第 22 卷 第 5 期　　自 动 化 学 报　　Vol. 22, No. 5
1996 年 9 月　　ACTA AUTOMATICA SINICA　　Sep., 1996

短 文

一类受控 Petri 网的状态反馈逻辑的综合

陈 浩 勋

(西安交通大学系统工程研究所　710049)

摘　　要

将 Holloway 和 Krogh 关于受控标记图的禁态控制方面的结果扩展到更广泛的一类受控 Petri 网——不可控子网为前后向无冲突的受控 Petri 网，并去掉了关于初始标记和禁态规范的限制.

关键词: Petri 网，离散事件系统，状态反馈控制.

1　引言

在 Petri 网框架下研究离散事件系统的控制初见于文[1,2]. Holloway 和 Krogh[3] 对一类受控 Petri 网——受控标记图（CMG）的禁态控制问题提出了一种状态反馈逻辑的综合方法，但是 CMG 不能描述具有资源冲突的系统. 文[3]中所提出的方法要求所考察的 CMG 是安全的，其禁态集条件满足所谓的 ppic 条件.

本文从三个方面扩展了文[3]的结果：(1)考虑比 CMG 更广泛的一类受控 Petri 网，这类网不但能象 CMG 那样描述进程(事件)同步，而且能描述可控的资源冲突行为；(2)所考虑的网不再要求是安全的；(3)去掉了文[3]中加在禁态集规范上的 ppic 条件.

2　基本概念和问题

受控 Petri 网（CtlPN）由五元组 $N=(P,T,E,C,B)$ 描述，其中 P,C 分别为状态库所集和控制库所集，T 为变迁集，$E\subseteq(P\times T)\cup(T\times P)$ 为连接状态库所和变迁的有向弧集，$B\subseteq(C\times T)$ 为连接控制库所和受控变迁的有向弧集. 图 1 给出了 CtlPN 的一个实例，其中控制库所用矩形表示.

定义 1. 受控 Petri 网 N 的不可控子网为普通 Petri 网 $N_u=(P,T_u,E_u)$，其中 $T_u=\{t\in T\mid \forall c\in C,\ (c,t)\notin B\}$ 为 N 的不可控变迁集，$E_u=(E\cap(T_u\times P))\cup(E\cap(P\times T_u))$. 即 N_u 由 N 通过删除其所有控制库所及其相关联的可控变迁和弧得到. 图 2 给出图 1 所示 CtlPN 的不可控子网. N_u 可能有孤立的库所.

本文于 1994 年 2 月 7 日收到

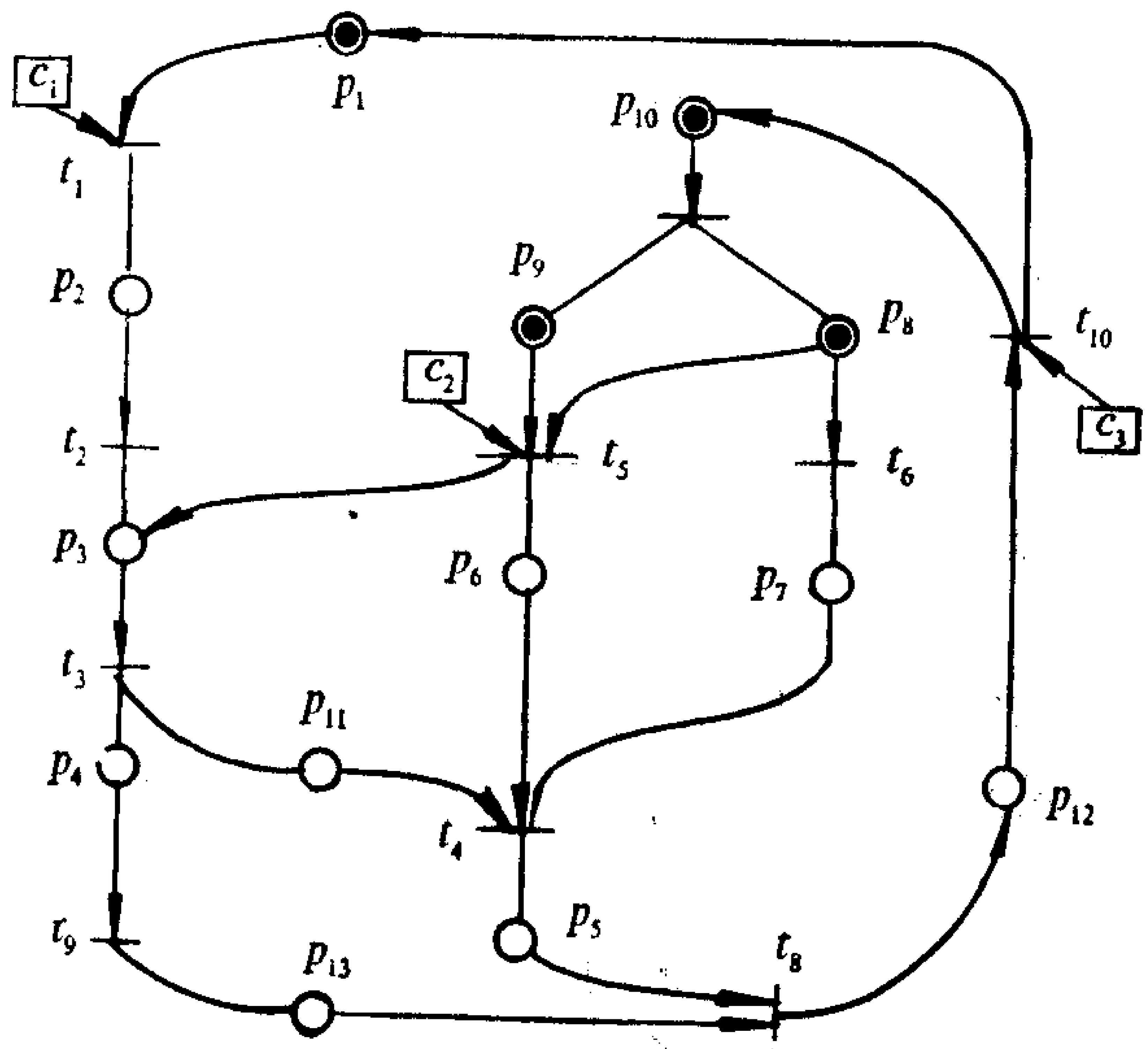

图 1　一个受控 Petri 网

定义 2. 一个普通 Petri 网称为是前后向无冲突网（FBCF 网），当且仅当它的每一个库所最多只有一个输入变迁和一个输出变迁。

图 2 所示网为 FBCF 网。

CtlPN N 的控制是一映射 $u:C\to\{0,1\}$，它置控制库所以 0 个或 1 个 token。N的一个变迁 t 在标记 $m(m: P\to Z, Z$ 为非负整数集）和控制 u 下可触发，当且仅当 $m(p)\geqslant 1, \forall p\in P, (p,t)\in E$（状态使能）和 $u(c)=1, \forall c\in C, (c,t)\in B$（控制使能）。

N的（不确定性）状态反馈控制律为一映射 $U:\mathscr{M}\to 2^{\mathscr{U}}$，其中 $\mathscr{M}$，$\mathscr{U}$ 分别为N的标记集和控制集。U 把每一个标记映射成一个控制集合。最大允许 (maximally permissive) 状态反馈律的定义见文献[3]。

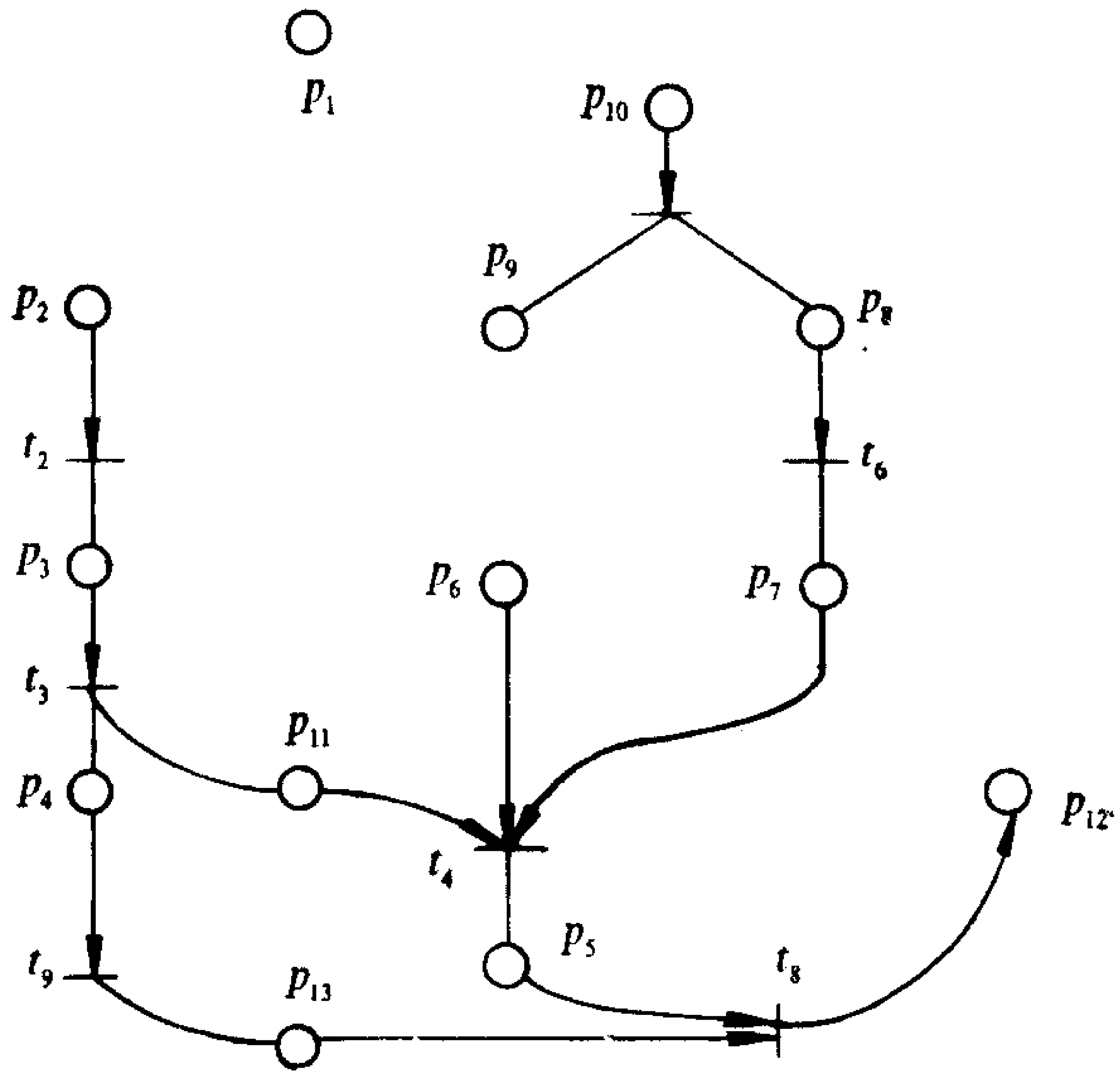

图 2　图 1 所示 CtlPN 的不可控子网.

本文所考虑 CtlPN N 的禁止标记集（禁止状态集）为 $\mathscr{M}_{\mathscr{F}}=\bigcup_{(w_i,k_i)\in\mathscr{F}}\mathscr{M}_{(w_i,k_i)}$，其中 $\mathscr{F}=\{(w_i,k_i), i=1,2,\cdots l\}, w_i:P\to Z, k_i\in Z$；$\mathscr{M}_{(w_i,k_i)}=\left\{m\in\mathscr{M}\,\middle|\,\sum_{p\in P}w_i(p)m(p)>k_i\right\}$.

文[3]所考虑的禁态集为以上 $\mathscr{M}_{\mathscr{F}}$ 的特例。

3 FBCF 网的最大加权托肯和

以下讨论不可控子网为 FBCF 网、禁态集为 $\mathscr{M}_g$ 的 CtlPN 的最大许可状态反馈律的综合问题.

设 FBCF 网 $N=(P,T,E)$, 其中 $P=\{p_1,p_2,\cdots,p_n\}$, $T=\{t_1,t_2,\cdots,t_m\}$, $E\subseteq(P\times T)\cup(T\times P)$. A 为N的邻接矩阵 (incidence matrix), 即 $A=(a_{ij})_{m\times n}, a_{ij}=1$ 若 $(t_i,p_j)\in E, a_{ij}=-1$ 若 $(p_j,t_i)\in E, a_{ij}=0$ 其它情况. $\mathscr{M}$ 为N的标记集. 记

$$\mathscr{M}_0=\{m\in\mathscr{M}\mid N \text{ 在标记} m \text{时每一有向回路至少包含一个托肯}\}.$$

引理 1. 对 FBCF 网N及 $m_0\in\mathscr{M}_0$, $m\in R(N,m_0)$ 当且仅当存在 $x\in z^m$ 使 $m=m_0+A^{\mathrm{T}}x$.

证明. FBCF 网显然也是 trap-circuit 网[4],故根据文[4]中定理 17,要证明本引理,只需证 (N_x,m_{0x})[4] 所有 Siphons 都包含托肯即可.

引理 2. 若A是 FBCF 网N的邻接矩阵,则 $[I_n,-A^{\mathrm{T}}]$ 是一个全么模 (totally unimodular) 矩阵, 即 $[I_n,-A^{\mathrm{T}}]$ 的任一方子矩阵的行列式为 0, 1 或 −1. 其中 I_n 为 $n\times n$ 的单位矩阵.

证明. 设 $D=[D_1,D_2]$ 为 $[I_n,-A^{\mathrm{T}}]$ 的任一方子矩阵, 其中 D_1, D_2 分别为 I_n 和 $-A^{\mathrm{T}}$ 的子矩阵, D_1,D_2 中可能有一个为空. 注意到 $-A^{\mathrm{T}}$ 的每一行最多只有二个非零元素 +1 或 −1, D_2的每一行也最多只有二个非零元素 +1 或 −1.

若 D_1 有一零列,则 $|D|=0$; 否则,既然 D_1 的每一列都为单位向量, 有 $|D|=\pm|D_2'|$, 其中 D_2' 为 D_2 的方子矩阵. 显然, D_2'的每行也最多只有二个非零元素 +1 或 −1.

若 D_2' 有一零行,则 $|D_2'|=0$; 若 D_2' 有一么行 (恰有一非零元素 +1 或 −1 的行), 则按此行行列式展开得 $|D_2''|=\pm|D_2'|$, 其中 D_2'' 为 D_2' 的真子方矩阵.

重复以上过程,将最终推得 $|D_2'|=0,+1$ 或 −1, 或 $|D_2'|=\pm|D_2'''|$, 其中 D_2''' 的每行均恰有二非零元素 +1 和 −1. 既然 $D_2'''(1,1,\cdots,1)^{\mathrm{T}}=0$, 得 $|D_2'''|=0$. 从而, $|D|=0,+1$ 或 −1.

定理 1. 设 $w\in Z^n$, 对 FBCF 网N及其初始标记 $m_0\in\mathscr{M}_0$ 成立

$$\max\{m^{\mathrm{T}}w\mid m\in R(N,m_0)\}=\min\{m_0^{\mathrm{T}}I\mid I\geqslant w,\ AI\leqslant 0\}, \tag{1}$$

其中 $R(N,m_0)$ 为N从 m_0 出发的可达标记集.

证明. 既然 $m_0\in\mathscr{M}_0$, 根据引理 1, $m\in R(N,m_0)$ 当且仅当存在非负整向量 x 使 $m=m_0+A^{\mathrm{T}}x$. 这样,(1)式左边可归结为如下的线性规划问题:

$$\max J=c^{\mathrm{T}}z,\ \text{s.t.}\ Dz=m_0,\ z\geqslant 0. \tag{2}$$

其对偶问题为

$$\min L=m_0^{\mathrm{T}}I,\ \text{s.t.}\ D^{\mathrm{T}}I\geqslant c,\ I \text{ 为自由向量}. \tag{3}$$

问题(3)和(1)式的右边等价. 因D是全么模矩阵,故线性规划问题(2),(3)的约束集合的所有极点的坐标均为整数. 从而,应用对偶定理即得等式(1).

定义 3. 给定普通 Petri 网N及其邻接矩阵 A, 一个非负整向量 x 称为是N的一个

S 一减,当且仅当 $Ax \leqslant 0$.

定义 4. 给定一个非负整向量 w, N 的一个 S 一减 x 称为是由 w 生成的一个最小 S 一减,当且仅当 1) $x \geqslant w$; 2) 不存在满足 1) 的其它 S 一减 $\tilde{x}$ 使 $\tilde{x} < x$. 这是"$\geqslant$"和"$<$"分别为向量大于等于号和小于号.

以下用 $SD_{\min}(N,w)$ 表示由 w 所生成的 N 的最小 S 一减的集合.

推论 1. 若 w, N, m_0 满足定理 1 中条件,则

$$\max\{m^{\mathrm{T}}w \mid m \in R(N,m_0)\} = \min_{I \in SD_{\min}(N,w)} m_0^{\mathrm{T}} I. \tag{4}$$

4 最大允许状态反馈律的综合

考虑 CtlPN N 及其不可控子网 N_u、禁态集 $\mathscr{M}_{\mathscr{F}}$. 设 N_u 为 FBCF 网. 引入谓词

$$P_I^i: P_I^i(m) = \begin{cases} 1, & m^T I \leqslant k_i, \\ 0, & \text{其它情况}, \end{cases} \quad \text{对每个 } I \in SD_{\min}(N_u, w_i), i = 1,2,\cdots,l.$$

$$P^i = \bigvee_{I \in SD_{\min}(N_u, w_i)} P_I^i, \ P_a = \bigwedge_{i=1}^{l} P^i.$$

设 $\delta: 2^T \times \mathscr{M} \to \mathscr{M}$ 为 N 的状态转移函数. 记

$T_e(m) = \{S \subseteq T \mid$ 变迁集 S 在 N 处于标记 m 时是状态使能的$\}$,

$T_e(m,u) = \{S \subseteq T \mid$ 变迁集 S 在 N 处于标记 m 和控制 u 时是状态使能和控制使能的$\}$,

$T_a(m) = \{S \in T_e(m) \mid P_a(\delta(S,m)) = 1 \wedge (\forall S' \subseteq S, P_a(\delta(S',m)) = 1)\}$,

$U_{\mathscr{F}}: \mathscr{M} \to 2^{\mathscr{U}}$; $U_{\mathscr{F}}(m) = \{u \in \mathscr{U} \mid T_e(m,u) \subseteq T_a(m)\}$.

定理 2. 给定一个其不可控子网为 FBCF 网的 CtlPN N 及禁态集 $\mathscr{M}_{\mathscr{F}}$, 以上所定义的 $U_{\mathscr{F}}$ 为此禁态控制问题的极大允许状态反馈律.

证明. 类似于文献[3]中相应定理.

从定理 2 知, N 的极大允许禁态控制可分成离线和在线计算两部分来实现. 离线计算主要是计算 $SD_{\min}(N_u, w_i)$, $i = 1,2,\cdots,l$, 这可应用单纯形法求解线性不等式约束 $\{I \geqslant w_i, A_u I \leqslant 0\}$ 的极点来实现(其中 A_u 为 N_u 的邻接矩阵). 在线计算主要是对谓词 P_a 进行评判.

值得注意的是,当 N 为 CMG, 向量 $w_i, i = 1,2,\cdots,l$ 的分量均为 0 或 1, $P_i \triangleq \{p \in P \mid w_i(p) = 1\}$ 满足文献[3]中所谓的 ppic 条件时, $SD_{\min}(N_u, w_i)$ 的计算可转化为文献[3]中 $\Pi_c(t,p), p \in P_i$ 的计算.

参考文献

[1] Krogh BH. Controlled Petri nets and maximally Permissive feedback logic. In: Proc. of the 25th Annual Allerton Conference. University of Illinois, Urbana, 1987, 317—326.

[2] Ichikawa A, Hiraishi K. Analysis and Control of discrete event systems represented by Petri nets. Discrete Event Systems:Models and Applications. Now York:Springer-Verlag, 1987, 125—145.

[3] Holloway LE, Krogh B H. Synthesis of feedback control logic for a Class of Controlled Petri, *IEEE Trans. on Automatic Control*. 1990, **35**(5):514—523.
[4] Murata T. Petri nets: Properties, analysis and applications, In: Proc. of the IEEE. 1989, **77**(4): 540—580.

SYNTHESIS OF STATE FEEDBACK LOGIC FOR A CLASS OF CONTROLLED PETRI NETS

CHEN HAOXUN
(*Systems Engineering Institute, Xi'an Jiaotong University, Xi'an* 710049)

ABSTRACT

The previous work of Holloway and Krogh on the synthesis of feedback control logic for controlled marked graphs is extended to a more general class of controlled Petri nets whose uncontrolled subnets are forward and backward conflict-free nets, and the restrictions on initial markings and forbidden state set specifications of controlled marked graphs in their work are taken away.

Key words: Petri net, discrete event system, state feedback control.