}{2}}^{\frac{L}{2}} \frac{d\gamma \zeta l dl \cos\psi d\psi}{[\gamma^2 + \gamma^2(\zeta - z)^2]^{3/2}} \\ &= \frac{eqr}{4\pi\epsilon_0 b^2 \gamma^2 L} \left\{ 2 - \frac{b^2}{2} \left[\frac{1}{\gamma^3 \left(\frac{L}{2} - z\right)^2} + \frac{1}{\gamma^2 \left(\frac{L}{2} + z\right)^2} \right] + \frac{3}{8} b^2 (r^2 + b^2) \times \right. \\ &\quad \times \left[\frac{1}{\gamma^4 \left(\frac{L}{2} - z\right)^4} + \frac{1}{\gamma^4 \left(\frac{L}{2} + z\right)^4} \right] - \frac{5}{16} b^2 (r^4 + 3r^2 b^2 + b^4) \times \\ &\quad \left. \times \left[\frac{1}{\gamma^6 \left(\frac{L}{2} - z\right)^6} + \frac{1}{\gamma^6 \left(\frac{L}{2} + z\right)^6} \right] + \dots \right\} \quad (r < b). \quad (10) \end{aligned}$$

(9) 式包含椭圆积分, 以电子计算机计算为宜。在特殊观察点 $r=0, z=-\frac{L}{2}$ 得

$$\begin{aligned} F_{\parallel} &= \frac{-eq}{4\pi\epsilon_0\pi b^2 L} \int_0^{2\pi} \int_0^{r\cos\psi + \sqrt{b^2 - r^2\sin^2\psi}} \int_{-\frac{L}{2}}^{\frac{L}{2}} \frac{\left(\zeta + \frac{L}{2}\right) d\gamma \zeta l dl d\psi}{[l^2 + \gamma^2(\zeta - z)^2]^{3/2}} \\ &= \frac{eq}{2\pi\epsilon_0 b^2 \gamma L} \left[\sqrt{b^2 + (\gamma L)^2} - (b + \gamma L) \right]. \end{aligned}$$

该式与文献[3]所获得的结果一致。

根据图3中横向投影, 当 $r > b$, 得

$$F = \frac{e}{4\pi\epsilon_0} \int_{-\sin^{-1}\frac{b}{r}}^{\sin^{-1}\frac{b}{r}} \int_{r\cos\psi - \sqrt{b^2 - r^2\sin^2\psi}}^{r\cos\psi + \sqrt{b^2 - r^2\sin^2\psi}} \int_{-\frac{L}{2}}^{\frac{L}{2}} \frac{\rho d\zeta l dl d\psi}{l^2 + (\zeta - z)^2} \quad (r > b).$$

相应(9)式的纵向力为

$$F_{\parallel} = \frac{eq}{4\pi\epsilon_0\pi b^2 \gamma L} \int_{-\sin^{-1}\frac{b}{r}}^{\sin^{-1}\frac{b}{r}} \int_{r\cos\psi - \sqrt{b^2 - r^2\sin^2\psi}}^{r\cos\psi + \sqrt{b^2 - r^2\sin^2\psi}} \int_{-\frac{L}{2}}^{\frac{L}{2}} \frac{\gamma(\zeta - z) d\gamma \zeta l dl d\psi}{[l^2 + \gamma^2(\zeta - z)^2]^{3/2}} \quad (r > b). \quad (11)$$

(11)式包含椭圆积分, 以电子计算机计算为宜。

相应(10)式的横向力为

$$\begin{aligned} F_{\perp} &= \frac{eq}{4\pi\epsilon_0\pi b^2 \gamma^2 L} \int_{-\sin^{-1}\frac{b}{r}}^{\sin^{-1}\frac{b}{r}} \int_{r\cos\psi - \sqrt{b^2 - r^2\sin^2\psi}}^{r\cos\psi + \sqrt{b^2 - r^2\sin^2\psi}} \int_{-\frac{L}{2}}^{\frac{L}{2}} \frac{d\gamma \zeta l dl \cos\psi d\psi}{[l^2 + \gamma^2(\zeta - z)^2]^{3/2}} = \\ &= \frac{eqr}{4\pi\epsilon_0 b^2 \gamma^2 L} \left\{ 2 \left(\frac{b}{r}\right)^2 - \frac{b^2}{2} \left[\frac{1}{\gamma^2 \left(\frac{L}{2} - z\right)^2} + \frac{1}{\gamma^2 \left(\frac{L}{2} + z\right)^2} \right] + \frac{3}{8} b^2 (r^2 + b^2) \times \right. \end{aligned}$$

(下转第126页)

$$[\beta\gamma x'_j(z)]' = -N_x x_j(z),$$

所以,

$$E'_x = 0.$$

参 考 文 献

- [1] K. G. Steffen, High Energy Beam Optics, Interscience, New York, 1965.
- [2] J. R. Pierce, Theory and Design of Electron Beams, D. Van Nostrand Co., New York, 1954, p. 146.
- [3] *ibid*, p. 148.
- [4] И. В. Алямовский, Электронные пучки и электронные пушки, «Сов. Радио», Москва, 1966.
- [5] И. М. Капчинский, Радиотехника и Электроника, 6, 985 (1963).
- [6] F. J. Sacherer, IEEE Trans. Nucl. Sci., 18, 3, 1195 (1971).
- [7] C. R. Emigh, Proc. 1972 Proton Linear Accelerator Conference, LA 5115, p. 182, Los Alamos, 1972.
- [8] P. M. Lapostolle et al., Linear Accelerators, North Holland Publ. Co., Amsterdam, 1970, p. 128.
- [9] A. L. Septier, Focusing of Charged Particles, Academic Press, New York, 1967, Vol. 2, p. 351.

~~~~~  
 (上接第 132 页)

$$\begin{aligned} & \times \left[ \frac{1}{\gamma^4 \left(\frac{L}{2} - z\right)^4} + \frac{1}{\gamma^4 \left(\frac{L}{2} + z\right)^4} \right] - \frac{5}{16} b^2 (r^4 + 3r^2 b^2 + b^4) \times \\ & \times \left. \left[ \frac{1}{\gamma^6 \left(\frac{L}{2} - z\right)^6} + \frac{1}{\gamma^6 \left(\frac{L}{2} + z\right)^6} \right] + \dots \right\} \quad (r > b). \end{aligned} \quad (12)$$

当圆柱长度  $L \rightarrow \infty$ , (10)式与(12)式变成

$$\left. \begin{aligned} F_{\perp} &= \frac{e \rho r}{2 \epsilon_0 \gamma^2} \quad (r < b), \\ F_{\perp} &= \frac{e \rho b^2}{2 \epsilon_0 \gamma^2 r} \quad (r > b). \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

此即在相对论情况下无限长柱空间电荷的横向力公式。

### 参 考 文 献

- [1] G. W. Peterson et al., IEEE Trans. Nucl. Sci., 16, 3, 214 (1969).
- [2] J. Hechtel, IEEE Trans. Electron Devices, 17, 999 (1970).
- [3] G. Mavrogenes et al., IEEE Trans. Nucl. Sci., 20, 3-4, 478 (1973).
- [4] J. J. Olcese et al., IEEE Trans. Nucl. Sci., 20, 3-4, 895 (1973).
- [5] G. Mavrogenes et al., IEEE Trans. Nucl. Sci., 20, 3-4, 919 (1973).
- [6] Л. Ландау и др., Теория поля, Физматгиз, Москва, 1960.